# ÅRSSKRIFT

UTGIFVEN

AF

## KONGL. VETENSKAPS-SOCIETETEN

I

## UPSALA.

---

FÖRSTA ÅRGÅNGEN.

---

# ÅRSSKRIFT

UTGIFVEN AF

## KONGL. VETENSKAPS-SOCIETETEN

## I UPSALA.

S.591.C.1

Academies -- Upsala
4

# ÅRSSKRIFT

UTGIFVEN AF

## KONGL. VETENSKAPS-SOCIETETEN I UPSALA.

FÖRSTA ÅRGÅNGEN.




UPSALA,
C. A. LEFFLER, KONGL. AKAD. BOKTRYCKARE.

1860.

# *Förord.*

*Alltsedan Kongl. Vetenskaps-Societeten år 1720 stiftades, hafva dess Handlingar blifvit utgifna på Latinska eller Fransyska språken. Då likväl i sednare tider flera värdefulla afhandlingar blifvit på Svenska språket till Kongl. Vetenskaps-Societeten inlemnade och inom densamma föredragna, hvilka äfven för en större del af Svenska allmänheten ej torde sakna intresse, men hvilka hittills dels blifvit outgifna, dels på andra ställen tryckta, har Kongl. Vetenskaps-Societeten beslutat att utgifva en särskild Års-skrift, upptagande på Svenska språket författade afhandlingar af mera populärt innehåll. Med detta beslut har Societeten äfven haft för afsigt att uppmuntra yngre skriftställare till utarbetande af vetenskapliga afhandlingar och har för detta ändamåls vinnande utfästat trenne årliga pris för de trenne bästa afhandlingar, som till införande i Societetens Handlingar, såväl den på Latinska och Franska, som den på Svenska språket författade serien, blifva godkända. Utom dessa har H. K. H. Hertigen af Östergötland, Societetens Præses Illustris, behagat stifta ett dubbelt pris att likaledes årligen tilläggas en afhandling, som företrädesvis utmärker sig för ett högre vetenskapligt värde. De stadgar, som i anledning af dessa beslut blifvit af Kongl. Vetenskaps-Societeten antagna och af dess höge Præses Illustris stadfästade, äro följande:*

## A. Stadga angående utgifvande af Kongl. Vetenskaps-Societetens Handlingar.

*§. 1. Kongl. Vetenskaps-Societetens Handlingar komma att hädanefter i två särkilda afdelningar utgifvas. Den ena afdelningen utgöres af Acta Societatis Scientiarum Upsaliensis, hvari, efter samma plan som hittills, införas vetenskapliga, på latinska eller franska språket författade afhandlingar, hvilkas utgifvande förnämligast åsyftar att i utlandet bekantgöra resultater af sådana lärda forsk-*

*ningar, som ligga inom området af Societetens verksamhet. Såsom andra afdelningen utgifves en Årsskrift, upptagande sådana vetenskapliga afhandlingar och uppsatser, som höra till nämnde område, äro författade på svenska språket och anses kunna inom fäderneslandet befordra vetenskaplig bildning.*

*§. 2. Redaktionen af ofvannämnda Handlingar besörjes af ett Utskott, bestående af Societetens Sekreterare och tvenne andra af Societetens i Upsala boende Ledamöter, hvilka sistnämnde utses på det sätt, att hvardera af de klasser, Sekreteraren icke tillhörer, väljer en af sina Ledamöter att vara Ledamot af redaktions-utskottet. Detta utskott må, när det pröfvar nödigt, tillkalla en eller flera af Societetens öfrige Ledamöter att i Utskottets öfverläggningar och beslut deltaga.*

*§. 3. Då Societetens Skattmästare vid årssammankomst redovisar för kassans förvaltning, bör han ock yttrande afgifva, till hvad belopp medel utur Societetens fonder kunna för utgifvande af ofvannämnda Handlingar under nästföljande år användas, hvarefter Societeten derom fattar beslut.*

*§. 4. Afhandling, som till införande i Societetens Handlingar inlemnas, skall remitteras till tvenne Ledamöter af den klass, till hvilken afhandlingen med afseende på sitt ämne hörer, och ega desse Ledamöter att efter verkställd granskning sig utlåta, huruvida afhandlingen bör i Societetens Handlingar upptagas, äfvensom, då den i detta hänseende godkännes, huruvida den bör i Acta eller i Årsskriften införas. Stadna vid denna pröfning de båda granskarne i olika meningar, hänskjutes afgörandet till samtlige i Upsala närvarande Ledamöter af den ifrågavarande klassen.*

*§. 5. Är afhandling, som i ofvan sagda ändamål inlemnad blifvit, författad på svenska språket, men befinnes med afseende på innehållet böra i Societetens Acta införas, må antingen Författaren eller Redaktions-Utskottet besörja dess öfversättning på det främmande språk, som pröfvas med ämnets beskaffenhet mest förenligt; är den åter författad på främmande språk, men anses mest passande för Årsskriften, må den till Författaren återlemnas, för att på svenska språket öfverflyttas.*

*§. 6. Åt Författare af afhandling, som sålunda blifvit genom Societetens försorg till trycket befordrad, lemnar Societeten ett redaktions-arfvode af 10 Rdr Rmt för hvarje tryckt ark. Derjemte eger Societeten att, utom detta redaktionsarfvode, åt dem, som författat de bästa till Societeten i ofvannämnde ändamål inlemnade afhandlingar, årligen utdela ett pris å 300 Rdr Rmt och trenne å 150 Rdr Rmt, på sätt särskildt stadgadt är.*

## B. Stadga för bortgifvande af Kongl. Vetenskaps-Societetens pris.

*§. 1. Hans Kongl. Höghet Hertigens af Östergötland täflingspris å 300 Rdr Riksmynt, hvilket Hans Kongl. Höghet täckts utfästa att för nedanstående ändamål under sin lifstid ur sin handkassa årligen utbetalas, äfvensom*

*de trenne prisbelöningar å 150 Rdr Riksmynt, hvilka, ett för hvardera af Societetens tre klasser, Societeten ur egen fond anslagit, må utöfver redaktions-arfvodet årligen tilldelas de bästa vetenskapliga afhandlingar, som blifvit godkände till införande i Societetens Acta eller Årsskrift.*

*Kongl. Vetenskaps-Societetens Ledamöter kunna icke till erhållande af dessa pris ifrågakomma.*

*§. 2. De afhandlingar, som till erhållande af dessa pris skola komma under bedömande, böra före d. 15 April hvarje år vara till Societeten inlemnade.*

*§. 3. Samtlige inom nämnde tid till Societeten inlemnade afhandlingar remitteras derefter genast till de klasser, de tillhöra, och åligger klassen att, inom en månad derefter, inkomma med motiveradt och komparativt yttrande, hvilken afhandling i första rummet och hvilken i andra rummet anses förtjent att pris erhålla.*

*§. 4. Sedan förslagen från klasserna inkommit, sammanträder i slutet af Maj Societeten in pleno för att prisen bestämma. Är förslag af klassen enhälligt upprättadt, ege ej Societeten att derifrån afvika. Äro meningarne inom klassen delade, skall Societeten dem emellan genom öppen votering skilja.*

*§. 5. Den, som sålunda erhållit första rummet, är dermed utnämnd till pristagare, hvaremot uppförandet i andra rummet innebär ett uttaladt omdöme, att den sålunda utmärkta afhandlingen anses vara bland de öfriga den förtjenstfullaste.*

*§. 6. Skulle till någon af Societetens klasser ingen afhandling hafva inom den föreskrifna tiden inkommit, eller anses ingen af de till klassen inkomna förtjent af det utfästa priset, kan det klassen tillhörande pris antingen till ett annat år reserveras, eller, med klassens medgifvande, öfverlåtas till annan klass, för att af den bortgifvas.*

*§. 7. Om tvenne eller flera till en klass inkomna afhandlingar anses förtjenta af pris, men medel icke finnas under löpande år att dem pris tilldela, kunna de ånyo nästföljande år upptagas till pröfning jemte de under året inkomna.*

*§. 8. Sedan Societeten, på sätt ofvan sagdt är, utsett pristagare, täcktes Hans Kongl. Höghet Hertigen af Östergötland bland dem utnämna den, han pröfvar förtjent att det af honom stiftade högre priset erhålla. Till Hans Kongl. Höghet insändas för detta ändamål deras prisskrifter, som blifvit till pristagare utsedde, så framt icke förut dessa prisskrifter blifvit i Societetens Handlingar offentliggjorde, äfvensom de af de särskilda klasserna öfver dessa prisskrifter afgifna yttranden och det vid Societetens plenar-sammanträde förda protokoll, uti hvilket alltid uttryckeligen skall intagas, huruvida Societeten anser dessa prisskrifter, vare sig samtlige eller någon särskild, ega den utmärkta förtjenst, att det högre priset kan för det året utdelas. Blifver det högre priset någon af dem tilldeladt, må, sedan underrättelse derom kommit Societeten tillhanda, den klass,*

*inom hvilken författaren af den med högre priset belönade afhandlingen förut varit utsedd att ettdera af Societetens pris undfå, taga utdelande af sistnämnde pris ånyo i öfvervägande och förfares dervid som i 4:de ℔ sagdt är.*

*Skulle för något år det högre priset icke utdelas, täcktes Hans Kongl. Höghet, såsom honom tjenligast synes, om den dertill anslagna summans användande för det året förordna.*

## Innehåll.


Sid.

Bidrag till historien om Konung Gustaf II Adolfs deltagande i trettioåriga kriget, af Akad. Adjunkten S. F. Hammarstrand. (*Prisbelönt af K. Vet.-Societeten*) ..... 1.

Undersökning, om den af Professor Nilsson antagna dubbla klofällningen hos Riporna i verkligheten förekommer, af Professor E. J. Bonsdorff. ..... 121.

Om de parasitiska Crustaceerna: Liriope och Peltogaster, H. Rathke; af Professor W. Lilljeborg. ..... 137.

Omarbetning af Duhamels bevis för "Principe des vitesses virtuelles", af Akad. Docenten H. Th. Daug. (*Prisbelönt af K. Vet.-Societeten*) ..... 149.

Berättelse öfver en resa i Finmarken 1857, af Akad. Docenten Th. M. Fries. ..... 237.

Ornithologiska Bidrag, af Professor W. Lilljeborg. ..... 263.

Bidrag till kännedomen om tandömsningen hos Otaria och Halichoerus, af Professor W. Lilljeborg. ..... 297.

Anmälanden ..... 303.

# Bidrag
# till historien om Konung Gustaf II Adolfs deltagande i trettioåriga kriget.

---

## *Förord.*

Det var en tid, då den store Gustaf Adolfs minne var hvarje protestant heligt, emedan man med from vördnad betraktade honom såsom ett af försynen utkoradt redskap till den betryckta protestantismens räddning; och denna helgongloria som omstrålade lagern kring den "i döden triumferande" hjeltens tinning, bländade till och med forskarens blick, så att den ej varsnade de skuggor, som påtrycka allt mensklig en jordisk prägel och erinra om att vi alle äro stoftets barn. Med ett ord, man såg i den Svenske "Gideon" blott en gudasänd heros med stora och lysande egenskaper; ej en menniska med mensklig fel och brister: och sålunda blef Gustaf Adolfs historia, om vi så få uttrycka oss, förvandlad till en den protestantiska kyrkans helgonlegend, som pieteten omhuldade och fridlyste.

Men en annan tid har kommit, andra intressen och med dem andra synpunkter blifvit rådande; och så hafva äfven äldre åsigter om det förflutna blifvit underkastade en revision. Det är i våra dagar ej de religiösa tvistefrågorna, som utgöra tidens "brännande" frågor samt kalla furstar och folk under vapen. Religiös fördragsamhet — tyvärr ofta en täckmantel för religiös indifferentism — utgör fast mer vår tids lösen, och de confessionella motsatserna, som förlorat mycket af sin forna skärpa, hafva öfverhufvud fått träda i bakgrunden för de nationella. Men dessa hafva deremot framträdt med en styrka, sådan de väl knappast någonsin egt, och stundom med en ensidighet, som smakar nog mycket af blind fanatism och förhindrar det ömsesidiga erkännande af rättigheter och pligter, hvilket äfven inom detta område är rättvisans och humanitetens första och oeftergifliga grundsats.

En sådan ensidig rigtning möter oss isynnerhet hos det tyska folket, som i ruset af en nyvaknad nationalkänsla synes oförmöget till den lugna, oväldiga besinning, hvilken erfordras för att kunna göra andra full rättvisa och upphöja det i sig sjelf berättigade nationalitetssträfvandet till ett på allmängiltiga grundsatser sig stödjande tänke- och handlingssätt. Detta förhållande visar sig så väl inom många andra områden, hvilka det här ej är platsen att vidröra, som inom den moderna tyska historieskrifningen, der vi ganska ofta se en missförstådd patriotism missleda omdömet samt alstra en ytterst skef och ensidig uppfattning af historiska personer och händelser. I sin patriotiska harm öfver "främlingars obehöriga inblandning" i det tyska rikets angelägenheter kan eller vill man ej göra rättvisa åt dessa främlingars förtjenster. Detta visar sig i synnerhet vid behandlingen af Gustaf II Adolfs historia. Huru oblidt bedömes icke den store hjeltekonungen af A. F. Gfrörer i hans på geniala hugskott och djerfva kombinationer rika arbete: "Gustav Adolph, König von Schweden, und seine Zeit," och dock är hans partiskhet mild i jemförelse med den fanatiska hätskhet mot Gustaf Adolf, som möter oss i H. W. Bensens nyligen (1858) utgifna verk: "Das Verhängniss Magdeburgs." Sålunda synas nyare tyska historieskrifvare liksom täfla med hvarandra att misskänna och förklena den man, hvilken det protestantiska Tyskland ovedersägligen har att tacka för sin räddning, men som i en tysk patriots ögon har det tyvärr oförlåtliga felet att vara en "utlänning."

Under sådana omständigheter måste det för oss svenskar vara en kärkommen företeelse, då någon gång i våra dagar en tysk historieskrifvare är nog oväldig och fri från nationella fördomar för att låta vår store Konung rättvisa vederfaras, samt nog modig och sanningsälskande för att härvid öppet uppträda mot sina af ett slags patriotiskt partisinne förblindade landsmän. Derföre anse vi ock för en skyldighet både mot den tyske författaren och mot den svenska allmänheten att fästa dess uppmärksamhet på en liten skrift med titel: "Gustav Adolph und die Kurfürsten von Sachsen und Brandenburg 1630—1632," hvilken redan år 1854 utgafs af K. G. Helbig [1]), men hvilken, så vidt vi känna, ännu ej blifvit anmäld i någon Svensk tidning eller tidskrift, oaktadt den till så väsendtlig del berör vårt eget fädernesland historia. Ifrågavarande lilla arbete, hvars betydelse ej får bedömas efter det ringa sidantalet — det består blott af 7 à 8 ark — utgör

1) „Oberlehrer an der Kreuzschule zu Dresden." — Helbig har eljest gjort sig förtjenstligt känd genom åtskilliga historiska afhandlingar i tyska tidskrifter.

ett i flera hänseenden ganska intressant bidrag till det trettioåriga krigets historia. Det på samma gång raska och sammanträngda framställningssättet gör boken lättläst och underhållande. Förnämligast grundad på förut obegagnade källor i Kongl. Sachsiska Stats-Archivet i Dresden, hvilka författaren flitigt rådfrågat, sprider den öfver mången hittills dunkel och outredd punkt ett nytt och klarare ljus, och det är härvid forskningens fackla, ej fantasiens irrbloss, som belyser föremålen. Någon gång är författaren måhända litet för rask i sina omdömen, i synnerhet om Kejsar Ferdinand II, som i honom funnit en lika så sträng domare som i Fr. v. Hurter en devouerad beundrare. Men deremot är han särdeles lycklig i skildringen af Gustaf Adolfs personlighet, och der denna i ord eller handling uppträder, får framställningen stundom en dramatisk åskådlighet. Vi hafva derföre trott oss böra taga nämnde förtjenstfulla skrift till utgångspunkt för närvarande afhandling, hvarvid vi dock, med begagnande af de rikhaltiga källor, som stått oss till buds, hafva ansett oss böra behandla ämnet efter en mer omfattande plan.

---

## I.

### Gustaf Adolf i Tyskland år 1630.

Efter den böhmiska revolutionens undertryckande, den Evangeliska Unionens snöpliga sjelfmord, aktsförklaringen mot Fredrik af Pfaltz samt den olyckliga utgången på det krig, för hviket Kristian IV, i förlitande på sina bundsförvandters illa uppfyllda löften samt de tyska protestanternes bistånd, så modigt ställt sig i spetsen, kunde i sjelfva verket protestantismens krafter i Tyskland anses brutna, och kejsar Ferdinand stod nu mäktigare i det tyska riket än någon romersk kejsare sedan Karl V:s dagar. Genom den pfalziska kurvärdighetens öfverflyttande på Bayern, hade det katholska partiet vunnit en afgjord öfvervigt i kurfurste-kollegiet — denna det tyska rikets inflytelserika senat, hvilken under Ferdinand II:s regering nästan syntes hafva trädt i den tyska riksdagens ställe —; och genom det om våren 1629 utfärdade restitutions-ediktet hotades Tysklands protestantiske furstar och ständer med förlusten af alla de fördelar, som de allt sedan religions- och profan-freden i Augsburg 1555 småningom lyckats

förvärfva. Dertill kom, att de reformerte, som till följe af lutheranernes bornerade ortodoxism ej blifvit inbegripne i nämnde fred, sågo sig blottställda för faran att få dela den olycklige pfalziske kurfurstens öde, isynnerhet som de ej tycktes kunna påräkna något kraftigt understöd från de strängc lutheranernes sida. — Holland, som tillförne utgjort ett verksamt stöd för den tyska protestantismen, kämpade nu en hård kamp för sitt eget sjelfbestånd, och hade sannolikt dukat under för öfvermakten, om ej Gustaf Adolfs uppträdande på den tyska krigsskådeplatsen derstädes hade qvarhållit kejsarens och ligans härar, af hvilka en betydlig del redan i början af år 1629 blifvit sänd till Holland, för att bistå spaniorerne i detta lands kufvande. Visserligen hade det då lyckats holländarnes patriotiska ansträngningar att besvärja det hotande ovädret, men på längden skulle de dock svårligen kunnat motstå öfvermagten, om den ej blifvit diverterad genom Gustaf Adolfs tyska krig, hvilket sålunda väsendtligen har bidragit till Hollands räddning. — Stor-Brittanien, som allt mer blef en tummelplats för de inre partistrider, hvilka Karl I:s nyckfulla och despotiska politik frammanat, blef i samma mån allt mer ur stånd att utöfva något väsendtligt inflytande på fastlandets angelägenheter. — Frankrike, hvilket blott afsåg sina egna fördelar, tycktes dessutom såsom katholsk magt ej vara mycket att lita på; och om än Richelieu af politiska skäl *velat*, så torde han dock af fruktan för en reaktion inom det af faktioner uppfyllda landet ej hafva *vågat* åtaga sig de tyska protestanternes sak, utan fastmer bemödat sig att i den katolska Ligan skapa en motvigt mot kejsarens växande magt. — Turkiet, som protestantismen till en stor del haft att tacka för sin framgång, var vid ifrågavarande tid invecklad i ett långvarigt och blodigt krig med Perserne, hvilket tog alla dess krafter i anspråk; och genom den siebenbürgske fursten Bethlen Gabors död (mot slutet af år 1629) befriades kejsaren från en farlig fiende, som mången gång gjort protestantismen vigtiga tjenster. — Det protestantiska Tyskland suckade tungt under det tryckande oket af de kejserliga och ligistiska härarne, som utsögo dess redan förut medtagna krafter och af hvilka isynnerhet den förre under Wallensteins befäl både för katoliker och protestanter var en verklig landsplåga, hvars excesser icke ens kejsaren med bästa vilja kunde afstyra [1]).

Under sådana omständigheter var det i sanning mindre underligt, om mången tysk furste förtviflade om protestantismens sak och, såsom

1) Hans välmenta bemödanden härutinnan bevittnas af talrika handlingar i Wiener-Archivet. — Jemför Hurters „Zur Gesch. Wallensteins.“

kurfursten af Brandenburg, sökte sin enda räddning i en krypande undergifvenhet under kejsaren, hvars af naturen milda hjerta man genom jemrande klagovisor sökte beveka, sedan man ej längre vågade hoppas att genom öppet motstånd kunna tilltrotsa sig några medgifvanden. Men en och annan blickade dock redan nu med hopp och tillförsigt upp till Gustaf Adolf, i honom anande den "Gideon," som försynen utsett till det betryckta Israëls räddare — och snart skulle det på ett lysande sätt visa sig, att denna aning ej var en bedräglig dröm.

Då Danmark efter slaget vid Lutter am Baremberge (Aug. 1626) hotades af en öfverhängande fara, samt de kejserliga och ligistiska vapnen segrande utbredde sig vid Östersjöns stränder, insåg Gustaf Adolf, att det äfven gällde Sveriges säkerhet och skyndade derföre att i början af år 1628 ingå ett förbund med Kristian IV [1]). Gustaf Adolfs fränder, de af Wallenstein fördrifna hertigarne af Mechlenburg, funno en tillflykt i Sverige, och genom ett i November 1627 utfärdadt patent, öppnade Gustaf Adolf sitt rike till fristad för alla förföljda religionsförvandter [2]). Imellertid lät Wallenstein (som antagit den stolta titeln: "General öfver det Oceaniska och Baltiska hafvet") besätta Pommern och Rügen samt gaf befallning om utrustandet af en flotta. Faran ryckte med hvarje dag allt närmare, och Gustaf Adolf lemnade den ej ett ögonblick ur sigte. I förening med sin bundsförvandt, Kristian IV, lät han undsätta Stralsund, som, hårdt belägradt af Arnim, genom en särskild beskickning hade anropat honom om hjelp, och hvars räddning han betraktade såsom ett väsendtligt vilkor för Östersjöns säkerhet [3]). Härmed var i sjelfva verket uppslaget gifvet till ett krig, som Gustaf Adolf i alla fall ej trodde sig på längden kunna undvika, och hvilket han derföre ville "hålla fjerran gående" för att ej deraf uppsökas inom sina egna vidsträckta gränsor. Men det var onekligen ett vågadt steg att med Sveriges genom långvariga krig hårdt medtagna krafter inlåta sig i ett så vidt utseende företag, isynnerhet som det polska kriget ännu fortfor och tvingade Sverige att i Preussen och Liefland underhålla en ej obetydlig styrka. Derföre försummade ej Gustaf Adolf att på alla håll se sig om efter bundsförvandter. Med

1) Redan om sommaren 1627 hade Wallenstein skickat polackarne i Preussen hjelptrupper mot svenskarne och derigenom tagit det första afgjordt fiendtliga steget mot Gustaf Adolf. Deremot sammandrog denne trupper i södra Sverige för att i nödfall undsätta Danmark. Detta skedde innan ännu något förbund mellan Sverige och Danmark kommit till stånd. — Se hithörande handlingar i Kongl. Riks-Archivet i Stockholm.

2) Geijer Sv. Folkets Hist. D. III, s. 161. s. ff. (Första uppl.)

3) Se Gustaf Adolfs brefvexling härom med A. Oxenstjerna (i Kongl. Riks-Archivet i Stockholm).

Frankrike, England och Holland inledde han underhandlingar för att försäkra sig om dessa magters bistånd. Äfven med hansestäderna sökte han knyta förbindelser, och markgrefven af Baden fick (Januari 1629) i uppdrag att inleda sådana med Venedig, Schweitz samt de tyska riksstäderna Strassburg, Ulm och Nürnberg. I Siebenbürgen underhandlade Strassburger å Gustaf Adolfs vägnar med Bethlen Gaber om ett förbund "till det allmänna väsendets återställande"; och om våren 1629 affärdades Wolmar von Farensbach i en beskickning till Schweiz, Venedig och Siebenbürgen. Vid sidan af denna vidt utgrenade diplomatiska verksamhet, fortgingo krigsrustningarne hemma i Sverige, och under vintern 1628—1629 träffade Gustaf Adolf alla anstalter att vid första öppet vatten i egen person gå med betydlig styrka öfver till Stralsund.

Mellan Kristian IV och kejsaren aftalades imellertid en fredskongress i Lübeck, till hvilken äfven Gustaf Adolf beslöt att affärda sändebud, ehuru han under dåvarande förhållanden gjorde sig föga hopp om en för framtiden betryggande fred och derföre i sjelfva verket synes hafva velat kriget för att ej lemna kejsaren tillfälle att till Sveriges yttersta fara befästa sin magt i norra Tyskland. Derföre hade Joh. Adler Salvius och de öfrige till Lübeck affärdade svenska sändebuden i uppdrag att söka sak med de kejserlige på det Sverige måtte få en så mycket giltigare anledning till kriget och Gustaf Adolf ej se sina händer bundna genom skenbart billiga förlikningsanbud. De svenska sändebudens snöpliga afvisande från fredskongressen var honom derföre ingalunda ovälkommet. I skrifvelser till de tyska furstarne och ständerne (April 1629) sökte han rättfärdiga sin åtgärd att undsätta Stralsund samt uppräknade alla de oförrätter, som blifvit honom tillfogade af kejsaren, hvilken onekligen tagit det första fiendtliga steget genom de redan år 1627 till Preussen afsända kejserliga trupperna samt derigenom gifvit Gustaf Adolf rättmätig orsak att genom Stralsunds undsättande sörja för Sveriges framtida säkerhet. Likväl gjordes från svensk sida ännu ett försök att inleda underhandlingar med kejsaren och Ligan, i det nemligen Sten Bjelke å svenska riksrådets vägnar affärdades till fredskongressen i Lübeck, med skrifvelser både till Tilly och Wallenstein. Men de af Gustaf Adolf uppställda fordringarne voro i sjelfva verket af den art, att de blott med svärdet kunde genomdrifvas. Han äskade de kejserliga truppernes aflägsnande ur de båda sachsiska kretsarne, de tyska Östersjö-hamnarnes återöppnande samt restitution af alla förfördelade riksständer, isynnerhet konungens fränder hertigarne af Mechlenburg, hvilka, om de voro straff-

bara, borde efter kurfurstarnes godtfinnande försona sin skuld med penningböter. Under dessa vilkor förklarade sig Gustaf Adolf vilja draga sin besättning ur Stralsund samt ingå fred med kejsaren, såvida denne ej vidare understödde polackarne. Kejsaren, som just vid denna tid genom freden i Lübeck befriades från kriget med Kristian IV, var naturligtvis föga böjd att lyssna till dylika fordringar; och saken invecklades ytterligare då Arnim med en del af den kejserliga hären om våren 1629 sändes till Preussen för att der i förening med polackarne sysselsätta svenskarne samt derigenom hindra Gustaf Adolf att, såsom han ernat, gå öfver till Stralsund. Härigenom blef svenskarnes ställning i Preussen högst betänklig, emedan en ej obetydlig del af den svenska krigsstyrkan derstädes föregående höst blifvit öfverförd till Sverige för att användas till det tillernade tyska fälttåget. Dertill kom, att den vankelmodige och opålitlige kurfursten af Brandenburg tycktes sinnad att bryta den med svenskarne ingångna neutraliteten. Denna öfverhängande fara påkallade Gustaf Adolfs personliga närvaro och förmådde honom att tills vidare inställa den åsyftade expeditionen till Tyskland. Imellertid lyckades det hans fältherresnille, som isynnerhet under brydsamma förhållanden alltid framstod i sin fulla öfverlägsenhet, att sätta en gräns för polackarnes och de kejserliges framsteg i Preussen; och under Frankrikes, Englands och Brandenburgs bemedling inleddes på sommaren de underhandlingar, som omsider ledde till det sexåriga stilleståndet i Stumsdorff (den $^{16}/_{26}$ Sept. 1629). Härigenom fick Gustaf Adolf ändtligen fria händer till det länge tillernade tyska fälttåget, hvartill han nu ifrigt uppmanades af Frankrike, som under den statskloke Richelieus ledning åter börjat uppmärksamma den fara, hvaraf äfven det hotades genom det habsburgska husets växande magt.

Frankrikes säkerhet och framtida sjelfständighet fordrade, att det habsburgska husets magt ej finge befästa sig; ty om det lyckades kejsaren att i Tyskland göra sin myndighet gällande, och isynnerhet om det lyckades honom samt det med honom och hans hus genom slägtskapens, politikens och religionens mägtiga intressen så nära förenade Spanien att tillvägabringa en sammanhängande förbindelse mellan sina vidsträckta besittningar, så befunne sig Frankrike från trenne sidor liksom blockeradt och dess politiska oberoende hotadt af en öfverhängande fara. Till denna faras afvärjande hade Henrik IV just gripit till vapen, då han föll för en lönnmördares dolk. Maria af Medici kände sig för svag att på samma gång uppträda mot det habsburgska huset och mot de faktioner, som efter Henrik IV:s död åter

började resa sig inom Frankrike; mot dessa sökte hon tvertom ett stöd i Spaniens vänskap. Äfven efter Marskalkens af Ancre fall och enkedrottningens undanträngande från styrelsen förblef Frankrikes politik länge i det hufvudsakliga oförändrad. Ostördt från Frankrikes sida och till en del gynnadt af dess diplomatiska inflytande fick sålunda det habsburgska huset utvidga och befästa sitt välde i Tyskland, i Schweiz, i Italien, samt med Frankrikes uttryckliga begifvande åter försöka Hollands kufvande. Redan kort efter Sillery's störtande och Richelieu's inträde i den nya ministère, som då bildades (i början af år 1624), varsna vi dock några tecken till en börjande omkastning i Frankrikes yttre politik. Men först sedan Richelieu kommit i spetsen för statsärenderna (Augusti 1624) se vi denna förändrade rigtning med skicklighet och kraft fullföljas, om ock Richelieu mer än en gång fann sina händer bundna, sina planer korsade, dels genom den städse jäsande upprorsandan hos Frankrikes store, dels genom sjelfva enkedrottningens och det strängt katolska partiets hemliga åtgöranden bakom hans rygg. Det förnyade förbundet mellan Holland och Frankrike, den engelska kronprinsens förmälning med franska prinsessan Henriette, österrikarnes fördrifvande ur Graubündten samt Veltlins befrielse från de påfliga trupper, som enligt fördraget i Avignon (1623) höllo det besatt [1]) — dessa voro de närmaste följderna af denna politik, som åter införde Frankrike på den af Frans I och Henrik IV beträdda banan. Och då Frankrike vid samma tid i förening med Savoyen angrep Genua, så blef äfven detta en anledning till ett öppet fredsbrott med Spanien, som åtog sig Genuas sak. I sammanhang med denna den spanska politikens förändrade rigtning stodo äfven de underhandlingar, som om hösten 1624 inleddes med Gustaf Adolf och Kristian IV för att förmå dessa med väpnad hand ingripa i de tyska angelägenheterna, och hvilka följande år ledde till fördraget i Haag, hvarigenom Kristian IV försäkrades om Englands, Hollands

1) Under de inre oroligheterna i Graubündten (1618—1622) hade Spanierne bemägtigat sig Veltlin, medan österrikarne tillegnade sig åtskilliga områden i östra Graubündten samt besatte Chur och Maienfeld. Härigenom var för österrikarne och spanierne den vigtiga förbindelsen mellan Tyrolen och Italien öppnad. Imellertid utverkade Frankrike, att Påfven togs till skiljedomare i frågan om Veltlin, som tills vidare besattes af påfliga trupper, dock med vilkor att österrikiska och spanska trupper såväl här som i Graubündten skulle hafva fritt genomtåg från Italien till Tyskland. Sålunda kunde dock de kejserliga och spanska härarne i sistnämnda land obehindradt draga till sig förstärkningar från Italien. Att österrikarne åter måste utrymma Chur, Maienfeld och Rhäzüns var under sådana omständigheter af jemförelsevis mindre vigt.

och Frankrikes bistånd i det tyska kriget. Man väntade nu, att Frankrike med eftertryck skulle uppträda mot Spanien. Men till en början paralyserades dess krafter genom det ej utan Spaniens hemliga medverkan anstiftade upproret i la Rochelle; och knappast hade England genom sin bemedling förmått denna stad att underkasta sig den franska konungens myndighet, förr än Richelieu, kringgången af det ultrakatolska partiets hemliga stämplingar, fann sig nödsakad att med Spanien afsluta freden i Barcelona (Maj 1626). Ej långt derefter se vi Frankrike med nämnda magt förbinda sig mot England och hugenotterne, i det (1627) ånyo utbrutna kriget mot la Rochelle, och i samråd med Spanien och Påfven uppgöra vidtutseende planer till Karl I:s störtande samt den katolska kyrkans återupprättande i Storbrittanien. Vi hafva dock svårt att tro, det Richelieu verkligen på fullt allvar inlåtit sig i dylika vidtutseende planer, hvilka egentligen synas hafva utgått från pater Berulle och det ultrakatolska partiet i Frankrike. Detta hindrar likväl ej att den sluge kardinalen kunnat begagna dem såsom ett medel att försäkra sig om Spaniens bistånd. Men den mantuanska arfstvisten medförde innan kort en väsendtlig förändring i dessa förhållanden, i det den gjorde Spanien från Frankrikes bundsförvandt till dess uppenbara fiende samt derigenom föranledde en ny omkastning i den franska politiken.

Då Hertig Vincenz II af Mantua och Montferrat (mot slutet af år 1627) dött utan arfvingar på manssidan, hade den af Påfven och Frankrike gynnade Karl Gonzaga af Nevers skyndsamt satt sig i besittning af nämnda hertigdömen, till hvilka han onekligen hade närmaste arfsrätt. De bestredos honom dock af hertigarne af Savoyen och Guastalla, af hvilka den förre gjorde anspråk på Montferrat, den sednare på Mantua. Kejsaren, hos hvilken dessa anspråk blifvit föredragna, och som ansåg sin öfverlänsherrliga myndighet kränkt genom Karl Gonzagas egenmäktiga förfarande, uttalade en sequestrationsdom öfver de ifrågavarande länen, och spaniorerne, hvilka betraktade Montferrat såsom en förmur för Milano, skyndade att med vapenmagt gifva eftertryck åt det kejserliga utslaget. Så många och mägtiga fiender var Karl Gonzaga icke vuxen, så vida han ej kunde förskaffa sig Frankrikes hjelp. Men härutinnan fann han en verksam och inflytelserik förespråkare i Påfven Urban VIII, som ogerna såg det habsburgska husets växande öfvervigt i Italien och genom Frankrike sökte skapa en motvigt mot densamma. Belägringen af la Rochelle hindrade dock franska regeringen att genast efterkomma uppmaningen; men efter stadens fall (d. 30 Oct. 1628) beslöt Ludvig XIII, dertill uppmuntrad

af Richelieu, att i egen persom företaga ett fälttåg till Italien. I Mars månad 1629 drog han, åtföljd af Richelieu, öfver Alperna, stormade de barrikaderade pass, som spärrade honom vägen till Susa, och stod inom kort i denna stad. Nu måste hertigen i Savoyen ingå ett fördrag med fransmännen och spaniorerne upphäfva belägringen af Casale. Venedig, Florenz, Mantua och Genua uttalade sitt gillande af fransmännens förfarande i Italien; påfven, hertigen af Mantua, Venedig och Savoyen ingingo med Frankrike ett förbund (Ligan i Venedig) till betryggande af Italiens framtida oberoende, och under venetiansk bemedling bilades kriget mellan England och Frankrike genom freden i Susa. Slutligen måste äfven Hugenotterne, som emellertid sökt hjelp hos sin kyrkas afsvurne fiende, Spanien, underkasta sig den kungliga myndigheten och såsom en nåd emottaga de friheter, som beviljades dem genom ediktet i Nimes. Härigenom var Frankrike istånd-satt att med odelad styrka vända sig mot Spanien och dess anhängare. Det var också hög tid, ty genom kejsarens och Spaniens förenade magt hotades nu mer än någonsin tillförne den europeiska jemvigten af en fara, som Frankrike till sitt eget sjelfförsvar måste uppbjuda alla sina krafter att bekämpa.

Efter Kristian IV:s besegrande stod kejsarens magt på en höjdpunkt, som till och med hos Tysklands katolska furstar väckte oro och farhågor. Men äfven utom Tyskland började man snart erfara hvad man af denna magt hade att frukta.

Vid samma tid som Arnim med 9,000 man sändes till Preussen för att der bistå polackarne, och en annan kejserlig här af 10,000 man tågade spaniorerne till hjelp mot holländarne, se vi en tredje mer än 20,000 man stark genom Graubündten och Veltlin bana sig väg till Italien för att der samverka med en lika stor spansk här under Spinola. De vigtiga passen i Graubündten kommo åter i österrikarnes händer, och hertigen af Mantua, från tvenne sidor angripen af en öfverlägsen krigsmagt, befann sig snart i yttersta trångmål.

Det var under dessa betänkliga förhållanden, som Richelieu, efter att förgäfves hafva sökt förmå Kristian IV fortsätta kriget mot kejsaren [1]), beslöt att närma sig den svenske konungen. Mantua och Stralsund, Alppassen och Östersjöhamnarna voro de vidt skiljda punkter, hvilka genom de likartade intressen, som vid dem fästade sig, bildade liksom naturliga föreningslänkar mellan Frankrikes och Sveriges politik. Också kände både Gustaf Adolf och Richelieu att de be-

1) Med detta uppdrag hade Charnacé om våren 1629 blifvit sänd till Kristian IV.

höfde hvarandra. Båda önskade att genom ett förbund blifva försäkrade om hvarandras bistånd; men ingendera ville vara den, som hos den andra begärde det; ingendera ville visa sig allt för angelägen om en sak, som lika mycket låg i bådas intresse; å ömse sidor ville man vara den anmodade, såväl af många andra skäl som för att i sista hand kunna bestämma vilkoren. Det uppstod sålunda mellan båda en diplomatisk strid, hvari Gustaf Adolf slutligen behöll segern; men han har derigenom hos efterverlden gifvit anledning till den ogrundade åsigten, att det var Frankrike, som genom sina löften och förespeglingar förmådde honom till det tyska kriget. Om dess oundviklighet för Sverige, var han dock tidigt öfvertygad och lyckades derom äfven öfvertyga den i början tveksamme Oxenstjerna, som slutligen måste erkänna, att det för Sverige ej gafs någon annat val än att enligt konungens uttryck "hålla kriget fjerran gående" för att ej deraf uppsökas inom egna gränser [1]).

Så snart Gustaf Adolf genom Stralsunds undsättande tagit det första afgörande steget på den tyska krigsskådeplatsen, blef det en af hans närmaste omsorger att söka försäkra sig om de magters bistånd, med hvilka han redan 1624—1625 underhandlat om ett förbund mot kejsaren. Bland dessa var, såsom vi redan nämnt, äfven Frankrike. Då derföre sekreteraren Lars Nilsson i åtskilliga mindre vigtiga ärenden om sommaren 1628 sändes till Frankrike, medförde han äfven det hemliga uppdrag att under enskilda samtal med de magtegande derstädes, isynnerhet Richelieu, söka inleda frågan om en förbindelse mellan Sverige och Frankrike till hämmande af det habsburgska husets växande magt. För sådant ändamål borde han liksom af sig sjelf och utan sin regerings uppdrag låta förstå, det Gustaf Adolf ej vore obenägen att inlåta sig i det tyska kriget, så vida han försäkrades om de öfriga i saken intresserade magternas bistånd; men då de tillförne af honom i detta hänseende framställda förslag icke blifvit antagna, vill han ej ytterligare blottställa sin värdighet genom att liksom påtruga sin hjelp.

Då Lars Nilsson med detta vigtiga uppdrag, som sannolikt var det hemliga hufvudändamålet med hans beskickning, anlände till Frankrike, var dess politiska ställning föga gynnsam för hans ärende. Han fann Frankrike i uppenbart krig med England, som åtagit sig la Rochelle's sak, samt i förbund med Spanien, och under sådana omstän-

1) Geijer a. st. s. 170 o. ff. Jemf. de i „Arkif till upplysning om svenska krigens och krigsinrättningarnes historia" (Del. I sid. 1—64) aftryckta handlingar, samt A. Oxenstjernas bref till Gust. Adolf.

digheter föga benäget att inlåta sig i något företag mot kejsaren. Men såsom vi redan anmärkt förändrades snart dessa förhållanden, och Richelieu började då lyssna till de af Lars Nilsson framkastade vinkarna. På en tid, då kejserliga härar i Italien och Nederländerna förenade sina vapen med Spaniorernes, och äfven Lothringen hotades med invasion af spanska och kejserliga trupper, måste det för Richelieu vara så mycket angelägnare att genom Gustaf Adolf sysselsätta kejsaren i Tyskland, som denne efter freden i Lübeck (Maj 1629) icke vidare hade något att befara från Kristian IV:s sida och, vid den rådande modlösheten hos de tyska protestanterne, icke heller af dem tycktes hafva något att frukta, såvida ej en ny fiende segrande uppträdde på det tyska rikets grund. Derföre afsändes om hösten 1629 Charnacé till Gustaf Adolf för att utforska hans tänkesätt, uppmana honom till det tyska kriget samt dertill skaffa honom fria händer genom en fred eller ett flerårigt stillestånd med Polen [1]). I samma ärende infann sig äfven ett engelskt sändebud Thomas Roe, hos konungen, som då vistades i Preussen, och för hvilken sålunda gynnande utsigter öppnade sig till det af honom åstundade förbundet med England och Frankrike [2]). Men han ville af redan anförda skäl ej visa sig angelägen derom, isynnerhet som han tvifvelsutan insåg, att Frankrike i sin dåvarande ställning skulle uppbjuda allt för att förmå honom till en härnad i Tyskland. Då derföre Charnacé hade företräde hos honom och (enligt konungens eget uttryck i ett bref till Axel

1) Om denna beskickning yttrar Flassan („Histoire générale et raisonnée de la diplomatie française“, T. II s. 447): Le cardinal chargea Charnacé, qui était son parent, de se rendre auprès de Gustave, quoique sans caractère, afin de ne pas donner ombrage à l'empereur.“

2) Äfven med Holland stod Gustaf Adolf denna tid i underhandlingar om ett förnyande af det mellan Sverige och Holland år 1614 afslutade 15-åriga förbundet. Den till Holland affärdade Hofmarskalken Didrik v. Falkenberg (densamme som 1630 sändes till Magdeburg) ledde i förening med Sveriges ordinarie ambassadör hos Generalstaterne L. Camerarius, dessa underhandlingar, hvilka dock ej förde till önskad påföljd, emedan Holländarne bjödo för ringa subsidier och fordrade att i de preussiska och liefländska hamnarne få åtnjuta handelsfriheter, som Gustaf Adolf ej ville medgifva. Dessutom fruktade han att genom ett förbund med Holland beröfva sig utsigterna till franska subsidier; ty om han genom ett dylikt förbund förpligtade sig till det tyska kriget, så skulle Frankrike sannolikt draga fördel deraf utan att erbjuda honom sitt understöd; men af Frankrike väntade han i annat fall bättre vilkor, än af Holländarne, som dessutom i hvarje händelse medelbarligen skulle gagna honom genom sitt krig med Spanien. Man ser häraf, att Gustaf Adolf redan vid denna tid (efter Charnacés första beskickning till honom) började göra sig temligen säker räkning på franska subsidier.

Oxenstjerna) "med all magt ville poussera honom till det tyska kriget" yttrade konungen många betänkligheter och låtsade sig till en början föga böjd att inlåta sig i ett så vidtutseende företag; dock lät han slutligen påskina att han ej vore alldeles omedgörlig, om han blott formligen anmodades om saken samt försäkrades om andra magters understöd [1]). Imellertid lyckades det förnämligast genom Charnacé's outtröttliga bemödanden, att tillvägabringa det 6-åriga stilleståndet med Polen, och nu se vi konungen under vintern 1629—1630 med rastlös ifver bereda sig till det tyska fälttåget. Men på samma gång lät han i Tyskland och annorstädes utsprida, att han högeligen åstundade en förlikning med kejsaren, ja att han till och med icke vore obenägen att med kejsaren och Spanien göra gemensam sak mot Holländarne, till hvilka han under den sednaste tiden kommit i ett mindre vänskapligt förhållande. Med dessa föregifvanden hade han flera beräkningar. Dels ville han insöfva de kejserliga i säkerhet samt förmå kejsaren att minska sin krigsmagt vid Östersjön och i stället förstärka sin här i Italien, hvarigenom Frankrike äfven skulle blifva så mycket angelägnare om Sveriges bistånd. Dels ville han genom denna låtsade benägenhet för fred öfverbjuda Wallenstein, som vid denna tid visade sig särdeles försonligt sinnad, sannolikt för att från sig afvända den af kurfursten af Bayern framkastade anklagelsen att han afsigtligt sökte förlänga kriget [2]). Genom att sålunda kasta hela skulden för kriget på Wallenstein, ville konungen hos de tyska furstarne stegra missnöjet med denne och derigenom förmå Ligan att åtminstone till en början iakttaga en neutral ställning, tilldess han väl hunnit fatta fast fot i Pommern. Till en stor del gingo dessa beräkningar verkligen i fullbordan, hvartill ej blott Frankrike, utan äfven påfven Urban VIII i icke ringa mån bidragit. Sålunda skulle man kunna säga att de i sjelfva verket båda blefvo verktyg åt Gustaf Adolf, medan den statskloke Richelieu trodde sig begagna den svenske konungen såsom ett verktyg för Frankrikes intressen. Det sanna förhållandet är, att

1) Att Charnacé redan vid denna sin beskickning erbjudit Sverige subsidier, synes bland annat af konungens yttrande i rådet d. 27 Oct. 1629, att Frankrike erbjudit sig att i Januari (1630) erlägga 400,000 imperialer förskottsvis.

Äfven förtjenar anmärkas, att Frankrike redan om hösten 1629 afslöt ett fördrag republiken Venedig som derigenom förband sig att ifrån och med år 1630 med 400,000 livres bidraga till de subsidier som Frankrike skulle betala Sverige för en diversion i Tyskland.

2) Konungen var öfvertygad att Wallenstein ej hade något allvar med sin visade benägenhet för en förlikning och säger sig derföre vilja gripa fienden an med dess egna praktiker.

de ömsesidigt dragit fördel af hvarandras ställning, utan att härvid vilja synas handla i eget intresse. Föröfrigt kan Urban VIII, oaktadt all sin förslagenhet, snarast sägas hafva varit den, som gått i den sluge kardinalens ledband; men Gustaf Adolf har af denne ej låtit öfverlista sig [1]).

Imellertid hade Richelieu äfven på andra håll fullföljt sina planer till det habsburgska husets försvagande. I Augusti 1629 affärdade han franska geheimerådet Marcheville i en beskickning till de tyska furstehofven för att, såsom det hette, underrätta dem om det efter Hugenotternes besegrande lyckligen återställda inre lugnet i Frankrike, erbjuda den franske konungens medverkan till afhjelpande af de rådande missförhållandena i det tyska riket samt till kurfurstarnes bibehållande vid det anseende och de rättigheter, som genom deras rang och kurfurstliga värdighet tillkommo dem [2]). Visserligen hade Marcheville äfven i uppdrag att gendrifva de gängse ryktena om franske konungens afsigt att anstifta oroligheter i det tyska riket samt rättfärdiga hans åtgärd att bistå hertigen af Mantua; men af det redan anförda finner man dock lätt, hvad som var franske styrelsens egentliga syfte med den ifrågavarande beskickningen. Detta blifver ännu tydligare af de meddelanden, Marcheville vid ett besök i Frankfurt gjorde markgrefven Kristian af Brandenburg, att nemligen konungens af Frankrike erbjudna interposition afsåge pfalzgrefve Fredriks restitution på billiga vilkor [3]), hvarvid Marcheville tillade, att, "emedan kronan Frankrike numera stiftat inre fred, så vore hans konung böjd att på anmodan och försäkran om deras biträde, lemna de betryckta ständerna i (det tyska) riket eftertrycklig assistentz, på det att det heliga rikets frihet och lugn likaledes måtte repareras [4]).

---

1) Det föregående mestadels efter handlingar i Kongl. Riksarkivet i Stockholm. Jemf. L. Ranke, Französische Geschichte vornehmlich im sechzehnten und siebzehnten Jahrhundert; 2:ten Band.

2) Se Ludvig XIII:s skrifvelse t. kurf. af Sachsen, dat. S:t Germain d. 6 Aug. 1629; samt Marchevilles memorial till kurfursten dat. Dresden d. Oct. 1629. Kurfursten gaf på dessa framställningar ett afböjande svar, och skyndade att om saken underrätta så väl kejsaren som de katholska kurfurstarne. Jemf. kurfurstens af Mainz bref till kurf. af Sachsen, dat. Mainz d. 22 Oct. 1629, hvari den förre meddelar Marchevilles ärende hos honom samt sitt svar derå. (Se hithörande handlingar i Statsarkivet i Dresden.)

3) Detta hade Marcheville äfven vidrört i sitt muntliga andragande hos kurf. af Mainz, men uteslöt det i det skriftliga memorial han till honom öfverlemnade. (Se kurf. af Mainz ofvananf. bref till kurf. af Sachsen.)

4) Hertig Johan Kasimir af Sachsen till kurfursten af Sachsen-Koburg d. 7 Oct.

Det förtjenar härvid anmärkas, att Marchevilles uppdrag var ställdt till alla kurfurstarne i riket, *utom kurfursten af Bayern.* Icke dessmindre skall Marcheville hafva besökt kurfursten i München, men sannolikt ville man för kejsaren fördölja det hemliga förstånd, som redan då egde rum mellan Frankrike och Bayern, ty vi veta [1]), att redan om våren 1629 ett fördrag uppsattes, hvari bestämdes med huru stor truppstyrka de skulle bistå hvarandra i händelse af ett krig mot kejsaren. Visserligen dröjde kurfursten att underteckna detta fördrag, men hans hemliga förbindelser med Frankrike förråddes mot slutet af år 1629 för det spanska hofvet [2]), som skyndade att underrätta kejsaren om saken. Kejsaren förständigade kurfursten härom [3]), dock utan att låta påskina det ringaste misstroende till hans afsigter, samt anmodade honom att genom en beskickning till Madrid deltaga i de der öppnade fredsunderhandlingarna mellan England och Spanien. I sitt svar på denna skrifvelse tackar Maximilian kejsaren för hans förtroende till kurfurstens "trogna, tyska, ståndaktiga sinnelag" och försäkrar att hvad de spanska aviserna innehöllo om honom och isynnerhet om hans förmenade afsigt att med Frankrike, England, Sverige och Holland förbinda sig mot kejsarens hus, saknade all grund. Men den ifrågasatta beskickningen till Spanien afböjde han med den förklaring, att då de öfriga katolikerna, isynnerhet kurfurstarne af Mainz, Trier, erkehertig Leopold och andra, som likaledes innehade delar af de pfalziska länderna, äfven voro intresserade i denna fråga, så ville kurfursten ej genom en af honom enskildt affärdad beskickning gå dem i förväg och bevilja något, som kunde vara dem prejudicerligt [4]). Kejsaren låtsade tro kurfurstens försäkringar [5]); dock torde denna tillit ej hafva varit fastare än kurfurstens "trogna, tyska, ståndaktiga sinnelag", hvarpå vi i det följande få se mer än ett upplysande prof.

Imellertid fortgick Richelieu med raska steg på den bana han beträdt. I Champagne anställdes starka krigsrustningar, som väckte både Spaniens och kejsarens oro. Denna ökades genom det gängse

---

1629. (Statsarkivet i Dresden.) Markgrefven hade d. 30 Sept. besökt hertigen och då meddelat honom Marchevilles ofvananförda yttrande.

1) Genom Aretin, „Bayerns auswärtige Verhältnisse."

2) Det skall hafva skett på Richelieus föranstaltande, för att tillintetgöra de mellan England och Spanien öppnade fredsunderhandlingarna.

3) Genom ett bref, dat. Wien d. 12 Dec. 1629.

4) Kurf. af Bayern till kejsaren, München d. 14 Jan. 1630. (Statsarkivet i Wien.)

5) Bref till kurf., dat. Wien d. 15 Jan. 1630 (a. st.), säger sig kejsaren aldrig tviflat på kurfurstens trohet mot kejsaren och riket.

ryktet, att holländarne, öfvermodiga af sina lysande framgångar år 1629 samt uppmuntrade af underrättelsen om Gustaf Adolfs tillernade fälttåg till Tyskland, beslutat uppställa trenne härar samt med den ena af dem om våren 1630 företaga ett infall i det tyska riket. Man befarade att fransmännen samtidigt skulle infalla i stiftet Lüttich, som öppet låtit förljuda att det ville gifva sig under franska kronans skydd [1]). Hertig Julius Fredrik af Würtemberg misstänktes för att vilja träda i fransk tjenst [2]), landtgrefve Wilhelm af Hessen Cassel att erna upplåta åt holländarne Cassel och Ziegenhain [3]).

I sjelfva verket var vid denna tid den franska diplomatien särdeles verksam så väl i Tyskland som på andra håll. I Schweiz tillvägabragte den dit affärdade marskalken Bassompierre (Mars 1630) ett fördrag mellan Frankrike och Edsförbundet till österrikarnes fördrifvande ur Graubündten [4]); och ungefär samtidigt se vi en ny fransk utskickad, sekreteraren Kasper Simon de Massan, uppträda i Tyskland. Vid ett företräde som denne hade hos kurfursten af Mainz (i Aschaffenburg d. 3 Februari) betygade han sin konungs önskan att den genom grefven af Marcheville inledda förtroliga korrespondensen mellan Frankrike och Kurmainz måtte fortfara, samt försäkrade att krigsrustningarne i Champagne icke på minsta vis voro riktade mot det tyska riket, till hvars pacifikation konungen fastmer vore villig att medverka. Härpå gaf kurfursten ett förbindligt svar, instämmande i önskan att den goda korrespondensen måtte fortfara. Derjemte underrättade han konungen att kejsaren just öfverlade om medlem till fredens och lugnets återställande i det tyska riket, och att för detta ändamål en personlig sammankomst mellan kejsaren och kurfurstarne med första vore att förvänta. "Liksom konungen af Frankrike hit-

---

1) Infantinnan Isabella till kejsaren, Bruxelles d. 22 Febr. 1630 (Statsark. i Wien). Hon uppmanar med anledning häraf kejsaren, att oförtöfvadt till det lutherska landet afsända allt såväl i Nedra Pfalz som i Elsas disponibelt krigsfolk, emedan de Neder-Burgundiska länderna eljest sväfvade i den största fara.

2) Hertig Julius Fredrik af Würtemberg till kejsaren, Brenz d. $^{2}/_{12}$ Mars 1630 (Statsark. i Wien). I denna skrifvelse söker hertigen rättfärdiga sig för de om honom utspridda ryktena. Detta upprepar han i en sednare skrifvelse till kejsaren dat. Brenz d. 7 April 1630. (A. st.).

3) Se kejsarens bref t. landtgrefven Wilhelm dat. Wien d. 13 Jan. 1630 samt ett annat af samma dato till landtgrefve Georg af Hessen. Jemf. landtgrefve Wilhelms svar, dat. Cassel d. 15 Febr. 1630, hvari han söker vederlägga ryktet. (Samtl. i Statsark. i Wien).

4) Flassan, Historie générale et raisonnée de la diplomatie française; Tom. II s. 427 o. ff.

tills icke gillat deras förfarande, som sökt turbera det tyska rikets författning, så hoppades man, att han äfven fortfarande skulle framhärda i detta tänkesätt och derigenom ännu mer förvärfva sig de trogna, tyska kurfurstarnes och ständernas erkänsla [1]). Man inser lätt det tvetydiga i sistanförda fras, som äfven kunde tillämpas på Wallenstein, hvilken just vid denna tid anklagades för att vilja gifva riket "en annan form och modell." För att likväl från sig aflägsna alla misstankar, skyndade kurfursten att om saken förständiga kejsaren, hos hvilken dessa franska beskickningar redan väckt oro och missnöje [2]). Tvifvelsutan har Massan äfven haft ett likartadt uppdrag till de öfriga katolska furstarne, hvilka vi sedermera på konventet i Regensburg finna i bästa förstånd med Frankrike.

Samtidigt med Bassompierres beskickning till Schweiz och Massans till Tyskland, lät franska regeringen genom Charnacé öppna underhandlingar med Gustaf Adolf rörande ett förbund mellan Sverige och Frankrike. I de instruktioner, som för sådant ändamål tillsändes Charnacé [3]), säges det vara Hans Majestäts (Ludvig XIII:s) afsigt, att Charnacé skulle förmå konungen af Sverige allvarligen sysselsätta

---

1) Se bilagorna till kurfurstens af Mainz bref till kejsaren, dat. Aschaffenburg „in meinem S. Johanssburg", d. 9 Febr. 1630. (Statsark. i Wien).

2) Såsom redan är nämndt hade kurfursten af Sachsen (i en skrifvelse, dat. Dresden d. 7 Oct. 1629) underrättat kejsaren om Marchevilles besök samt det svar kurfursten gifvit konungen af Frankrike. I den skrifvelse (dat. Wien d. 12 Dec. 1629), hvari kejsaren besvarar kurfurstens bref, lofordas denne för det han tagit kejsarens och rikets höghet och reputation i akt, och kejsaren bekänner att Marchevilles beskickning förefölle honom ganska misstänkt: „Sintemahl sich besagten Marcheville in solchen sachen so dess heyl. Reichs Standt betreffen, zuuorderist bey Vnss, als dem Haupt anmelden sollen, Wir auch auss der vnbestendigkeit seiner jezigen vnd vormahls bey etlichen Churfürsten gethanen proposition vnd anbringen so viel abnehmen, dass er mehr, alss Er instruirt ist, vnterfangen thue, oder solche legationes etwa selbsten an dem französichen hoff sollicitirt, welche in effectu dahin angesehen, die beschwerung dess heyl. Reichs Stände vnd vndertruckung dero freyheit Vnnss zuezumessen und das arbitrium der Reichssachen für Franckreick zuziehen, so alles Sachen sein, welche vnserer und des heyl. Reichs hoheit zuwider lauffen, darinnen Wir auch ganz vngleich beschuldiget werden." Derföre vore kejsaren ock sinnad att på nästa kurfurstekonvent begära samtlige kurfurstarnes betänkande öfver huru framdeles borde förfaras med dylika sändebud, alldenstund sådana legationer mer åsyftade spioneri och uppvigling samt antastande af kejsarens och rikets högsta präeminenz än något annat, bättre ändamål; och alldenstund hvarken kejsaren eller hans förfäder någonsin utsändt några slika legationer till franska eller andra utländska furstar. (Se anf. bref i Statsark. i Dresden.)

3) De voro daterade d. 18 Dec. 1629.

sig med Tysklands angelägenheter, så väl för att befria kejsarrikets furstar och ständer från spaniorernes tyrannie, som med anledning af det misstroende han borde erfara vid att allt närmare i sitt grannskap se ett hus utbreda sig, hvilket traktade efter en universalmonarki, och hvars ärelystnad ej hade andra gränser, än den fann i ett tappert och kraftigt motstånd. Det vore för detta ändamål som H M:t (af Frankrike) låtit i Champagne samla en här af 40,000 man och i Italien en annan af lika styrka för att med dem möta Österrikes vapen; Hans Aldrakristligaste Majestät, som önskade att göra konungen af Sverige till hufvud för detta ärofulla företag, erbjöd honom till krigskostnadernas bestridande ett årligt understöd af 600,000 frank; om likväl konungen af Sverige yrkade ett understöd af 900,000 frank, skulle Charnacé i sista hand dertill samtycka. För öfrigt betingade Frankrike neutralitet åt den katolska Ligan och isynnerhet åt kurfursten af Bayern för att på samma gång söndra Ligan från kejsaren, samt visa, att det här ej handlade om religionen, utan om det tyska rikets frihet, hvarutinnan Ligans medlemmar sjelfve voro intresserade och sålunda skulle kunna gynna det ifrågavarande företaget eller åtminstone förblifva neutrala [1]).

Med dessa uppdrag begaf sig Charnacé (som sedan sin förra beskickning synes hafva qvardröjt i Köpenhamn) i Februari 1630 ånyo till Gustaf Adolf, som då vistades i Sverige, sysselsatt med förberedelserna till det tyska fälttåget, men tillika fullföljande sin väl beräknade diplomatiska rol. Förgäfves sökte det franska sändebudet blända honom genom smickrande förespeglingar. Han vore, sade Charnacé, i hela Tyskland väntad såsom en Messias, folket skulle gifva sitt hjerta för att föda hans här: *hans* blefve fördelen och äran af detta krig: konungen af Frankrike ville nöja sig med att se sin vän beundrad i verlden och att förhjelpa honom till kejsardömet i östern, om han det eftersträfvade. Gustaf Adolf svarade att han om de tyska furstarnes sinnesstämning hade helt andra underrättelser och åberopade härvid både den sachsiske och den brandenburgske kurfurstens uppförande; han visste dessutom af god hand, tillade han leende, att de första, som mot honom skulle gripa till vapen, vore Bayern ock den katolska Ligan, såsom hvars beskyddare Frankrike ville uppträda i detta förbund [2]). Imellertid utsågos svenska fullmäktige, som i Westerås underhandlade med Charnacée om vilkoren för det föreslagna förbundet.

---

1) Flassan a. st. s. 448 o. ff.

2) Geijer a. st. s. 182.

Ett förbundsfördrag uppsattes här och undertecknades såväl af Charnacée som af de svenska fullmäktige. Genom detta fördrag förpligtades Sverige att föra kriget i Tyskland, Frankrike att lemna understöd i penningar. Såsom förbundets ändamål betecknades de tyska ständernas återinsättande i deras gamla fri- och rättigheter, det kejserliga krigsfolkets aflägsnande, hafvets och handelns betryggande. I afseende på religionen skulle de bestående rikslagarne upprätthållas, och Gustaf Adolf tillstädja den katolska gudstjensten, hvarhelst han förefunne den. De tyska furstar och ständer, som så önskade, skulle det stå fritt att biträda detta förbund. Ligan skulle åtnjuta neutralitet. Slutligen aftalades, att kejsaren i den blifvande freden skulle förbindas att så väl vid Östersjön som i Graubündten nedbryta de af de kejserlige gjorda befästningarne. Gustaf Adolfs fordran, att konungen af Frankrike ej utan hans vetskap och samtycke skulle sluta fred i den mantuanska tvisten, hade Charnacé bemött med den invändningen, att han ej visste hvad hans herre kunde hafva lofvat italienarne; likväl borde Gustaf Adolf vara förvissad om Richelieu's allvar i denna fråga, då kardinalen just nu för andra gången droge till Italien. Men Gustaf Adolf hade äfven andra betänkligheter och vägrade att stadfästa det i Westerås aftalade fördraget. Den förnämsta stötestenen synes hafva varit Charnacés fordran, att Gustaf Adolf skulle skicka ett sändebud till Frankrike för att der träffa närmare aftal rörande den truppstyrka, hvarmed Sverige borde föra kriget i Tyskland och hvarefter Frankrike ville rätta subsidiernas belopp [1]). Härtill ville Gustaf Adolf blott med det vilkor samtycka, att hvad som redan blifvit aftaladt i Westerås i alla händelser skulle ega giltighet, hvadhelst som komme att ytterligare beslutas i Frankrike. Men då Charnacé ej kunde härtill förbinda sig, ansåg konungen hela underhandlingen stå på allt för lös grund. Han misstänkte, att Frankrike blott ville genom honom sysselsätta kejsaren i Tyskland för att under tiden kunna tilltvinga sig en så mycket förmånligare fred i Italien och sedermera lemna honom, liksom förut Holland och Kristian IV, i sticket. Dessutom ansåg han de erbjudna subsidierna (tre tunnor guld) allt för ringa, för att han under sakernas dåvarande tillstånd skulle till det priset "så högt förobligera sig till konungens af Frankrike nutum och arbitrium"; isynnerhet som han fruktade, att om han nu bunde sig genom det föreslagna fördraget med Frankrike, han derigenom skulle

1) I sitt bref till Axel Oxenstjerna af den 25 Mars 1630 säger sig konungen i hufvudsaken hafva varit ense med det franska sändebudet, men anför ofvannämnda omständighet såsom förnämsta skälet till sin vägran att ratificera fördraget.

beröfva sig Englands och Hollands understöd, äfvensom möjligheten af en förmånlig förlikning med kejsaren. För en sådan förlikning, hvartill kejsarens dåvarande ställning öppnade en gynnsam utsigt, var Gustaf Adolf vid ifrågavarande tidpunkt icke obenägen, äfven om han derigenom blott skulle bereda sig några års lugn på det hållet. Ty han fann Danmarks förhållande högst misstänkt, hvarförutan en med Danzig uppkommen och, enligt hans öfvertygelse, af Danmark och Holland underblåst tvist äfven påkallade hans uppmärksamhet; hvadan han var oviss, åt hvad håll han först borde vända sina vapen. Äfven hade från Preussen oroande tidningar inlupit, "liksom skulle der vara kändt något upplopp, och herr Johan Banér kommen på olycka." Derföre säger konungen sina resolutioner ännu hänga på de underrättelser han väntade från A. Oxenstjerna, som då befann sig i Preussen. "Hvarföre är Wår befallning," skrifver konungen med anledning häraf till rikskansleren, "att J med aldraförsta gifve oss tillkänna hvad edert tillstånd är, enkannerligen om Wi kunne njuta det tyska rytteriets tjenst, och om J kunnen verificera de förslag Wi eder sist med Grubben tillsände" [1]). Det var dessa från alla håll sig hopande faror och svårigheter, som för ett ögonblick kom Gustaf Adolf att tveka, hvad han borde "först eller sist begynna," samt förmådde honom att för hvarje händelse "sno en *telam tractatus* med de kejserska." Men han har dock ej länge besinnat sig, innan han, ännu osäker om främmande understöd och sålunda blott hänvisad till egna krafter, beslöt att företaga det tyska fälttåget och, enligt det svenska riksrådets tillstyrkan, "drifva underhandlingarne under hjelmen." I detta djerfva beslut leddes han liksom af en högre ingifvelse, och den varma hänförelse hvarmed företagets storhet fyllde hans bröst, har hos honom redan från början parat sig med en fast tillförsigt till dess framgång. Den härflöt från en i grunden religiös känsla af den höga kallelse, han gick att uppfylla, och den ofta framskymtande aningen om en snart stundande död, har åt denna känsla gifvit det djupa allvarets prägel.

En omständighet väckte dock Gustaf Adolfs oro och farhågor.

1) Detta har afseende på det kansleren tillsända „Memorial öfver de ärenden, som angå den preussiska staten och H. M:t vill att Cantzleren tager i akt; Actum Stockholm d. 17 Januari anno 1630." (Efter svenska Riksregistraturet aftryckt i „Arkiv till upplysning om svenska krigens och krigsrättningarnes historia," D. I s. 88. o ff. — Se föröfrigt Gustaf Adolfs båda skrifvelser till A. Oxenstjerna dat. Stockholm d. 17 och 25 Mars 1630; jemf. „Memorial öfver de ärenden, som Kongl. M:t vill att Cantzleren tager i akt och gifver sitt svar uppå. Actum Stockholm d. 8. Aprilis anno 1630." (A. st. s. 100 o. ff.)

Det var den tvetydiga ställningen till Danmark, hvilken lät befara ett angrepp från detta håll, och det undgick ej den svenske konungens skarpa blick, att han här "lemnade en fara bakom sig" [1]). Danmark kunde ej med likgiltighet se, att en rivaliserande magt allt mer och mer utvidgade sitt välde vid Östersjön. Redan var dess östra kustländer i svenskarnes händer, och genom sina eröfringar i Preussen hade Gustaf Adolf tagit det första steget på södra Östersjö-kusten. I Stralsund hade Sveriges och Danmarks intressen sammanstött, och blott af omständigheterna dertill tvungen hade Kristian IV återkallat sin garnision samt sålunda lemnat Svenskarne i odelad besittning af staden. Detta måste naturligtvis nära afunden och misstroendet mellan de båda grannstaterna, och mötet i Ulfsbäck (Febr. 1629) var föga egnadt att skingra Gustaf Adolfs misstankar. Dessa stegrades genom de tidningar, som inlupo från den svenska agenten Fegräus rörande Kristian IV:s tänkesätt och yttranden. Dessa och andra omständigheter kommo Gustaf Adolf att befara ett fredsbrott från danska sidan, och om våren 1630 tvekade han till och med, huruvida han ej först borde angripa Danmark för att på detta håll tilltvinga sig en säker och betryggande fred innan han öppnade det tyska fälttåget.

Imellertid hade Kristian IV, sannolikt för att sätta en gräns för Gustaf Adolfs vidare framsteg, erbjudit sig till fredsmedlare mellan honom och kejsaren. Båda antogo förslaget, hvarpå en fredskongress beramades till Danzig. Utsigterna för densamma voro till en början icke ogynnsamma. Kejsaren önskade fred för att kunna genomdrifva sina planer i Tyskland; ty han umgicks med afsigten att få sin son vald till romersk konung och måste derföre söka blidka de tyska kurfurstarne, hvilka högljudt klagade dels öfver Wallenstein, dels öfver de olidliga krigspressurer, som det fortfarande krigstillståndet medförde. Äfven Gustaf Adolf var, såsom vi redan nämnt, vid ifrågavarande tidpunkt icke obenägen för en fred, hvilken under dåvarande förhållanden äfven för honom var önskvärd; men han beslöt dock tillika att med svärdet gifva eftertryck åt sina fordringar, och på samma gång han beordrade sina sändebud till fredskongressen, inskeppade han sig med sin i Sverige samlade krigsmagt och afseglade den 17 Juni (g. st.) från Stockholms-skären, der han länge blifvit uppehållen af motvind. Kort förut (i början af Juni) hade befälhafvaren i Stralsund Alexander Lesslie, hvars armée-corps under våren blifvit förstärkt till 9,000 man, bemäktigat sig ön Rügen, hvarest de kejserlige

1) Geijer a. st. s.

förskansat sig. Underrättelsen om denna framgång mötte Gustaf Adolf på öppna sjön dagen efter sedan han lemnat den svenska skärgården. Missgynnande vindar fördröjde resan, så att Gustaf Adolf först den 24 Juni anlände under tyska kusten (vid Perdt). Här samlades flottan, som nu med god vind seglade fram förbi Greifswaldsöarna. Den 26 gaf konungen ordres att hälften af fotfolket skulle landstiga på Ysedoms-udden vid Peenes utlopp. "Hvilket ehuruväl det något sent kunnat ställas i verket och för det grund vid samma land finnes, långsamt och med stort besvär är tillgånget, så att K. M. allenast med 3 lodjor är i förstone dit ankommen; så hafver likväl Gud gifvit den lyckan och nåden, att hvarken någon fiende hafver synts vara för handen, ej heller allt sedan någon sig presenterat, som landgången, och att K. M. sig här fästa kunde, förhindra måtte. Hafver alltså K. M. (dess Gud [ske] låf) nu satt sin fot här på landet, och mest allt folket lyckligen och utan all skada eller motstånd debarquerat. Hvilket såsom det är en synnerlig Guds välsignelse, i det fienden hafver haft här en synnerlig lägenhet att difficultera K. M. landstigandet, och den likväl icke tagit i akt, så att man deraf judicerar, antingen dem af oförståndigt commendement, eller ock en synnerlig skräck och räddhåga (säsom allmänt föregifves) vara occuperade. Hafver icke heller allt härtill, så vidt kunskaperna lyda, gjort någon synnerlig præparation till vedherstånd. Förmodar man derföre, näst Guds hjelp, när K. M. får trupperne tillsamman, på denna lyckliga begynnelse en önskelig success och utgång" [1]).

Den styrka, hvarmed Gustaf Adolf landsteg på tysk botten uppgick till omkring 13,000 man och var i synnerhet svag på rytteri. Visserligen förstärktes den med några tusen man af den Stralsundska garnisonen, men var dock före ankomsten af ytterligare förstärkningar allt för svag för att på öppna fältet kunna mäta sig med en fiende, för hvilken hela Tyskland darrade. Men många af Gustaf Adolf ej förbisedda omständigheter gynnade hans förehafvande. Både på Holland och Frankrike måste kejsaren hafva ett vaksamt öga. Bland Tysklands protestanter herrskade ett blott genom fruktan undertryckt missnöje, hvilket det var vådligt att lemna fria tyglar, och mot hvilket man derföre städse måste vara beredd att använda vapenmagt. Men äfven mellan kejsaren och Ligan hade sedan någon tid ett ganska spändt förhållande egt rum, och kejsaren till förtroendets återställande omsider sett sig nödsakad att samtycka till Wallensteins aflägsnande från

1) L. Grubbes relation af d. 28 Juni (g. st.) 1630 (A. st.)

befälet öfver den kejserliga hären. Härigenom befriades Gustaf Adolf, kort före sitt uppträdande på den tyska krigsskådeplatsen, från en farlig motståndare: och likväl dröjde det ännu länge innan Ligan på ett kraftigare sätt understödde kejsaren, som sålunda till en början såg sig uteslutande hänvisad till sina egna försvarskrafter. Men af den kejserliga hären befann sig en ej obetydlig del i Italien. Återstoden var i vidt spridda qvarter förlagd öfver större delen af Tyskland, och vid Gustaf Adolfs landstigning i Pommern funnos der och i Mechlenburg blott omkring 40,000 man under Torquato Contis befäl, hvilka hade att bevaka en lång kuststräcka och dessutom för att kunna underhållas hade blifvit fördelade öfver de områden, som enligt det af Wallenstein införda systemet måste bidraga till deras försörjande. Häraf förklaras till någon del det ringa motstånd Gustaf Adolf mötte vid sitt första uppträdande i Pommern; men derjemte synes Conti till svenskarnes egen förvåning hafva försummat de af behofvet påkallade försvarsåtgärder, som det stått i hans magt att vidtaga. Om detta skett i öfverensstämmelse med någon af Wallenstein hemligen närd önskan att se kejsaren bragt i trångmål, våga vi ej afgöra.

För Gustaf Adolf syntes sålunda utsigterna till en början ganska gynnsamma om han blott i tid kunde erhålla de från Preussen och andra håll väntade förstärkningar, hvilka skulle öka hans för det tyska fälttåget bestämda här till den från början bestämda summan af 38,000 man. Imellertid försummade ej Gustaf Adolf att med sin vanliga raskhet draga all möjlig fördel af omständigheterna. Få dagar efter landstigningen voro redan Ysedom och Wollin i hans händer. Nu beslöt han att öfverrumpla Stettin innan de kejserlige hunno försäkra sig om denna stad.

Vid denna tid (den $^{5}/_{15}$ Juli) infunno sig hos konungen tvenne sändebud från hertigarne af Mechlenburg. Deras ärende var att välkomna honom samt tillkännagifva hertigarnes önskan att personligen infinna sig hos honom, så snart de blefvo förvissade, hvar han vore att träffa. Vidare öfverlemnade sändebuden den apologi, som hertigarne låtit författa och insända till kollegialdagen i Regensburg, samt rådfrågade konungen, "huruledes deras herrar sig vidare skulle förhålla." Slutligen anmodades konungen att till det bästa ihågkomma hertigarne på den förestående traktaten i Danzig samt att icke taga sin hand från dem. Till svar härpå erinrade konungen om den fara, som från Pommern hotat och ännu hotade hans rike. Denna fara i förening med hans önskan att hjelpa sina fränder och anförvandter hade föranledt honom att gå öfver till Tyskland. Helst hade han sett,

att allt varit "i förra vilkor" och han således detta besvär förutan. Hvad beträffade hertigarnes tillernade besök hos honom, så fruktade han, att deras personer på närvarande ort "ej väl kunde accommoderas," aktade ej heller rådligt, "att de sig således skulle göra partial." Derföre rådde han dem heldre att afvakta, hvad verkan deras apologi kunde göra på kollegialdagen. Likväl ogillade han så till vida nämnda apologi, att han i många fall erkände hertigarne skyldige, och sade sig derföre frukta, att de med den intet skulle uträtta. På traktaten i Danzig hade han redan ihågkommit dem och ville göra dem allt möjligt bistånd, allenast de ock sjelfve beflitade sig att göra något till saken, när de sågo allt annat vara despereradt. Med detta besked afreste sändebuden och hertigarne ställde sig konungens omtänksamma råd till efterrättelse [1]).

Några dagar sednare infunno sig hos konungen tvenne pommerske sändebud (kansleren och en annan af rådet) för att åt sin herre utverka neutralitet. Men deras begäran afslogs och de affärdades med det besked, "att K. M. sade sig sjelf straxt vilja följa med och ändtligen hafva en viss resolution på vän- eller fiendskap."

Imellertid sammandrog konungen kring byn Kasburg vid Swine, en styrka af ungefär 10,000 man, hvarmed han den $^{10}/_{20}$ Juli på morgonen gick till segels och middagstiden anlände till det i närheten af Stettin belägna slottet Oderburg, hvarest något folk genast landsattes. "Så snart de i staden det sågo, kommo gamle hertigen af Kurland och hertigens råd ut till att öfvertala K. M. att blifva neutral och icke attaquera staden. Men K. M. marcherade närmare och närmare an, till dess K. M. var under stycken [2]) och hade alla bästa fördelar inne. Då kom hertigen sjelf ut till K. M. på flacka fältet, och efter några discourser och promisser blef beviljadt att taga K. M:s garnison in: hvilket ock straxt skedde. Och är alltså denna staden lyckligen kommen i K. M:s händer" [3]).

Nu måste hertigen af Pommern med Gustaf Adolf ingå ett förbund till ömsesidigt försvar och bistånd. Dock skulle detta förbund ej lända till förfång för hertigens förhållanden till kejsaren, det romerska riket, eller den nedersachsiska kretsen, af hvilken han fortfarande skulle förblifva en medlem. Alla städer och platser i Pommern, hvilka svenskarne redan intagit eller framdeles intogo, skulle utan

---

1) L. Grubbes relation af d. 8 Juli (g. st.) 1630. (A. st.)
2) Inom kanonhåll.
3) Grubbes relation från Stettin d. 10 Juli (g. st.) 1630. (A. st.)

kostnadsersättning inrymmas åt hertigen, som deremot vore förpligtad att ej föryttra furstendömet Rügen eller andra honom tillhöriga länder [1]). Alla kristliga magter skulle det stå fritt att biträda detta förbund, som hvarje årtionde skulle förnyas. I Sverige skulle pommerske, i Pommern svenske undersåter åtnjuta borgarrätt och det ena landets mynt vara gångbart i det andra. Slutligen stadgades i fördragets 14 Artikel: Om hertigen af Pommern skulle gå ur tiden utan manliga afkomlingar, innan kurfursten af Brandenburg såsom præsumtiv arftagare bekräftat detta förbund och inlöst hertigdömet, eller om efterträdareskapet skulle af andra göras kurfursten stridigt, så förbehöll sig K. M:t af Sverige för sig och sina efterträdare rättigheten att såsom pant behålla hertigdömet Pommern, till dess den stridiga arfsföljden blifvit afgjord och kronan Sverige fått godtgörelse för alla krigskostnader [2]).

Genom detta fördrag öppnades för Sverige en utsigt att framdeles komma i besittning af Pommern. Det blef tillika i konungens hand ett medel att inverka på kurfursten af Brandenburg och äfven förmå denne till ett förbund med svenskarne.

Kurfursten Georg Wilhelm af Brandenburg var Gustaf Adolfs svåger och hade under åren 1624—1626 visat sig särdeles angelägen att förmå honom åtaga sig "den evangeliska religionens" och den "tyska libertetens" sak. Samtidigt hade kurfursten ingått ett förbund med konungen af Danmark. Men då Kristian IV:s krig mot kejsaren och Ligan tog en olycklig vändning, skyndade han att förråda denne sin bundsförvandt samt genom en krypande undergifvenhet för kejsaren söka utverka sig tillgift för sina föregående stämplingar, hvilka ej voro den sednare obekanta [3]). Det oaktadt måste han underkasta sig de tryckande inqvarteringarne af det kejserliga krigsfolket och synes fortfarande hafva varit ett föremål för kejsarens misstroende. Under sådana omständigheter borde väl Gustaf Adolf vara honom en välkommen bundsförvandt, men den senare tidens händelser tyckes hafva gjort ett så djupt intryck på den stackars kurfursten, att han saknade mod och beslutsamhet till hvarje manligt steg. Dessutom torde hans inflytelserika rådgifvare Schwarzenberg, hvilken sedan år 1626 helt och hållet beherrskade den svage fursten, hafva ingifvit honom misstroen-

1) Kristian IV misstänktes för att vilja af hertigen inlösa ön Rügen.

2) Detta fördrag är dateradt d. $^{10}/_{20}$ Juli 1630 men påtagligen först sednare afslutadt, såsom man äfven finner af L. Grubbes relationer. (A. st.)

3) Allt detta bestyrkes af autentiska handlingar i arkiven i Stockholm, Berlin och Wien.

de till Gustaf Adolfs afsigter samt förmått honom att söka sin räddning i kejsarens nåd. Denna politik öfverensstämde också med den svage kurfurstens skygga och obeslutsamma skaplynne. Knappast hade derföre Gustaf Adolf landstigit på tysk botten, förr än han i Stettin uppsöktes af ett kurfurstligt brandenburgskt sändebud Herr von Wilmerstorff, som kom för att å sin herres vägnar, med en i sanning naiv enfald, anmoda honom — att vända om! Härvid anförde sändebudet, att just det förevarande kriget tjenade kejsaren till förevändning att hålla en större krigsmagt i norra Tyskland o. s. v. Derjemte lät sändebudet förstå, att Gustaf Adolf bättre hade kunnat främja sitt ändamål genom fredliga underhandlingar än genom krig, som vid de närgränsande protestanternes misstroende till Sverige lätt kunde aflöpa illa och bereda det katolska partiet nya fördelar. Men nu borde konungen åtminstone samtycka till ett stillestånd. Då ville kurfursten åtaga sig medlarekallet och vara behjelplig till fredens befrämjande.

Men Gustaf Adolf hade redan gått för långt för att uppmärksamma dylika sväfvande förslag, hvilkas andemening hans skarpsynta öga allt för väl genomskådade. "Jag har — svarade han — lyssnat till de af Eder andragna rationes, hvarigenom min Herr Svågers Kärlighet vill afråda mig från detta krig. Jag hade dock väntat mig en annan legation från Hans Höghet, nemligen att han snarare skulle komma mig till mötes och till sin egen välfärd med mig conjungera sig, sedan Gud nu så vidt hulpit mig och då jag blott har kommit hit i landet för att befria de arma betryckta ständerna och deras undersåter från det förskräckliga tyranniet och förtrycket af de tjufvar och röfvare, som nu en tid bortåt plågat dem. Men ej hade jag väntat att H. Kärlighet skulle vara så lumpen ("so schlecht") och ej begagna detta gynnande tillfälle, som Gud synnerligen skickat, ja att han icke en gång skulle vilja förstå den klara och tydliga intentionen hos dem, som äro hans fiender: icke skilja pretexten från sanningen och besinna, att om också denna pretext upphör — d. v. s. om man ej längre af mig hade något att frukta — man snart skulle uppfinna en annan för att i alla fall qvarstadna i H. Kärlighets länder. Och icke trodde jag, att H. Kärlighet skulle hysa en sådan förskräckelse för krig, att han derföre stillasittande skulle låta afhända sig allt sitt. Eller vet då icke H. Kärlighet ännu, att kejsarens och hans anhängares intent är att icke upphöra förr än den evangeliska religionen i riket blifvit helt och hållet utrotad, och att H. Kärlighet ej har annat att vänta än att blifva tvungen att antingen förneka sin religion,

eller lemna sitt land? [1]) Tror han väl att han med böner och jämmer och dylika medel skall ernå något annat? För Guds skull, må han en smula betänka sig och en gång fatta *mascula consilia!* Må han ställa sig för ögonen. huru underbart Gud, *fato quodam necessario* — ty hertigen har väl varit tvungen — räddat denne fromme herre, hertigen af Pommern, hvilken så oförskyldt blifvit beröfvad sitt, oaktadt han ej det ringaste förbrutit, utan blott druckit sitt kära öl ("sein Bierchen") i fred och ro: men hvad han *fato* gjort, det må H. Kärlighet *deliberato consilio* göra. — Jag kan ej gå tillbaka, *jacta est alea, transivimus Rubiconem!* Jag söker i detta verk icke min egen fördel, icke någon annan vinst än *securitatem mei regni;* eljest har jag deraf intet annat än omkostnader, möda, arbete samt fara till lif och lem. Man har gifvit mig orsak nog dertill, i det man först och främst i Preussen tvenne särskilda gånger skickat mina fiender hjelp och sökt att derifrån utdrifva mig, samt sedan bemäktigat sig Östersjöhamnarne, hvaraf jag väl kunnat förstå hvad man mot mig haft i sinnet. Alldeles lika orsaker har H. Kärlighet kurfursten äfven, och det vore nu hög tid att öppna ögonen samt något litet lösslita sig från goddagarna, på det H. Kärlighet icke längre måtte i sitt eget land vara blott och bart en ståthållare under kejsaren, ja under en hans tjenare: *qui se fait brebis, le loup le mange.* Nu, då hans land är fritt från den kejserliga soldateskan, har han det bästa tillfälle att sjelf väl besätta och försvara sina fästningar. Vill han det ej, så gif mig en, t. ex. Küstrin blott, så vill jag defendera den; och förblifven då i eder *desidia*, som eder herre så högt älskar. Hvad viljen J eljest göra? Ty det säger jag eder klart på förhand: jag vill intet veta eller höra om någon neutralitet. H. Kärlighet måste vara vän eller fiende. Om jag kommer till hans gräns, måste han förklara sig kallt eller varmt. Här strider Gud och djefvulen. Vill H. Kärlighet hålla med Gud, nå väl, träd då på min sida, men vill han hellre hålla med djefvulen, så måste han, i sanning, med mig kämpa, *tertium non dabitur*, det är visst. Och åtag eder denna kommission, att riktigt framföra det till H. Kärlighet. Ty jag har icke hos mig folk, som jag kan umbära, för att sända till honom. — Kunde man traktera med H. Kärlighet, så ville jag se till, huru jag sjelf kunde komma till honom. Men så, som han sig nu skickar, är intet

1) Kurfursten var nemligen såsom reformert ej inbegripen i den Augsburgska religionsfreden, hvilken kejsaren tycktes sinnad att i hela dess stränghet tillämpa.

att göra. H. Kärlighet förlitar sig hvarken på Gud eller sina trogna vänner. Derföre har det gått honom så som det gått i Preussen och dessa länderna. Jag är H. K:s tjenare och håller af honom af hjertat; mitt svärd skall stå till hans tjenst, det skall bibehålla honom vid hans höghet, länder och undersåter. Men han måste äfven göra sitt till saken. H. K:t har ett stort intresse i detta hertigdöme Pommern; det vill jag defendera honom till godo, men med samma condition, som i Ruths bok landet erbjudes den närmaste arfvingen, att han nemligen skulle taga Ruth till äkta. Ty så måste äfven H. K:t emottaga denna Ruth, d. v. s. i denna rättvisa sak conjungera sig med mig, så vidt han vill ärfva landet. Derest så ej sker, så säger jag också rent ut, att han det aldrig bekomma skall.

"För fred är jag ej obenägen, har nogsamt dertill beqvämat mig, redan längesedan dertill deputerat mina sändebud. Jag vet ganska väl, att *alea belli dubia* är, har väl erfarit det under de många år, som jag *vario eventu* fört krig. Men att jag nu, då jag genom Guds nåd kommit så vida, åter skulle draga hädan, det kan ingen råda mig, icke ens kejsaren sjelf, om han vill bruka sitt förnuft. Jag har intet emot kejsaren och riket, utan blott emot dem, som i Preussen hafva förföljt mig. Om de gjort sådant med kejsarens vett och vilja, det vet jag ej, men vill visa mig villig till alla billiga medel. Mina deputerade torde nu redan vara i Preussen, skola begifva sig till Danzig för att traktera. Jag har redan i April tillsändt min kansler en god plenipotens, skrifven på godt pergament, så att han äfven allena skulle kunnat traktera. Men hvarföre har icke det kejserliga sändebudet anmält sig?

"Ett *armistitium* kunde jag väl samtycka till på en månad, *ea conditione*, att de platser som de kejserlige innehafva i Pommern, i synnerhet i Hinterpommern af dem utrymdes och denne hertig förblefve oantastad för felonie och dylikt [1]). Att H. K:t äfven vill interponera sig, kan jag väl lida. Men han måste då tillika sätta sig i positur och taga *arma* i hand, eljest skall allt interponerande till intet tjena. Några hansestäder äro färdiga att conjungera sig med mig. Jag väntar blott på, att ett sådant der hufvud i riket (som kurfursten) här-

1) Med „felonie" menades egentligen en läntagares, (vasalls) försummelse af sina pligter mot sin länsherre. Men i ett dylikt vasallförhållande stodo på visst sätt alla de tyska furstarne till den höga öfverheten, d. v. s. kejsaren. Derföre kunde hertigen af Pommern anklagas för felonie och frådömas sitt land, emedan han förbundit sig med Gustaf Adolf.

vid gifver föredömet. Hvad kunde icke de båda kurfurstarne af Sachsen och Brandenburg uträtta tillsammans med dessa städer! Gifve Gud, att en *Mauritius* nu funnes!" [1]).

Och härvid blef det, oaktadt alla det kurbrandenburgska sändebudets invändningar, hvilka i motsats till den svenske konungens öppna och manliga språk förefalla såsom en matt och slingrande advokatur, som snart är i förlägenhet för svaret [2]).

Medan sålunda Kurbrandenburg vacklade mellan fruktan för kejsaren å ena, samt för Gustaf Adolf å andra sidan, iakttog äfven Kursachsen vid denna tid en ängsligt tvekande politik. Visserligen hade restitutions-ediktet i förening med den gäckade utsigten på erkestiftet Magdeburg kommit kurfursten Johan Georg af Sachsen att svigta i sin förra trohet mot kejsaren [3]); och det felades bland de tyska protestanterne icke de, som sökte drifva kurfursten till en formlig brytning samt förmå honom att träda i spetsen för en ny evangelisk union [4]). Men härtill saknade den med medelmåttiga själsgåfvor utrustade kurfursten den kraft och beslutsamhet, som en så svår uppgift onekligen kräfde; och han föredrog derföre att, enligt de tyska furstarnes vanliga plägsed, genom långa och dock slutligen fruktlösa underhandlingar söka utverka hvad han ej vågade hoppas att ernå genom ett manligt och beslutsamt uppträdande [5]). Tvenne Gustaf Adolfs skrifvelser (af den 25 April och 1 Maj 1629) synes han hafva lemnat obesvarade [6]); och då ett sändebud från den fördrifne samt i hemlighet med Gustaf Adolf förbundne administratorn Kristian Wilhelm af Magdeburg i Juni 1630 infann sig i Dresden för att vinna kurfursten för Gustaf Adolfs förehafvande, afgaf en Sachsisk embetsman det muntliga svar, "att H. Kurf. Durchl. höll de af sändebudet öfverlemnade punkterna ytterst svåra, farliga och af sådan importanz, att han hvarken skriftligen kunde förklara sig öfver någon enda af

1) Härmed syftas på kurfursten Moritz af Sachsen. hvilken genom sitt raska och beslutsamma uppträdande tvang kejsar Karl V till Passauer-fördraget (1552).

2) Se Helbig, a. st. ss. 11—18.

3) Efter administratorn Kristian Wilhelms fördrifvande hade nemligen Johan Georgs son August blifvit af domkapitlet vald till administrator; men utan afseende härpå gaf kejsaren stiftet åt sin son erkehertig Leopold Wilhelm, som förut var biskop af Passau och Strassburg.

4) Denna mening uttalade kurfursten sjelf vid en öfverläggning i sitt hemliga råd.

5) Särdeles upplysande i detta hänseende äro förhandlingarna i kurf. geheimerådet i början af år 1630. Koncepterna till dessa rådplägningar finnas i Dresdener-Archivet bland handlingar rörande fredstraktater i (tyska) riket.

6) Helbig, a. st. s. 4.

dem, eller ens muntligen inlåta sig i något [1]). Magdeburgarne, som i Juli 1630 rådfrågade sig hos kurfursten med anledning af Gustaf Adolfs i förväg framställda begäran om fritt pass genom deras stad m. m. erhöllo det uppbyggliga svar, att "de tillbörligen skulle erinra sig sin allerunderdånigste hörsammaste devotion mot kejsarens majestät och det heliga romerska riket." Och då kurfursten af Brandenburg gaf sin sachsiske embetsbroder del af Wilmerstorffs berättelse om sin beskickning till Gustaf Adolf samt med anledning deraf begärde Kursachsens råd och hjelp, erhöll han jemte allmänna och intet sägande fraser blott det föga tröstande besked, "att den upplyste konungen af Sverige säkerligen icke skulle göra riket något besvär, men att kejsaren och de katolska ständerne under sådane omständigheter tvifvelsutan skulle vara benägna för fred och afhjelpa de religiösa gravamina. Han ville trängande lägga kejsaren och kurfurstarne denna sak på hjertat" [2]). Men den sachsiske kurfurstens enträgna och bevekliga uppmaningar till kejsaren blefvo lika fruktlösa som de långvariga och omständliga förhandlingarne på kurfurstekonventet i Regensburg (Juni till November 1630), på hvilket de båda protestantiska kurfurstarne väl ej personligen infunno sig, oaktadt alla kejsarens och de katolske kurfurstarnes städse förnyade uppmaningar, men till hvilket de dock, efter vidlyftiga öfverläggningar och inbördes aftal (på mötet i Annaburg), omsider affärdade sina befullmägtigade sändebud. Genom sitt personliga uteblifvande hoppades de nemligen kunna undandraga sig de medgifvanden rörande thronföljden i riket m. m. hvilka de eljest trodde sig få svårt att vägra kejsaren [3]); men tillika beröfvade de sig sjelfve härigenom möjligheten att med framgång ar-

---

1) A. st. s. 9—10.

2) A. st. s. 19. — Vid denna tid erhöll kurfursten Joh. Georg äfven en skrifvelse från sin syster, enkefurstinnan Sophie af Pommern-Wollin, hvilken å Gustaf Adolfs vägnar uppmanade honom att vara behjelplig till sina trosförvanters räddning. Gustaf Adolf sökte dervid icke *sin*, utan Guds ära. Riket ville han intet afhända. — Härvid tillägger furstinnan: „Eders Kärlighet skall väl nödgas krypa i jernskjorta, hvilket jag ej gerna förnimmer. Likväl tröstar jag mig dermed, att Eders Kärlighet ej skall iklåda sig den förr än det gäller religionen: då är Gud med. han skall bistå Eders Kärlighet." — Så tänkte och talade en qvinna, som blifvit hänförd af Gustaf Adolfs mäktiga ande, — men de protestantiska kurfurstarne tänkte och handlade annorlunda! „*Erant enim Germani*," för att begagna Rutgerssi ord.

3) Kejsaren önskade nemligen att redan då få sin son Ferdinand vald till romersk konung och derigenom försäkrad om thronföljden i det tysk-romerska riket: det var naturligtvis en högst ömtålig fråga, som de katolske furstarne skickligt använde för att få Wallenstein aflägsnad, och som de dock sedan visste skjuta å sido.

beta på en biläggning af den söndring, som restitutions-ediktet framkallat.

Också var nämnda konvents önskan att aflägsna Gustaf Adolf från tysk botten den enda punkt, hvarutinnan kejsaren och alla kurfurstarne voro någorlunda ense. Samtlige kurfurstarne förenade sig om ett gemensamt svar på den besvärsskrifvelse, som Gustaf Adolf redan i April låtit tillställa dem, och om hvilken Helbig riktigt yttrar, att den kunde betraktas såsom en officiell krigsförklaring [1]). "Men i alla andra angelägenheter," anmärker Helbig, "stodo dels de fast sammanhållande katolske kurfurstarne mot kejsaren, dels de evangeliske kurfurstarnes sändebud mot kejsaren och de katolske kurfurstarne." — De sistnämnde, stödde på Ligans makt, ville inskränka kejsarens öfvermagt och önskade framför allt Wallensteins aflägsnande. I sammanhang härmed fordrade de en laglig undersökning af de fördrifne mechlenburgske hertigarnes besvär, den kejserlige härens förminskande och bättre krigstukt bland det kejserlige krigsfolket. Wallenstein, anande den fara, som hotade honom från Regensburg, sökte nu ett stöd hos protestanterne, hvilka han behandlade med skonsamhet, och beflitade sig isynnerhet om att vinna kurfursten af Sachsen, på hvilken de tyska protestanterne vid denna tid hade sitt förnämsta ögonmärke. Hertig Ludvig Fredrik af Würtemberg, hvilken med anledning af den exekution, hvaraf han hotades, i början af Juni vände sig till Wallenstein, kunde i ett bref till Johan Georg ej nog loforda det vänliga emottagande han rönt af hertigen af Friedland (Wallenstein), samt huru välsinnadt denne yttrat sig om kurfursten. Ja, Wallenstein lofvade till och med att kraftigt understödja hertigen i hans protest mot den på grund af restitutions-ediktet fordrade restitutionen af andliga gods, och skall hafva yttrat till sin omgifning: "Alla djeflar och den helvetiska elden mände fara småpåfvarne ("den Pfaffen") i magen, för det de aldrig kunna hålla någon fred." — Och han höll ord, — tillägger Helbig — ty så länge han ännu hade befälet, afböjde han, i trots af kejsarens befallning, hvarje uppmaning till exekutioner i denna angelägenhet och gjorde de kejserlige råden de enträgnaste föreställningar. Grefvarne af Hohenlohe, hvilka i ett dylikt ärende vände sig till honom, visade han en sådan skrifvelse, som redan var förseglad, men för detta ändamål åter öppnades, samt yttrade, att han

1) A. st. s. g. — Jemf. s. 20. — I sitt svar sökte kurfustarne, ehuru på ett temligen matt sätt, rättfärdiga de af Gustaf Adolf öfverklagade åtgärderna från kejsarens sida. Det blef Gustaf Adolf lätt att gendrifva denna argumentation, såsom ock skedde i September samma år, i en ny skrifvelse till kurfurstarne.

gerna sjelf hade rest till kurfursten af Sachsen, om ej podagern hindrade honom [1]). Om blott kurfursten sjelf komme till Regensburg och ville bemöda sig om freden, så ville han på allt sätt understödja honom och föra sin armée ur riket, hvarmed han tycktes häntyda på Italien och Frankrike. Då grefvarne erbjödo sig att skrifva till kurfursten och förut gåfvo Wallenstein del af brefvet, skref han till dem: "Jag har sett, hvad J hafven skrifvit till Kursachsen, och menar, att det är rätt väl uppsatt. Jag vill i min stad visst icke underlåta att befordra allt som kan lända till lugn och enighet i romerska riket. Vore svensken icke, om hvilken jag dock förmenar, att alla hans bravader blott skola terminera sig i tomma ord och *parada*, så hade jag godt tillfälle att annorstädes bortföra krigsfolket och desagravera riket. Men jag hoppas att vid närvarande kollegialdag [2]) mycket godt skall kunna uträttas, om blott de, som dertill höra, icke sjelfve droge sig undan." — Men all denna *captatio benevolentiæ* hos protestanterne blef utan påföljd. Kurfursten af Sachen, anmärker Helbig, gjorde enligt sin art alldeles intet i denna sak, dock understödde han lika litet som kurfursten af Brandenburg de katolske kurfurstarnes machinationer mot Wallenstein, hvilken man öppet beskylde att hafva velat bringa riket "i en annan form och modell." — Kejsaren nödgades omsider ge vika och entlediga Wallenstein från befälet. "Det är möjligt," tillägger Helbig, "att hertigen (af Friedland) då kom på den tanken att genom en våldsåtgärd skydda sig och kejsaren mot de katolske kurfurstarne, men i de sachsiska sändebudens och agenternas talrika berättelser, i hvilka alla i Regensburg gängse rykten omtalas, förekommer härom icke det ringaste. Icke heller finnes der ett ord om några motåtgärder, som Max af Bayern skulle hafva låtit vidtaga genom Tilly. — — Om Wallenstein heter det blott, att han vore öfvermåttan olustig och befunne sig illa; han skulle (sades det) nästan intet äta, föga sofva och ständigt laborera." Som bekant, fogade han sig efter kejsarens vilja, och begaf sig till sina gods i Böhmen, utan att dock uppgifva sina anspråk på Mechlenburg, om hvars afstående det först sednare väcktes fråga i kejserliga hofrådet [3]). Tilly kom nu, mot sin egen önskan, i spetsen för båda arméerna, och kurfursten af Bayern, i hvars tjenst han egentligen stod, kunde sålunda anse sig hafva vunnit en afgjord seger.

---

1) Wallenstein uppehöll sig då i Memmingen.

2) Kurfurste-konventet i Regensburg.

3) Denna vår uppgift grundar sig på ett det kejserliga hofrådets betänkande i Stats-Archivet i Wien. Det öfriga nästan ordagrant efter Helbig a. st. s. 20—23.

Mindre lycklige voro de båda protestantiske kurfurstarne i sina bemödanden att utverka några eftergifter i afseende på Restitutionsediktet. Hvad deras sändebud på kollegial-dagen i Regensburg härutinnan androgo, fann hvarken afseende hos kejsaren eller de katolske kurfurstarne. I de berättelser, de härom afgåfvo till sina herrar, skrefvo de, att Fürstenberg och andra högt uppsatta personer yttrat: "Ediktet tålte ej någon moderation, om kassation skulle man alldeles tiga stilla. Kejsaren skulle heldre gifva ifrån sig thron och spira, förr gå sin väg i bara skjortan, än remittera något i afseende på ediktet och dess exekution. Vore blott konungen af Sverige undan, så kunde lutheranerne göra sina kappsäckar i ordning, de skulle då ej mera finna något herberge i riket." Det är ej underligt, anmärker Helbig, om det brandenburgska sändebudet von Götz under sådana omständigheter visade stor lust att resa hem för att ej onödigtvis förlänga den kostsamma vistelsen i Regensburg [1]). Det oaktadt uppmärksammades ej det i Regensburg närvarande franska sändebudets löften, att dess herre skulle med 20,000 man understödja kurfursten af Sachsen, om han i förening med konungen af Sverige ville tillintetgöra det kejserliga och spanska dominatet; — ett drag, (tillägger Helbig) som skulle göra kurfursten Johan Georg all ära, om han blott eljest visat sig mer dristig. Men genom en oförklarlig förbindelse hoppades han ännu alltjemt att på blotta underhandlingens väg kunna uträtta något, ehuru äldre och nyare erfarenhet tillräckligt bort öfvertyga honom att denna väg icke förde till målet.

Vi komma nu till en fråga, som påkallar en närmare undersökning, och taga härvid Helbigs ord till utgångspunkt. "Fruktlösheten af de sachiska och brandenburgska sändebudens alla bemödanden i Regensburg," anmärker han (sid. 24), "dref nu den af kejsaren misshandlade och af den svenske konungen ("der Schwedenkönig") närmast hotade kurfursten Georg Wilhelm af Brandenburg till större verksamsamhet. Här var det den brandenburgske undersåten Hans Georg von Arnim, som (om hösten) 1629 lemnat kejsarens tjenst och i Berlin stod i mångfaldig beröring med kurfursten och hans råd, hvilken sökte tillvägabringa en närmare och fastare förbindelse i främsta rummet mellan de båda kurfurstarne (af Sachsen och Brandenburg) samt de

1) Denna kostade nemligen de fyra sachsiska sändebuden med deras personal omkring 600 Thaler i veckan. En vacker summa den tiden, då en tunna spanmål kostade 1 à 2 riksdaler!

evangeliske ständerna, för att derigenom, om möjligt äfven utan främlingarnes inblandning, rädda den evangeliska kyrkan i Tyskland. Denna politik har den kloke och välsinnade statsmannen blifvit trogen ända till sin död samt derigenom ådragit sig mångfaldiga misstankar af de kejserlige äfvensom af svenskarne" [1]). Att den icke förde till något gynnsamt resultat, är, enligt Helbigs förmenande, icke Arnims, utan den välmenande, men inskränkte och svage kurfursten Johan Georgs skuld. — Låtom oss dock undersöka huruvida denna politik, enligt den åsigt, som Helbig synes dela med de nyare tyska historieforskarne i allmänhet, någonsin skulle hafva lyckats att på ett tillfredsställande sätt lösa sin svåra uppgift, äfven om en med öfverlägsnare själsegenskaper utrustad personlighet, än den "geistes- und willensschwache" kurfursten af Sachsen hade stått i spetsen för densamma.

Onekligen innebar nämnda politik en stor och patriotisk tanke, hvilken så till vida gör dess upphofsman heder samt förtjenar att äfven af oss erkännas såsom en lika aktningsvärd som sällsynt företeelse i det tyska rikets häfder. Men en annan fråga är, huruvida den under dåvarande högst betänkliga förhållanden hade någon utsigt till framgång; och denna fråga tro vi oss böra besvara med ett afgjordt *nej!* — Må man, för att öfvertyga sig om sanningen af detta omdöme, blott kasta en fördomsfri och oförvillad blick på ställningen i det tyska riket vid ifrågavarande tidpunkt! Man ser då de flesta protestantiska länder och städer besatta af kejsarens och Ligans krigsfolk; Tilly, en erfaren och lagerkrönt fältherre, i spetsen för en öfvad och krigsvan armé; protestanterne till större delen både mod- och värnlösa, eller sättande sitt enda återstående hopp till den svenske konungen, o. s. v. Och kan man väl ett enda ögonblick inbilla sig, att kejsaren och Ligan, blott allt för mycket medvetande af sin öfverlägsenhet, stillatigande och overksamme skulle hafva åsett, huruledes de tyska protestanterne förbundo sig till en ny Evangelisk Union, i öppen afsigt att sätta sig till motvärn mot kejsarens bud? Eller att de skulle hafva tillåtit dem att ostördt sammandraga och organisera en krigshär, hvilket väl hade varit det enda verksamma medlet att gifva behörigt eftertryck åt de önskningar, till hvilka kejsaren och det

---

1) Helbig, hvars hela framställning af denna fråga grundar sig på tillförlitliga handlingar i Dresdener-Archivet, söker här berigtiga Gfrörer, som i sin Gesch. Gustav Adolphs ger Schwarzenberg äran af denna politik, hvilken enligt Helbig var den af Gfrörer „aus Unkenntniss oder Nichtbeachtung der Documente" helt och hållet misskände Arnims verk.

katolska partiet, oaktadt alla böner, föreställningar, legationer och underhandlingar ej kunde förmås att lyssna? — Och månne väl den sachsiska hären, lemnad på egen hand eller i bästa fall förstärkt med de nästgränsande protestanternes nyvärfvade truppkontingenter, skulle hafva hållit bättre stånd mot Tillys och Pappenheims veteraner, än den gjorde i slaget vid Leipzig, der den dock stod vid sidan af Gustaf Adolfs kärntrupper, som redan aflagt så lysande prof på hvad de under en sådan fältherre förmådde uträtta? — Men om man måste besvara dessa frågor med ett obetingadt nej, så är lätt att inse, hvad följden hade blifvit af en sådan politik. Ty långt ifrån att "utan främlingarnes inblandning" rädda det protestantiska Tyskland från en hotande fara, skulle den blott hafva påskyndat dess undergång, i det den gifvit kejsaren och det katolska partiet ett slags rättmätig anledning att mot de uppstudsige utfärda en aktförklaring, hvarigenom de, i likhet med den pfalziske kurfursten och flere andre, dömts biltoge och förlustige sina länder och sin värdighet. Med ett ord, det gafs för det protestantiska Tyskland ingen annan räddning än att kasta sig i Gustaf Adolfs armar, och de båda protestantiske kurfurstarnes tvekan härutinnan kan blott tillskrifvas kortsynthet eller feghet, eller ock måhända båda delarne, hvilket synes oss det troligaste. Likväl bör man härvid skonsammare bedöma kurfursten af Sachsen på grund af hans personliga ställning till kejsaren. Han hade nemligen vid flera tillfällen gjort denne vigtiga tjenster, städse visat sig undfallande för hans vilja samt till belöning åtnjutit hans välvilja och ynnest, ja, om man får tro kurfurstens egna ord, så hade man från kejsarens sida bländat honom med stora löften och lockande förespeglingar. Detta förklarar den godtrogne kurfurstens länge närda förhoppning att genom böner och föreställningar kunna förmå kejsaren till några eftergifter i afseende på restitutions-ediktet, genom hvilket kurfursten sjelf hotades med förlusten af de redan längesedan sekulariserade stiften Merseburg, Zeiz och Meissen, om hvilkas fortfarande besittning han ansett sig försäkrad genom de sväfvande och obestämda löften, som gåfvos honom på sammankomsten i Mülhausen 1620.

Måhända hoppades Arnim, att kurfursten Johan Georg i spetsen för ett förbund mellan Tysklands samtlige protestanter under dåvarande förhållanden och vid en ny fiendes kraftiga uppträdande på krigsskådeplatsen skulle kunna imponera på kejsaren och förmå honom till eftergifter. Men i sådan händelse visade det sig snart, att han ej kände Ferdinand II, som hade en för hög tanke om den kejserliga

myndigheten, för stor tillgifvenhet för katolicismens intressen och för mycken karaktersfasthet för att genom tomma demonstrationer låta skrämma sig till eftergifvenhet i en fråga, som för honom blifvit en samvetssak, och hvilken han kan sägas hafva gjort till sitt lifs förnämsta uppgift. Också förefaller det oss af flera skäl vida sannolikare, att den skarpsynte Arnim, förutseende hvad som skulle hända, genom det åsyftade förbundet mellan Tysklands protestanter egentligen blott ville förbereda en kommande förbindelse med Gustaf Adolf, hvarvid de förre då skulle kunna uppträda på ett mer sjelfständigt och aktningsbjudande sätt, och ej i elfte timman se sig nödsakade att antingen till sin egen förödmjukelse tigga sig den svenske konungens hjelp, eller ock på nåd och onåd underkasta sig kejsaren.

På Arnims bedrifvande hade imellertid kurfurstarne af Brandenburg och Sachsen jemte deras råd mot slutet af Augusti en sammankomst i Zabeltitz. Såsom vanligt, anmärker Helbig, öfverlemnade kurfurstarne hela underhandlingen åt sina råd, som efter hvarje öfverläggning måste hemta instruktion och besked af sina herrar. De brandenburgske råden, (isynnerhet von Götz) föreställde de sachsiske fullmäktige (Grefve Loss, von Werther och Dr Timæus) huruledes hela Mark vore ruineradt genom den kejserliga inqvarteringen med densamma åtföljande kontributioner och röfverier af Wallensteins soldater, samt begärde råd, huru nöden skulle kunna afhjelpas. Vidare ville de veta hvad som vore att göra i händelse man anmodades om en formlig förbindelse med kejsaren, eller med de framträngande svenskarne, och om i senare fallet Brandenburg kunde påräkna Sachsens hjelp mot Gustaf Adolf. Slutligen önskade de en gemensam beskickning till den sistnämnde för inledande af fredsunderhandlingar, samt att en sammankomst af den öfversachsiska kretsens ständer och möjligen äfven af hansestädernas ombud måtte ega rum under kurfursten af Sachsen i hans egenskap af kretsöfverste, för att öfverenskomma om nödiga åtgärder mot svenskarne, äfvensom mot det katolska partiet, hvilket borde förmås att afstå från restitutions-ediktet. Härpå svarade de sachsiska råden enligt den af kurfursten inhemtade instruktionen, att man måste vara kejsaren hörsam, men göra honom "föreställningar." Ett trängre förbund och fästningarnes öfverlemnande skulle han ej begära. Icke heller svenskarne skulle komma derhän, att tilltvinga sig ett förbund med Brandenburg. En beskickning till konungen af Sverige, äfvensom ett sammankallande af kretsständerne skulle väcka misstankar hos kejsaren och katolikerne. Mot vidare exekution af restitutions-ediktet måste man göra "föreställningar" och

ej vara släpphändt. Öfver annat kunde man sednare rådpläga. — Alla vidare erinringar af de brandenburgske råden, hvilka äskade tydligare besked, voro fruktlösa, och härvid förtjenar blott anmärkas deras naiva klagan, "att H. Wärdighet konungen af Sverige icke hade ringaste inklination för medelvägar." — Detta var nu det snöpliga resultatet af en sammankomst, hvaraf Arnim skall hafva väntat så stora frukter! [1]).

Under sin vistelse i Zabeltitz afböjde kurfursten Johan Georg likaledes all gemenskap med administratorn af Magdeburg, markgrefven Kristian Wilhelm af Brandenburg. Denne hade efter hemligt aftal med Gustaf Adolf, genom sitt ombud Peter Meijer inledt underhandlingar med staden Magdeburg, som omsider (den 1 Augssti 1630) genom ett formligt fördrag med markgrefven och Gustaf Adolf förpligtat sig att öppna sina portar för den sednare samt tillåta att på stadens område och under skydd af dess murar värfningar anställdes för den svenske konungens räkning. Administratorn, som imellertid sjelf anländt till Magdeburg, började nu ombesörja värfningar och sökte äfven indraga andra tyska furstar i sitt förehafvande [2]). Härvid vände han sig i främsta rummet till kurfursten af Sachsen, uppmanande honom att öppet förklara sig för Gustaf Adolf, "som ej allenast för sig och sina länder, till deras säkerhet, utan i och med detsamma äfven för den nödlidande tyska nationen, till dess frihet i samvets- och verldsliga saker, hade sett sig nödsakad att vända sina vapen mot deras gemensamma fiender." — Men under upprepade försäkringar om sin verksamhet för det allena saliggörande ordet och för riksfredens återställande, tillbakavisade kurfursten såsom pligtvidrigt och farligt hvarje deltagande i administratorns förehafvande, från hvilket han afrådde honom, samt varnade de ernestinske hertigarne för hans stämplingar [3]).

Snart fick dock kurfursten Johan Georg erfara huru föga han hos kejsaren uträttade med alla de "föreställningar," hvarpå han byggde så stora förhoppningar. I sitt svar på ett kurfurstens bref af den 2

1) Helbig a. st. s. 24, 25.

2) De handlingar, som röra denna fråga, bland annat äfven åtskilliga bref från Gustaf Adolf till administratorn och staden Magdeburg, föllo vid stadens eröfring af Tilly i de kejserliges händer och förvaras nu i kejserl. Statsarkivet i Wien.

3) Helbig a. st. s. 26. H. erinrar härvid, att domkapitlet i Magdeburg efter markgrefvens fördrifvande 1632 hade postulerat kurfursten Johan Georgs son till administrator, hvarför markgrefven lofvade kurfursten tillbörlig satisfaction, hvaremot kejsaren utan allt afseende på nämnda val hade utnämnt sin son Leopold Wilhelm till administrator.

Augusti afslog kejsaren kort och godt hvarje eftergift i afseende på restitutions-ediktet, samt anmodade i stället kurfursten om kontribution och förplägande af de kejserlige trupperne i hans land. Men nu ändtligen förgick kurfurstens tålamod. Denna gång, anmärker Helbig, remonstrerade han på ett kraftigt och värdigt sätt samt uttalade sitt beslut att om de fortfarande besvären rådpläga med andra evangeliska ständer. "Redan denna första svaga kraftyttring af den ytterst tålige kurfursten — tillägger Helbig — hade den goda påföljd, att kejsaren genast i en mycket blidkande anda svarade, det han ej ville anmoda kurfursten om något, som stridde mot rikslagarne och vore beredd att lyssna till förslag rörande en mildare tillämpning af restitutions-ediktet; dock skulle kurfursten uträtta mer genom sin personliga närvaro i Regensburg än på en konferens af evangeliska kretsständer [1]). I samma anda skrefvo äfven kurfurstarne af Mainz och Bayern, sedan dock den sistnämnde i en föregående skrifvelse på ett temligen kärft sätt erinrat kurfursten om den fara, som hotade riket och till hvars afvändande alla riksständer, utan afseende på ett par andliga gods [2]), gemensamt borde anstränga sig. — Men kurfursten Johan Georg synes ej utan skäl hafva misstänkt, att man blott ville locka honom till Regensberg för att genom några ringa och för framtiden föga betryggande eftergifter förmå honom till vida större medgifvanden, väcka misstroende till honom hos de öfrige protestanterne samt till så godt pris som möjligt köpa hans bistånd mot Gustaf Adolf [3]). Hade man väl blifvit denne qvitt, så var det lätt att inse hvad öde som väntade de tyska protestanterne, äfven om det ej på ett temligen oförbehållsamt sätt blifvit antydt i de redan omnämnda yttranden, som Fürstenberg och andre läto undfalla sig i Regensburg. På kejsarens skrifvelse svarade derföre kurfursten (den 24 Aug.) i en temligen afgjord ton, att han stod fast vid allt hvad han yttrat och icke förpligtade sig till något, som ej vore lagligt; äfven förbehöll han sig rådplägningen med de evangeliske. Sitt land kunde han ej lemna nu, då det på alla håll hotades af faror. Derjemte klagade han öfver de våldsamheter, som föröfvades af de kejserlige soldaterne, hvilka ofta

1) Härvid bör dock anmärkas, att kejsaren då ännu bemödade sig att få sin son vald till romersk konung, och deruti torde man hafva att söka ett väsendtligt skäl till haus vid detta tillfälle ådagalagda, dock mer skenbara än verkliga undfallenhet mot de protestantiske kurfurstarne.

2) En anspelning på de ofvannämnda sachsiska stiften, som isynnerhet synas hafva legat kurfursten om hjertat.

3) Detta göres sannolikt af de öfverläggningar, som i Januari år 1630 egde rum i kurfurstens hemliga råd, och hvilka vi redan förut omnämnt.

inföllo på det sachsiska området [1]). Öfver sådana excesser och pressurer, anmärker Helbig, inlupo vid denna tid från Tysklands alla trakter klagomål till Dresden jemte böner om kurfurstens förord hos kejsaren, hvarom han ock fortfarande lät instruera sina sändebud i Regensburg. Icke dessmindre tvekade han ännu alltjemt att formligen bryta med kejsaren samt räknade på de bemedlingsförsök, hvarmed hans måg, landtgrefve Georg af Hessen, var sysselsatt i Regensburg. Det franska sändebudet Charnacés bemödanden att mellan Ligan och de båda protestantiske kurfurstarne tillvägabringa en förbindelse mot kejsaren, vunno derföre ej insteg hos Johan Georg, som dessutom synes hafva hyst större misstroende till Ligan, än till kejsaren sjelf. De af denne utfärdade *mandata avocatoria* och *inhibitoria*, genom hvilka rikets samtlige ständer och undersåter allvarligen och med hotelse af de i rikslagarne fastställda straff förmanades att ej på något sätt understödja fienden, blefvo af kurfursten, i hans egenskap af kretsöfverste, pligtenligt befordrade, dock till en början ej publicerade i hans eget land [2]). För öfrigt hade ett i Oktober till Dresden sammankalladt utskott af de kursachsiska ständerna uttalat sig gillande i afseende på kurfurstens politik; och man tycktes väl således hafva skäl att vänta ett kraftigare uppträdande från den om sine undersåters trogna medverkan försäkrade landsherrens sida. Men erfarenheten ådagalade motsatsen och vi skola snart finna, att kurfursten Johan Georg af Sachsen i vankelmod och obeslutsamhet värdigt täflade med sin brandenburgske embetsbroder.

Vid denna tid gjorde Gustaf Adolf förnyade försök att draga kurfursten af Sachsen på sin sida samt derigenom öppna sig vägen till det inre af Tyskland, hvarest han synes hafva utsett det i strategiskt hänseende vigtiga Magdeburg till stödjepunkt för vidare krigsföretag [3]). Först sökte han bearbeta kurfursten genom hertig Wilhelm af Sachsen Weimar och lät sedan den till Magdeburg beordrade hofmarskalken öfverste Didrik von Falkenberg [4]) tillskrifva den kursachsiske stallmästaren öfverste von Taube, hvars brorson tjenade i svenska hä-

1) Helbig s. 27. Härmed öfverensstämma till alla delar handlingarne i Statsarchivet i Wien.

2) Helbig, s. 28.

3) Detta bevittnas af ordalydelsen i det memorial, som administratorn Kristian Wilhelm medsände P. Meyer, äfvensom af sjelfva den mellan staden Magdeburg å ena, samt Gustaf Adolf och administratorn å andra sidan afslutade „recessen."

4) Falkenberg, som egentligen varit bestämd till en beskickning till åtskilliga tyska hof, hade sedan fått befallning att i Magdeburg biträda administratorn Kristian Wilhelm i ledningen af försvarsväsendet.

ren. Gustaf Adolf försäkrade, "att det romerska riket [1]) icke skulle kränkas i sin form och libertet." 40,000 svenskar i förening med ett lika antal trupper uppställde af kurfursten och de evangeliske konfedererade skulle snart tilltvinga sig freden. Gerna ville konungen då utan ersättning återlemna alla eröfrade länder och öfverhufvud ingå på allt, som kunde lända det allmänna väsendet till bästa, och icke H. Maj:ts reputation till förfång, eller dess konungarike till ruin. Äfven skulle kurfurstens son erhålla Magdeburg. — Hade den af kejsaren svårt kränkte kurfursten med omsigt och energie gått in härpå, anmärker Helbig, så hade nu, då efter föreningen med svenskarne båda partierna varit lika starka, säkerligen en för riket och den evangeliska kyrkan fördelaktig fred kommit till stånd, och hela den ännu följande 18-åriga krigsjämmern blifvit det arma Tyskland besparad [2]). Men i stället gaf kurfursten Taube befallning att alls icke svara Falkenberg, och synes fortfarande hafva hållits i overksamhet genom den vid denna tid öppnade utsigten till en förlikning med de katolska riksständerna. En sådan hade nemligen de katolska kurfurstarne (sedan de likväl förkastat de af landtgrefve Georg af Hessen framställda billiga förlikningsartiklarna) förespeglat den lättrogne kurfursten samt till den 24 Januari 1631 beramat en sammankomst i Frankfurt, tvifvelsutan blott i afsigt att gendrifva det evangeliska konventet. I sjelfva verket kommo kurfurstens råd (von Loss, von Werther, von Miltitz och D:r Timæns [3]) honom att vackla i sitt beslut, och han var ej obenägen att afstå från det ifrågavarande konventet. I denna anda afspisades de riksständer, hvilka, såsom t. ex. administratorn Julius Fredrik af Würtemberg, markgrefve Kristian af Brandenburg-Kulmbach samt flere sachsiska hertigar, klagade öfver det oerhörda förtryck man led af de kejserliga trupperne och ifrigt yrkade på konventets snara sammankallande. Naturligtvis, tillägger Helbig, afböjdes äfven administratorn Kristian Wilhelms förnyade ansökningar

---

1) Den tyska statskroppens officiella namn var „das heilige Römische Reich Teutscher Nation," och kejsaren bar, sedan Karl den stores dagar, egentligen titeln „romersk kejsare."

2) Ovisst torde dock vara, huruvida en sådan fred stått att ernå utan föregående blodig kamp; men säkert är, att denna då blifvit vida mer afgörande, hvaremot kurfurstens tvekan och tyska senfärdighet nu beredde kejsaren och Ligan många vigtiga fördelar samt först och främst vållade Magdeburgs fall.

3) Helbig anmärker, att den bekante hofpredikanten Hoë vid denna tid ej egde något politiskt inflytande. Men i ett privatbetänkande till ett af de kurfurstliga råden uttalade han sig afgjordt för konventet.

om bistånd mot Tilly, som sedan September hårdt ansatte honom i Magdeburg [1]).

I November slutades ändtligen det långvariga kurfurstekonventet i Regensburg, utan annat gynnsamt resultat för de protestantiska riksständerna, än att kejsaren lofvade förminskning af trupperna samt en jemnare fördelning af krigskostnaderna, till hvilkas bestridande kejserliga kommissarier inom rikets särskilda kretsar skulle uppbära kontributioner. Men härigenom hotades kurfursten af Sachsen, hvars land dittills varit förskonadt för alla dylika kontributionər, med en ny börda; och det måste, såsom Helbig anmärker, förefalla honom högst betänkligt, att kejsaren i furstedagens afsked (den 12 November) talade om de ifrågavarande kretskontributionerna såsom om en af samtlige kurfurstarne gillad åtgärd, ehuru kurfursten Johan Georg enligt sitt eget påstående, aldrig hade gifvit sitt samtycke dertill. Destomer hade de katolska ständerna vunnit, ty på samma gång de omhägnat sin kyrkas intressen, hade de åter gjort kejsaren beroende af Ligan, med hvars magt de hoppades kunna tillbakavisa svenskarne och fullkomligt undertrycka protestanterne. Sådana betänkligheter, tillägger Helbig, förmådde ändtligen kurfursten af Sachsen att gifva vika för de brandenburgska rådens enträgna föreställningar samt utskrifva det evangeliska konventet till Leipzig till den 6 Februari 1631 [2]).

Imellertid hade kurfursten af Brandenburg i September 1630 hos Gustaf Adolf gjort ett nytt, men äfven denna gång fruktlöst försök att utverka sig neutralitet [3]). Dertill kunde Gustaf Adolf så mycket mindre samtycka som han genom de fredsvilkor, som erbjödos honom, alltmer öfvertygade sig om nödvändigheten att till vinnande af en för framtiden betryggande fred flytta kriget in i fiendens egna länder. "Kejsaren synes väl till en förlikning med oss inclinera," skrifver han från Ribniz till det svenska riksrådet i början af Oktober," likväl utan andra fredsvilkor, än att vi, utan afseende på vår och våre naboers säkerhet, skulle oss i vår förra osäkerhet retirera. Wi äro af den mening, att ingen förlikning kan ingås, med mindre öfver hela Tyskland en ny religionsfred varder ingången och konfirmerad, och våra naboer sättas i deras förra stånd, så att vi genom deras trygghet kunne vara trygge [4]). Till hvilken ända vi inga andra medel finne,

1) Helbig, ss. 28—29.

2) Helbig, s. 30.

3) Helbig, s. 26.

4) Detta var i sjelfva verket samma grundsats, som Gustaf Adolf redan vid krigets början uttalade och hvilken äfven innehölls i de fordringar, som Sten Bjelke å sven-

än att vi kejsaren sjelf något närmare antasta och derhos klerkeriet, som på hans sida är. Ty der vi åt kejsarens arfländer komma kunde, och honom således hans egne medel förtaga, samt afskära honom de kontributioner han nu af våra trosförvandter pressar, så att hela krigstyngden fölle på det påfviska klerkeriet, då kunde vi ock för oss och våre religionsförvandter vinna en fred, som vi hade reputation af. Dertill hafva vi ämnat nästa år uppsätta åtskilliga arméer, nemligen så, att vi med en armée under vår egen direktion maintenerade denna kanten af Östersjön, medan Gustaf Horn och Teuffel med tvenne arméer försäkrade oss dominium öfver *Oder*, på den ena sidan hölle Brandenburg i devotion och på den andra kunde intränga i Schlesien. Med fjerde arméen i Magdeburg (der administratorn redan har 3,000 man och några 100 hästar) hoppas vi kunna tillhålla oss *Elben*, och genom denna och vår egen armée gifva både Brandenburg och Sachsen lust och tillfälle att med oss kooperera [1]). Till femte arméen gifva oss anledning erkebiskopen af Bremen samt städerna Braunschweig, Hildesheim m. fl. som redan till oss inklinera och med Salvio (Gustaf Adolfs sekreterare) secrète korrespondera. Denna armée borde fästa sig vid Weser" [2]). För öfrigt hade Gustaf Adolf hoppats att redan hösten 1630 kunna tillfoga fienden ett afgörande slag. Men det från Preussen väntade manskapets sena ankomst förhindrade denna plans utförande, och äfven anslaget mot Mechlenburg hade ej åsyftad framgång, emedan flottan af motvind hindrades att understödja honom och han derjemte förekoms af fienden. Återkommen till Stettin, vände sig Gustaf Adolf mot de kejserlige, som vid Greiffenhagen och Gartz, å ömse sidor om Odern, samlat sin hufvudstyrka och under konungens frånvaro gjort ett fruktlöst anfall på det svenska lägret vid Stettin. Julaftonen intogs, under konungens eget befäl, Greiffenhagen med storm, hvarvid den 2,500 man starka besättningen, som tappert försvarade sig, till större delen stupade; "hvilket så förskräckte den kejserlige

---

ska rådets vägnar om våren 1629 meddelade Wallenstein såsom oeftergifliga vilkor för en förlikning. Och likväl djerfvas tyska historieskrifvare i våra dagar stämpla Gustaf Adolf såsom en „gemeinen Eroberer und selbstzüchtigen Eindringling," hvilken blott begagnade protestantismens sak till täckmantel för sin tadelvärda eröfringslystnad!

1) Gustaf Adolf insåg sålunda hvad det egentligen var, som framkallade de båda protestantiska kurfurstarnes tvekan att förena sig med honom — nemligen bristande mod och tillförsigt!

2) Se Geijer, a. st., s. 199. — Såsom vi af det följande skola finna, blef denna omfattande plan, värdig Gustaf Adolfs djerfva snille, till en del tillintetgjord genom de protestantiska kurfurstarnes ängsliga och senfärdiga politik.

fältmarskalken Schaumburg [1]), att han lemnade Gartz under natten, sprängde sitt krutförråd i luften, kastade sina kanoner i vattnet och flydde genom Küstrin (hvars portar [af den kurbrandenburgska besättningen] öppnades för de kejserlige men tillslöts för de förföljande svenskarne), för att med öfverlefvorna af sin här invänta Tilly i Frankfurt an der Oder. — Så slutades året 1630" [2]).

---

## II.

### Öfversigt af Gustaf II Adolfs ställning vid början af år 1631.

Kasta vi nu en blick på Gustaf Adolfs ställning vid början af år 1631, så se vi honom, efter eröfringen af Greiffentagen och Schaumburgs hrådstörtade flykt från Garz, i betryggad besittning af nästan hela Pommern (der blott Kolberg, Greifswald och Demmin jemte några mindre betydande orter ännu innehades af de kejserlige), samt genom fördraget med Magdeburg försäkrad om en vigtig strategisk punkt vid medlersta Elben. Med städerna Lübeck, Hamburg och Bremen (som 1630 förnyat sitt 14 år tillförene afslutade förbund med holländarne) stod Gustaf Adolf i hemligt förstånd; men i sitt inre söndrade af partier och med misstroende bevakade af kejsaren, måste de i sitt förhållande till den svenske konungen iakttaga den största försigtighet [3]). Deremot hade redan flere tyska furstar formligen förbundit sig

1) Denne hade efterträdt Conti i befälet öfver den kejserliga hären.

2) Geijer, a. st., ss. 197—201. — Jemf. Helbig (s. 30), som härvid yttrar om de flyende kejserliga trupperne: „I Pommern liksom i de kurfurstliga Markerna husérade de under återtåget fruktansvärdt, byarne plundrades, qvinnor af hvarje ålder, till och med 8-åriga flickor, skändades i kyrkorna, och på kurfursten Georg Wilhelms klagomål tillstod deras dåvarande befälhafvare, Hannibal von Schaumburg, sjelf, att han ej kunde tygla de förvildade soldaterne." — Månne man bör beundra eller förakta den protestantiske kurfursten, som ännu länge tvekade att göra gemensam sak med Gustaf Adolf och slutligen måste dertill *tvingas* i sin af den svenske konungens kanoner hotade hufvudstad?

3) J. Joakim Kraz till kejserl. generalkommissarien, öfverste krigsrådet Henrik friherre af S:t Julian, Dessau d. 29 Oct. 1630 (Statsarkivet i Wien): I denna skrifvelse varnar Kraz för hansestädernas hemliga förbindelser med Gustaf Adolf, som hufvudsakligen på deras kredit skaffade sig medel till krigets förande. K. uppgifver, att Gustaf Adolf hade agenter i Lübeck, Hamburg, Bremen, samt korrespondenter i Leip-

med honom, antingen dertill tvungne, såsom hertigen af Pommern, eller frivilligt, såsom administratorn af Magdeburg, hertig Georg af Lüneburg [1]), hertig Frans Albert af Sachsen-Launburg (hvilken dock i Mecklenburg blifvit öfverrumplad och tillfångatagen af Tilly) samt hans bror Frans Karl, som i trakten af Hamburg värfvade krigsfolk för svensk räkning [2]). "Yngre söner af Tysklands furstehus," anmärker härvid Geijer, "gingo (under det de äldre merendels höllo med kejsaren) tidigast på Sveriges sida." Af regerande tyska furstar var landtgrefve Wilhelm af Hessen-Cassel en bland de förste som frivilligt närmade sig Gustaf Adolf. Genom sin egennyttige stamförvandt, den af kejsaren gynnade landtgrefve Georg af Darmstadt, beröfvad en stor del af sina arfländer, genom restitutions-ediktet hotad med ytterligare förluster och seende sitt land hårdt betungadt genom tryckande inqvarteringar och kontributioner, hade han (hösten 1630) beslutat sig att med Gustaf Adolf öppna underhandlingar om ett förbund, hvari landtgrefven lofvade indraga de protestantiska riksständerna i södra Tyskland, hertig Julius Fredrik af Würtemberg, markgrefven af Brandenburg-Kulmbach, grefvarne i Wetterau, städerna Nürnberg, Frankfurt, Strassburg, samt hertigarne Wilhelm och Bernhard af Weimar. Gustaf Adolf förbehöll sig oinskränkt ledning af kriget, samt för sig och sina härar fritt tillträde till de blifvande förbundsständernas länder och fästningar, så snart omständigheterna det

---

zig, Braunschweig och andra orter. Hvarje vecka korresponderade de med flera riksstäder: „*Quid faciendum*, wie das gemeine wesen vndt die Evangelische *Religion* könne erhalten werden; Wie die Kayserl. *Armée pian piano consumiret*, wie dieselbige *per forta* gedempfet, *Rex Succiae* aber bei guten willen und dessen *Exercitus* continuirlich könne gehalten, *Item* was *pro conseruatione Status et Religionis* dienlich." — Kejsaren borde derföre i Hamburg hafva någon agent, som vore fullt pålitlig och den katolska religionen i hemlighet tillgifven, ogillade allt hvad den obetänksamme Tillyska agenten (Menzelius) yttrade, samt lefde obemärkt och bodde på värdshus såsom stode han på resande fot. Och som borgmästaren von Titzen vore kejsarens parti tillgifven, så borde man „der gebühr nach" bemöta honom och hans anhängare, men icke heller stöta borgmästaren Vogler, oaktadt han var kejsarens afgjorde motståndare.

1) I början af November 1630 hade Gustaf Adolf utfärdat ett patent hvarigenom han tog hertigen i sin tjenst. „Dennoch traute der Lüneburger dem Glücke der schwedischen Waffen noch so wenig, dass er den verlangten Gegenschein, der dem Vertrage erst förmliche Gültigkeit gab, nicht eher als im April 1631 unterschrieb, nach dem der König Frankfurt an der Oder erobert, die Besetzung Mechlenburgs begonnen, und an dem König von Frankreich einen mächtigen Verbündeten erhalten hatte." Gfrörer, a. st. s. 627.

2) Se kejsarens skrifvelse till Dr Joh. Menzel; Regensburg d. 2. November 1630 (Statsarkivet i Wien).

medgåfve; derjemte fordrade han, att de skulle uppsätta en här af minst 10,000 man, hvartill Hessen, som hade flera befästade städer, skulle lemna värfningsplatser. Deremot förpligtade sig kronan Sverige att återinsätta de förbundne i alla de fri- och rättigheter, som de egt före krigets utbrott; hvarjemte konungen lofvade att bibehålla dem i besittningen af alla de eröfringar, som de med egna trupper kunde göra i Ligans länder [1]). Genom detta dock blott förberedande fördrag öppnades för Gustaf Adolf en gynnande utsigt för framtiden. Under de inledande förhandlingarne om detsamma hade han med eftertryck framställt nödvändigheten af ett raskt och beslutsamt förfarande. "För det åstundade biståndet," hade han förklarat, "måste man göra till villkor en ömsesidig och skyndsam hjelp. Han för sin person vore besluten att segra eller dö. Men det måste äfven de tyska furstarne göra, nu eller aldrig. Ett för sent fattadt beslut skulle, i händelse af ett nederlag, störta dem alla i oåterkalleligt förderf." Imellertid måste dock Gustaf Adolf för den gången låta sig nöja med den framtida utsigten, men äfven denna skulle han snart se försvinna i ett obestämdt fjerran [2]).

Sålunda hade Gustaf Adolf under loppet af år 1630 redan kommit i närmare förbindelse med en mängd tyska furstar, som dels redan gripit till vapen för honom, dels voro beredde att göra det, så snart ett gynnsamt tillfälle erbjöde sig. "Eljest, anmärker Geijer, "sökte till till och med de fördrifne hertigarne af Mecklenburg, konungens fränder, och hvilkas familj han lemnat tillflykt i Sverige, i början hellre sin säkerhet i kejsarens nåd än i förbund med konungen; ehuru dessa hertigars återställande var ett af Gustaf Adolfs första syftemål." Likväl hade äfven de, sedan de sett sina förhoppningar gäckade att genom furstekonventet i Regensburg återvinna sina länder, om hösten 1630 hemligen förbundit sig med Gustaf Adolf och trädde i Mars följande år öppet på hans sida. Andra sökte i neutraliteten ett bräckligt skyddsvärn mot krigets faror. Till dem hörde, utom kurfursten af Brandenburg, äfven grefvarne af Oldenburg och Ostfriesland.

Om hösten 1630 hade grefve Anton Günther af Oldenburg hos

---

1) Ligan hade förut (1627) beslutat att ej återgifva de af dem eröfrade länderna förr än krigskostnaderna blifvit godtgjorda; hvilket i sjelfva verket var detsamma som att behålla nämnde länder, om ock under namn af pant.

2) Imellertid började dock landtgrefve Wilhelm, genast efter sina sändebuds återkomst, att anställa rustningar. Att hemliga värfningar äfven bedrefvos i Franken, Schwaben samt af hertig Wilhelm af Sachsen-Weimar, erfara vi af en mängd skrifvelser i kejserl. Statsarkivet i Wien.

kejsaren förnyat sina under trenne års tid ideligen upprepade, men oaktadt infantinnan Isabellas förord städse lika fruktlösa klagomål öfver besättandet af Jevern samt de tryckande inqvarteringarne och öfriga krigsbördor, hvarmed hans länder, i trots af kejsarens redan år 1627 gifna löfte, ännu alltjemt betungades [1]). Derjemte utbad sig grefven att i kriget mellan Gustaf Adolf och kejsaren få intaga en neutral ställning, hvartill konungen af Sverige förklarat sig villig att samtycka, såvida grefven af kejsaren och Ligan kunde utverka sig ett likartadt och med behöriga handlingar styrkt medgifvande, så att man ömsesidigt hade en borgen för neutralitetens stränga iakttagande. Grefvens stora förtjenster om kejsar Ferdinand sjelf och hans företrädare Mattias, hvilka han i nödens stund bisprungit med betydliga penningförsträckningar [2]), men tvifvelsutan i främsta rummet fruktan att slutligen se honom förlora tålamodet och söka hjelp hos Gustaf Adolf, förmådde ändtligen kejsaren att lyssna till grefvens klagomål; men till den äskade neutraliteten ville kejsaren blott med stora inskränkningar samtycka. I sin den 9 November 1630 afgifna resolution på grefvens ansökan betygade kejsaren visserligen sin synnerliga benägenhet att, med hänseende till de stora tjenster, grefven gjort kejsaren och riket, villfara hans begäran; men hvad den ifrågavarande neutraliteten beträffade, så vore den en sak af den beskaffenhet, att något sådant ingalunda kunde medgifvas något riksstånd mot dess högste öfverhufvud, kejsaren. Likväl ville kejsaren efterkomma grefvens önskan om krigsfolkets bortförande och frihet från vidare inqvarteringar, under följande villkor: 1) att grefven behörigen försäkrade sina fasta orter och pass, så att riket ej derifrån hotades af någon fara; 2) att han såväl af konungen af Sverige som af general-staterne af Holland utverkade en försäkran, att de lemnade hans länder oantastade och ej

1) Se Grefve Anton Günthers besvär öfver krigspressurerna och Jeverns besättande besättande. Jemf. infantinnan Isabellas intersiationsskrifvelser för honom, dat. Bruxelles d. 16 April 1628 och d. 27 Oct. 1629 (samtligen i Statsarkivet i Wien). Af dessa skrifvelser finner man, det kejsaren redan i ett bref af d. 1 Nov. 1627 försäkrat grefven, att det blott vore fråga om ett vinterqvarter i hans länder.

2) „Copia Keyserl. Obligation auff 95,987 Rhttr 6 batz de Anno 1630 den 7 Novembris. 6 pro Centrum. Assignation auff Strassburg, Vlm, Nürnberg, Lübeck und Hamburg“ (A. st.). Af denna handling finner man att grefven redan under kejsar Mattias försträckt den kejserl. kammaren 44,635 R:dr 3 Bazen, hvartill efter hand kommit åtskilliga andra poster poster, så att grefvens hela fordran år 1620 uppgick till ofvannämnda summa, hvarå kejsaren då (sub dato d. 7 Dec.) gifvit honom skriftl. assignation på riksstäderna Strassburg, Ulm och Lübeck, jemte befallning till de kejserl. räntmästarne („pfenningemeister“) derstädes att utbetala dessa penningar; hvilket dock ej skett, hvadan kejsaren nu utfärdade en ny obligation.

besatte de nämnda orterna; 3) att han, i händelse af någon fara, kallade de kejserlige till hjelp, samt på begäran, vid hvarje tillfälle utan invändning lät öppna sina fästningar och förnämsta platser för kejsarens krigsfolk [1]).

Det var dock klart, att Gustaf Adolf aldrig på sådana villkor skulle medgifva grefven neutralitet. Isynnerhet måste den 3:dje punkten förefalla konungen anstötlig. Derföre utverkade ock grefven, att denna punkt (hvartill han dock i hemlighet förpligtade sig) uteslöts i ett så kalladt "bidekret," d. v. s. ett för Gustaf Adolfs räkning särskildt affattadt exemplar af den kejserliga resolutionen, "på det denna utan någon farhåga (ohne einige schew) måtte *in originali* kunna föreläggas konungen af Sverige till vinnande af den äskade assekurationen" [2]).

Men det lyckades dock ej att genom detta svek föra den svenske konungen bakom ljuset. Han kände för väl med hvilka han hade att göra för att (i likhet med den godtrogne och halfrusige kurfursten af Sachsen på mötet i Mühhausen 1620) låta fånga sig genom halfva löften och tvetydiga försäkringar. Då i December 1630 fullmägtige från grefvarne af Oldenburg och Ostfriesland infunno sig hos konungen i lägret vid Golnow för att åt sina herrar utverka den åstundade neutraliteten, visade han sig föga böjd att bevilja den och uppställde villkor, som visserligen i och för sig voro fullt rättmätiga, men i sjelfva verket gjorde den omöjlig. "Bland alla medel att förebygga krigets onda," svarade han sändebuden, "vore intet förvändare än den föreslagna neutraliteten. Kejsaren skulle icke det ringaste rätta sig derefter, det tyska rikets historia ådagalade med tusende exempel, att sådane åtgärder alltid varit giller till de svages undertryckande. Likväl erbjöde han sig att efterkomma grefvarnes önskan och förse dem med neutralitets-urkunder, såvida 1) de kejserliga och bayerska trupperna aflägsnades ur Oldenburg samt utrymde alla af dem besatta platser och fästningar derstädes, 2) om grefvarne och deras undersåter icke blott iakttogo en uppriktig neutralitet samt hvarken hemligen eller uppenbarligen på något sätt understödde Sveriges fiender, utan äfven förpligtade sig, att de, i händelse någon ville tvinga eller öf-

1) Se kejsarens resolution på grefve Anton Günthers ansökan om neutralitet, m. m., dat. 9 Nov. 1630 (Statsarkivet i Wien).

2) Se kejsarens skrifvelse till grefve Anton Günther af Oldenburg och Delmenhorst; dat. Linz den 26 Nov. 1629. Genom denna skrifvelse tillförsäkrades grefven frihet från alla inqvarteringar och kontributioner så länge den svenska armaturen varade, likväl under ofvananförda vilkor.

vertala dem till neutralitetens brytande, skulle mot denna tredje använda våld och påkalla konungens hjelp; slutligen 3) skulle de förete tillfredsställande urkunder ("sufficiente acta") från kejsaren och Ligan, hvarigenom de frikallades från sin förpligtelse till riket; och borde de äfven sätta sina länder i sådant försvarstillstånd, att konungen kunde vara förvissad om neutralitetens obrottsliga iakttagande från motpartiets sida. Med detta föga tillfredsställande besked återvände sändebuden, och något neutralitetsfördrag synes ej hafva kommit till stånd [1]).

Äfven kurfursten af Brandenburg sökte fortfarande framhärda i sin ängsligt försigtiga neutralitetspolitik, ehuru med hvarje dag under allt vanskligare förhållanden, som borde hafva öppnat hans ögon för de faror och svårigheter, i hvilka han på denna stråt invecklade sig. Ty då han, uppskrämd af andras öde, ej vågade sig ut på det öppna, stormupprörda hafvet, men ej heller fann någon säker hamn, nödgades han kryssa sig fram mellan bränningar, der han hvarje ögonblick äfventyrade ett skeppsbrott; och sålunda se vi honom, i saknad af det manliga mod, som utan öfverdåd, men beslutsamt går faran till mötes och derigenom ofta besegrar den, i stället bemöda sig att försigtigt kringgå densamma, men just derigenom aldrig blifva den qvitt. Och härvid sökte han, såsom i allmänhet är fallet med svaga naturer, mindre sin räddning i egen kraft och rådighet än i andras bistånd, hvilket han i främsta rummet väntade sig af förbindelsen med sina protestantiska medständer, oaktadt erfarenheten borde hafva lärt honom, att det var en i hög grad osäker grund att att bygga på. Också hade denna af nyare tyska historieskrifvare så högt prisade politik ingen annan följd, än att kurfursten af Brandenburg kom i en tvetydig ställning både till Gustaf Adolf och till kejsaren och på samma gång utsatte sig för bådas missnöje. I kraft af de af kurfursten utfärdade, men af kejsaren ogillade patenter, hvarigenom de kurfurstliga undersåtarne blifvit bemyndigade "att våld med våld afvärja," hade dessa utöfvat sjelfhämnd mot det från Garz flyende kejserliga krigsfolket, af hvilket de med otyglad fräckhet plundrades och misshandlades. Men om å ena sidan kejsaren härigenom förolämpades, så

---

1) Imellertid blefvo dock de kejserliga trupperna återkallade från Oldenburg, och grefven både af kejsaren och Tilly försäkrad om, att hans land för framtiden skulle blifva förskonadt för dylik tunga. Grefven tackade härför i ett bref till kejsaren, dat. Oldenburg d. 20 April 1631, och förvaradt i Statsarkivet i Wien. — Se för öfrigt Gfrörer, a. st. s. 634. — Jemf. „Königl. schwedische Resolution, dem Gräfl. Oldenburg. Abgesandten gegeben," Golnau d. 16 Dec. 1630; (afskr. bifogad Tillys bref till kejsaren, dat. Frankfurt an der Oder, d. 5 Febr. 1631. Statsarkivet i Wien.)

måste å andra sidan tilldragelsen vid Küstrin, der den brandenburgske befälhafvarens förhållande beredde de i svårt tränggmål stadde kejserlige ett gynnsamt tillfälle att undkomma, i ej ringa mån ådraga kurfursten den svenske konungens rättmätiga harm; ty detta med en sträng neutralitets grundsatser föga öfverensstämmande förfarande, hvarigenom svenskarne beröfvades den fullständiga frukten af sin seger, berättigade onekligen Gustaf Adolf att fiendtligt behandla den så godt som värnlöse kurfursten och med väpnad hand af honom tilltvinga sig de medgifvanden konungen äskade. Men i det längsta föredragande mildare utvägar, hvilka under dåvarande förhållanden äfven af klokheten förestafvades, åtnöjde han sig med att till Berlin affärda ett sändebud för att klaga öfver tilldragelsen vid Küstrin, föreställa kurfursten omöjligheten af neutralitetens bibehållande samt förmå honom till ett förbund med konungen, som i sådan händelse ville försäkra honom om Pommerns besittning vid den ålderstigne hertig Bogislai död. Vid samma tid (nyårstiden 1631) anlände ett kurbrandenburgskt sändebud, kansleren Sigismund von Götz, till konungen för att ånyo föredraga det utnötta ärendet om neutralitet och fredsunderhandlingars öppnande [1]). Men i afseende på den förra punkten var konungen nu mindre än någonsin förr benägen till eftergifter. Han äskade obetingadt att kurfursten skulle förbinda sig med honom samt upplåta honom Küstrin. Kurfurstens ursäkt, att han af skyldig respekt för kejsaren ej kunde dertill samtycka, tillbakavisade konungen med den anmärkningen, "att detta förekomme honom underligt, då kejsaren icke hade någon respekt för kur- och andra furstar: ville de tyska furstarne blifva kejsarens bönder och slafvar, så vore det honom likgiltigt, men *han* måste vara betänkt på sin säkerhet." Likväl betygade han äfven nu sin benägenhet för fred, hvarom han tillstyrkte kurfursten att meddela sig med Kursachsen. Kurfursten kunde dock blott förmås att bevilja svenskarne fritt pass och repass vid Küstrin, med det vilkor, att de lemnade fästningen oantastad. Deremot afböjde han det af Gustaf Adolf föreslagna förbundet, hvarvid han såsom skäl anförde nödvändigheten att derom rådföra sig med kurfursten af Sachsen, den ringa fördel detta förbund skulle tillskynda konungen samt den stora

1) Sistnämnda ärende framställde Götz å samtliga kurfurstarnes vägnar, i öfverensstämmelse med det aftal, som blifvit träffadt på furstedagen i Regenburg. Gfrörers uppgift, att kurfursten härtill varit autoriserad af kejsaren, synes oss deremot sakna all grund, såsom redan bevisas af den omständigheten, att kurfursten väl förständigade sina medkurfurstar, men ej kejsaren, om utgången på sina bemedlingsförsök, hvarom kejsaren först underrättades genom kurfursten af Mainz.

fara, för hvilken kurfursten genom ett sådant steg skulle blottställa sig sjelf. Och härmed lät Gustaf Adolf tills vidare sig nöja, i afvaktan på hvad det evangeliska konventet i Leipzig kunde komma att medföra [1]).

I sjelfva verket befann sig Georg Wilhelm i en ganska brydsam belägenhet mellan kejsarens anspråk å ena, Gustaf Adolfs å andra sidan, och hvarje eftergift åt endera kunde svårligen undgå att blifva en förolämpning mot den andra. I detta sitt trångmål sökte han förgäfves råd och hjelp hos Kursachsen. "Konungen af Sverige skulle nog låta lugna sig, kejsaren skulle gifva det betryckta riket fred, Gud skulle bevara den nödställda kyrkofarkosten — sådana", anmärker Helbig, "voro de allmänna talesätt, hvarmed de brandenburgska sändebuden städse afvisades oaktadt sin klagan, att kurfurstens råd alltid stannade *in generalibus* och fasthölle osannolika fall." Slutligen hänvisade Kursachsen till det evangeliska konventets snara öppnande. Med denna utsigt måste äfven Gustaf Adolf för den gången hålla till godo, efter att genom en beskickning hafva uppmanat den sachsiske kurfursten till ett raskt och manligt handlingssätt samt dervid erinrat honom om hans anherre Moriz' föredöme [2]).

Med spänd väntan emotsågs nu af alla partier det tillstundande evangeliska konventet, hvartill Johan Georg i December 1630 omsider utfärdat kallelsen. Härom skyndade han att förständiga kejsaren genom en skrifvelse, dat. Dresden d. 3:dje Jan. (g. st.?) 1631. I densamma erinrade kurfursten om sina ifriga bemödanden att genom fredliga medel bilägga alla missförstånd och afstyra de företagna exekutionerna af det kejserliga ediktet; men med "bestörtning" hade han erfarit, huru i det stället nämnda exekutioner nästan dagligen tilltogo, i likhet med de odrägliga och i det heliga romerska riket hittills oerhörda krigspressurerna. Som han imellertid inhemtat, att de katolske kurfurstarne på konventet i Regensburg till den 3:dje nästinstundande Februari beramat en sammankomst i Frankfurt am Main för biläggande af alla stridigheter med de evangeliske, så hade han, för att å dessas sida förbereda och befordra en sådan förlikning, på deras förnyade uppmaningar inbjudit dem till en sammankomst i Leipzig den

1) Helbig, a. st. s. 31. — Jemf. S. v. Götz' t. Gust. Adolf öfverlemnade memorial (i Oxenstjernska Samlingen i Kgl. Riks-ark. i Stockh.), samt "Copia Schwedischen Beschaidts für dess Churfürsten zu Brandenburg Abgesandten"; Warwiz d. 3 Jan. g. st. 1631 (kejserl. statsark. i Wien).

2) Helbig a. st. s. 32.

6:te i samma månad. Härom skyndade han att underrätta kejsaren för att förtaga denne alla vidriga impressioner [1]).

Onekligen synes kurfursten mindre af egen drift än på grund af andras enträgna uppmaningar omsider hafva beslutat sig för detta genom sina följder vigtiga steg; dock är det påtagligt att han redan från början dermed haft ett vidsträcktare syftemål än han i nyssanförda bref till kejsaren fann rådligt att låta påskina [2]). Det misstroende, hvarmed kejsaren och Ligan emotsågo detta konvent, var derföre icke ogrundadt och fann sitt fulla berättigande i de förhandenvarande betänkliga tidsförhållandena, framför allt i den rådande sinnesstämningen hos det stora flertalet af Tysklands protestanter.

I allmänhet började desse, efter Gustaf Adolfs uppträdande på Tysk botten och i mån af hans framsteg derstädes att med ökad tillförsigt åter resa hufvudet för att afskaka det förhatliga ok, hvarunder de i känslan af sin vanmagt måst böja sig; och om de också till en början ansågo sig för svaga att våga ett öppet motstånd, så antydde dock redan många tecken, hvad man af dem framdeles kunde hafva att vänta. Från alla håll inlupo till kejsaren oroande underrättelser om den bland protestanterne tilltagande gäsningen samt deras triumferande glädje ("Frohlocken") öfver den svenske kungens framgångar. Han vore, hette det, deras väntade Messias; öfverallt i riket hade han hemliga förbindelser; öfverallt, äfven i Schweitz, voro hans agenter verksamme; i Magdeburg umginges den svenske generalkommissarien Falkenberg med farliga anslag, åsyftande att divertera kejsarens och Ligans krigsmakt; i staden Braunschweig herrskade en stark jäsning; äfven i Böhmen sades åtskilliga uppviglare vilja insmyga sig; i Erfurt, i Franken, Schwaben och flerestädes bedrefvos i hemlighet misstänkta värfningar, och om ej i tid alvarliga åtgärder vidtoges, vore bland Tysklands protestanter en allmän resning att befara: i Storbrittanien läte Karl I för Gustaf Adolfs räkning värfva en ansenlig krigsmagt (den uppgafs till 12,000 man), som instundande vår skulle öfverföras till Tyskland: äfven holländarne hade blifvit anmodade att med 6000 man förstärka densamma, och grefve Wilhelm af Nassau sades hafva med en betydlig truppstyrka fått afsked ur holländsk tjenst för att inträda i Gustaf Adolfs [3]).

---

1) Kurf. af Sachsen t. kejsaren, Dresden d. 3 Januari 1631. (Statsark. i Wien).

2) Detta bevisas bland annat af de "frågepunkter" kurf. synes hafva förelagt sitt hemliga råd eller någon förtrogen furste, och hvilka datera sig från hösten 1630. (Se bilagorna).

1) Se de talrika skrifvelserna härom i Kejserl. Statsarkivet i Wien, Fasc. XXXVIII och XXXIX.

I sjelfva verket voro dessa rykten, om än öfverdrifna, dock icke helt och hållet ogrundade. Karl I hade verkligen tillstadt markisen af Hamilton att i England för Gustaf Adolfs räkning värfva 6000 man, hvilka den brittiske konungen i hemlighet betalade; och ehuruväl den sednare genom det spända förhållande, hvari han befann sig till sina undertåter, var urståndsatt att lägga någon afgörande vigt i den europeiska politikens vågskål, så upphörde han dock ej att efter förmåga åtaga sig sin svågers, den fördrifne pfalziska kurfurstens sak, till hvars återupprättande de svenska vapnen i Tyskland numer öppnade en ny utsigt [1]). Äfven holländarne, hvilkas mod och sjelfförtroende vuxit genom de stora framgångarna år 1629, började nu åter intaga en hotande ställning till det tyska riket, och hade lofvat bispringa Gustaf Adolf med penningar [2]). Men hvad som framför allt synes hafva stegrat det katolska partiets oro och protestanternas förhoppningar, var det mellan Sverige och Frankrike i början af år 1631 afslutade förbundet i Bärwalde.

I början af år 1630 hade Richelieu i egen person med en fransk här för andra gången gått öfver Alperna och (i Mars) bemägtigat sig den hertigen af Savoyen tillhöriga fästningen Pinerolo, hvarigenom fransmännen tillförsäkrades tillträdet till Italien. Hertigen, som året förut nödtvungen måst förlika sig med Frankrike och biträda den ofvannämnda ligan i Venedig, skyndade nu att söka hjelp hos spanioerna och kejsaren [3]). Men under tiden bemägtigade fransmännen sig hela Savoyen, Ludvig XIII infann sig sjelf (i Maj) vid den franska hären i Italien, hvilken (i Juli) förstärktes med en ny fransk armée. De kejserliga och piemontesarne blefvo slagne, Saluzzo eröfradt, och sålunda var inom kort hela Piemont med undantag af Montmelian i fransmännens händer. För andra gången räddades det hårdt ansatta Casale, men deremot kunde fransmännen ej hindra de kejserlige att bemägtiga sig Mantua.

Under tiden var den franska diplomatien fortfarande verksam på

---

1) Om den landsflygtige kurfurstens återinsättande i sina länder och sin värdighet hade Karl I äfven efter freden i Lübeck, fortfarande stått i underhandling.

2) Man befarade redan 1630 en holländsk invasion i tyska riket, och ansåg denna plan stå i samband med de franska stämplingarna, hvarom vidare i det följande.

3) Se kejsarens bref t. hertigen, dat. Wien d. 30 April 1630. (Statsark. i Wien). Kejsaren, som lofordar hertigens orubbliga trohet, säger sig ej hafva glömt sin kejserliga pligt, utan hade han gifvit sin befälhafvande general i Italien, grefve Colalto, befallning att, om någon större fara hotade hertigen, understöda honom med den kejserliga krigsmagten.

flera håll. Mellan Frankrike och de Förenade Nederländerna afslöts (i Haag d. 17:de Juni 1630) ett förbunds- och subsidii-fördrag. I Tyskland fortsatte Richelieu sina bearbetningar och understöddes här, liksom i Italien, af påfven Urban VIII, som trogen sin mot det Habsburgska huset fiendtliga politik allt närmare anslöt sig till Frankrike. Redan kejsarens bemödande att i afseende på de gamla rikslänen i Italien göra sin kejserliga öfverhöghet gällande, hade oroat påfven, som af kejsaren blifvit anmodad att möta honom i Bologna eller Ferrara för att kröna honom — en begäran, som påfven hade svårt att direkte afslå, men som han dock gerna ville undvika att uppfylla. Vidare hade kejserliga hofvet låtit förstå, att Wallenstein vid sin tillstundande ankomst till Italien skulle låta anställa undersökning rörande kejsarens länsanspråk på Urbino. Det var att angripa påfven från en ömtålig sida, och han såg derföre ej ogerna att kejsaren på andra håll bragtes i trångmål samt sålunda hindrades att fullfölja sina planer i Italien. Derföre synes Gustaf Adolfs tyska krig i början icke hafva varit påfven ovälkommet. Hos den katolska Ligan i Tyskland understödde han Richelieus ränker och medverkade troget att gendrifva kejsarens afsigter på furstedagen i Regensburg. I djupaste hemlighet träffade den till Regensburg affärdade påfliga nuntien Rocci en öfverenskommelse med kurfursten af Bayern, att restitutionsediktet ej skulle återkallas, eller några jemkningar deri medgifvas. De katolska kurfurstarne till och med meddelade Rocci en skriftlig förklaring, att de i alla kyrkliga angelägenheter skulle handla i öfverensstämmelse med honom. I afseende på pfalzgrefve Fredriks restitution förklarade nuntien, att sådant skulle lända den katolska kyrkan till obotlig skada. Dessa planer uppgjordes tvifvelsutan i samråd med den till Regensburg afsända franska beskickningen, som bland sina medlemmar räknade den bekante diplomaten pater Josef [1]). Genom dessa ränker omöjliggjordes hvarje fredlig lösning af de tyska tvistefrågorna, och måhända var det just detta både Frankrike och påfven åsyftade [2]). Ej utan

1) "Quoique sans caractère public." Flassan, a. st. 437. Offentligt sändebud var Brulart de Léon, förut ambassadör i Venedig och sednast i Schweiz, der han tillsammans med Bassompierre tillvägabragt det ofvannämnda fördraget.

2) Deremot skall kejsarens förste minister v. Eggenberg hafva tillstyrkt kejsaren att återkalla restitutionsediktet för att härigenom tillfredsställa kurfursten af Sachsen. Detta råd skall det Spanska sändebudet hafva understödt. Spanien, som behöfde kejsarens bistånd i Italien och derföre önskade se freden återställd i det tyska riket, samt tillika fruktade ett alvarsamt krig med England, erbjöd sig till och med att återställa de af spanska trupper besatta delarne af Kurpfalz, så snart lugnet i Tyskland vore återställdt. Se den spanska residenten i Wien Jakob Brunnern's tvenne "Supplicationer" t. H.

skäl klagade derföre kejsaren och Spanien öfver Urban VIII:s uppförande. "Först förmådde mig påfven till restitutionsediktet," skall kejsaren en gång hafva yttrat, "i det deraf föranledda kriget öfvergifver han mig nu. Min sons val till romersk konung gendref han; kurfursten af Bayern uppmuntrade han med råd och dåd att följa en afsöndrad politik och att förbinda sig med Frankrike; förgäfves anmodar jag honom om ett bistånd, som föregående påfvar så ofta beviljat både i penningar och manskap; ja, han vägrar till och med att fördömma fransmännens förbund med kättarne, eller att förklara detta krig för ett religionskrig."

Imellertid hade Gustaf Adolf gått öfver till Tyskland och der vunnit sina första fördelar öfver de kejserlige. Charnacé, som i Mars med oförrättadt ärende måst lemna Sverige, infann sig nu (Juli 1630) ånyo hos konungen, i fältlägret vid Stettin, för att återupptaga de afbrutna underhandlingarna. Men äfven denna gång uppstodo åtskilliga svårigheter med anledning af ett par formfrågor, i hvilka Gustaf Adolf ej ansåg sig kunna gifva vika utan att åsidosätta sin värdighet [1]). Men det var dessutom en väsendtlig punkt, hvarutinnan Gustaf Adolfs och Richelieus intressen redan från början kommo i strid med hvarandra, och i det följande få vi se denna motsats skarpare framträda samt för ett ögonblick till och med hota med en formlig brytning mellan Sverige och Frankrike. Richelieu måste nemligen till följe af hela sin ställning såväl till partierna inom Frankrike som till påfven och den katolska Ligan i Tyskland sorgfälligt undvika hvarje sken af att på något sätt uppträda mot den katolska kyrkan eller gynna ett före-

Kejserl. M:t, bifogade infantinnan Isabellas skrifvelse t. kejsaren, dat. Bruxelles d. 26 Mars 1630. (Statsark. i Wien).

1) Flassan, anf. st. s. 151: "On convint assez facilement du fond des conditions; mais de grandes difficultés s'élevèrent sur la forme. Charnacé ayant enséré dans le traité, le terme de *protection* de la part de la France envers Gustave, les plénipotentiaires suédois repondirent "que le roi leur maître ne demandait point d'autre protection que celle du ciel; et qu' après Dieu, sa majesté ne ce crayait redevable qu'à son epée et à sa bonne conduite, des avantages que ses armes pourraient remparter." — Une seconde defficulté eut lieu par rapport au placement du nam du roi de France avant celui du roi de Suède, dans les deux instrumens originaux du traité, malgré l'usage d'aprés lequel chaque souverain est nammé le promier, dans le traité qui lui est remis. Les plénipotentiaires suédois réclamairent cet usage, qu'ils appuyaient de l'exemple d'un traité conclu, en 1542, entre la France et Gustave-Wasa, aïeul de Gustave Adolphe, lequel avait traité d'égal à égal avec François I:re. — Charnacé persistant dans son refus, Gustave, maécontent, fut sur le point de rompre la négociation; et il écrivit à Louis XIII, qu'il ne pouvait pas s'imaginer que sa majesté ne consentît à lui accorder son amitié qu'aux dépens d'un honneur qu'il ne tenait que du ciel."

tag som kunde hota Ligan med förlusten af de fördelar den med stora uppoffringar tillkämpat sig på protestanternas bekostnad. Deremot ville Gustaf Adolf just uppträda såsom de betryckta protestanternas målsman och i deras intresse tillvägabringa en ny religionsfred, som för framtiden betryggade protestantismens bestånd samt jemvigten mellan de båda religionspartierna i det tyska riket. Derföre gjorde han ock de protestantiska ständernas återinsättande i sina förra fri- och rättigheter till ett oeftergifligt vilkor för en blifvande fred. Det var den fana, hvarunder han hoppades, att, om krigslyckan vore honom gunstig, en gång se Tysklands protestanter samlade till en gemensam kamp emot deras af framgången öfvermodige fiender. Och huru skulle han väl hafva kunnat påräkna Englands understöd, om han ej åtoge sig den landsflyktige Fredrik af Pfalz såväl mot kejsaren och Spanien som mot den katolska Ligan och dess af Frankrike omhuldade hufvud, Maximilian af Bayern, hvilken af kejsaren blifvit belänad med Öfre Pfalz och den pfalziska kurvärdigheten samt tillika innehade en stor del af de nederpfalziska länderna? Å andra sidan var dock Gustaf Adolf i stort behof af de subsidier, som genom Charnacé erbjödos honom, och underskattade icke heller i andra afseendeu vigten och fördelarne af ett förbund med Frankrike. Dessa hänsigter förmådde honom att ej helt och hållet afbryta de af Charnacé inledda underhandlingarna, om ock det franska sändebudets omedgörlighet i en af de redan nämnda formfrågorna föranledde Gustaf Adolf att tills vidare låta hela saken anstå [1]). Tvifvelsutan var han öfvertygad, att den franska styrelsen dock förr eller sednare skulle gå hans önskningar till mötes, äfven i den omtvistade etikettfrågan, hvarom han i en skrifvelse, egnad att på en ridderligt sinnad konung göra intryck, vände sig till Ludvig XIII sjelf [2]).

---

1) I ett bref t. A. Oxenstjerna dat. fältlägret vid Stettin d. 23 Juli 1630, skrifver konungen. Härhos låte Wi eder också nådeligen förnimma, att fransyske gesandten Chemar *(Charnacé?)* är åter hit till Oss kommen med præsenteraude på sin konungs vägnar att gifva Oss till detta kriget 120,000 Rdr för en gång, och intet mera, så länge hans konung med det italienska kriget är occuperad, tillbjudandes sedan årligen att præstera Oss 400,000 r.dr. Så än dock Wi icke ännu äro resolverade, hvad Wi härutinnan göra skole, och gerna hade häröfver först edert råd och betänkande; Likväl medan han præsenterar Oss här visse växlar, med hvilka Wi så sjelfve hjelpas kunna, som ock eder stat någorledes adsistera: Derföre mena Wi Oss icke vara orådeligt, hvar Wi sådan condition med Fransosen ingå och deröfver sluta. Begäre dock nådeligen att få häröfver eder avis." (Se anf. Arkiv t. upplysning om svenska krigens och krigsinrättningarnas historia, a. st. s. 194).

2) Se föreg. sida, der vi efter Flassan meddelat ett utdrag af nämnda skrifvelse.

Imellertid inträffade kort derpå händelser, som för ett ögonblick tycktes beröfva Gustaf Adolf den öppnade utsigten på Frankrikes bistånd. Det påfliga sändebudet Jules Mazarins nit lyckades det att i Rivalta den 14:de September 1630 tillvägabringa ett 40 dagars stillestånd mellan de franska, spanska och kejserlige fältherrarne i Italien. På furstedagen i Regensburg förvandlades detta stillestånd, med åtskilliga tillägg och förändringar, till en formlig fred mellan Frankrike och kejsaren (den 13 October 1630). Genom första artikeln i fredsfördraget förpligtade sig båda parterna att hvarken med råd eller dåd, penningar, vapen, lifsmedel, krigsförnödenheter, eller på något annat sätt bistå hvarandras dåvarande eller framdeles blifvande fiender (*"hostes qui nunc sunt, aut qui aliquando declarabuntur"*). Genom den andra tillförsäkrades hertigen af Savoyen skadestånd i länder eller penningar för sina anspråk på Montferrat. Genom artiklarna VI—XII förband sig kejsaren att inom sex månader investrera hertig Karl Gonzaga af Nevers med hertigdömet Mantua, äfvensom att utrymma de af de kejserlige besatta trakterna och fästena i Graubündten och Veltlin. I afseende på de uppkomna tvistigheterna rörande biskopsstiften Metz, Toul och Verdun, abbotstiftet Gorze, m. fl. orter i Lothringen, bestämdes (genom artikeln XV), att å ömse sidor fullmägtige inom viss tid skulle utses för att i godo bilägga dessa tvister, och skulle under tiden i nämnde orter inga förändringar vidtagas, som förnärmade det tyska rikets rättigheter; men genom den XVI:de artikeln förklarade sig det franska sändebudet ej bemyndigadt att samtycka till den å kejsarens sida föreslagna konferensen samt yrkade att citadellen och fästena i Meyenwie, Mez och Verdun skulle förblifva i sitt förra skick.

Detta fördrag, hvilket undertecknades af Brulart de Léon, såsom Frankrikes ombud, och af pater Josef såsom "assistent", väckte dock Ludvig XIII:s och Richelieus häftiga missnöje. Richelieu trodde sig vid denna fredsunderhandling hafva blifvit kringgången af pater Josef, liksom förut, vid freden i Barcelona, af pater Berulle. Josef och Brulart ursäktade sitt handlingssätt med den svåra ställning, hvari de befunnit sig till följe af Ludvig XIII:s farliga sjukdom och ryktet om då uppkomna bedröfliga söndringar vid hofvet. Kort efter återkomsten från Italien hade nemligen konungen häftigt insjuknat och man väntade hans död. Som han då ännu var barnlös, så hade, i händelse af hans frånfälle, kronan tillfallit hans bror, Gaston af Orleans, som var en anhängare af Spanien och Richelieus afgjorda fiende. En fullkomlig förändring i Frankrikes politiska ställning hade sannolikt blifvit följden deraf. Det var ett af dessa verldshistoriska ögonblick, som

synas för århundraden bestämma menskligheten öden. Men med konungens tillfrisknande ljusnade äfven de mörka utsigterna för Europas framtid, och den franske kardinalen såg sig åter betryggad i utöfningen af en politik, som för katolicismens intressen ej uppoffrade Frankrikes.

Rörande den i Regensburg afslutade freden framställdes i franska rådkammaren trenne meningar: den första tillstyrkte dess antagande, oaktadt den prejudicerade konungens intressen; den andra yrkade, att man utan vidare omständigheter borde förklara den ogiltig, emedan de franska ombuden öfverskridit sina fullmakter; enligt den tredje borde man låta kriget hafva sin gång i Italien samt anbefalla Léon att godtgöra sitt fel genom att förmå kejsaren till sådana jemkningar i fredsfördraget, hvarigenom det blefve antagligt. Sistnämnda mening segrade, och i öfverensstämmelse dermed tillsändes Léon en kunglig depesch (dat. den 26:te October 1630), hvarigenom han befalldes att hos de kejserlige ministrarne göra inkast mot fredsfördragets giltighet, samt påyrka en närmare utläggning af detsamma. Såsom skäl till denna begäran anfördes, att de franska ombuden vid fredsunderhandlingen, såsom de sjelfve uttryckligen tillkännagifvit (i XV artikeln af fördraget), öfverskridit sina fullmagter, då de äfven inlåtit sig på de lothringska tvistefrågorna; ty om en punkt i fördraget vore ogiltig, så gällde detta äfven om det hela. Dessutom hade spaniorerne och de kejserlige förrådt sin afsigt att för alltid behålla passen och fästena i Graubündten [1]) samt sålunda kringgå fördraget, till förfång för Frankrikes anseende och dess bundsförvandters intressen.

Imellertid betygade Léon de kejserliga ministrarne sin konungs beredvillighet att åt hertigen af Savoyen återställa allt hvad han fråntagit honom, såvida den af hertigen af Mantua äskade investituren utan uppskof beviljades och man samma dag återställde passen och fästena i Graubündten (Veltlin?). Men härvid gjorde kejsaren å sin sida svårigheter. Veltlin förblef i österrikarnes händer, både fransmännen och de kejserlige behöllo de af dem besatta platserna i Italien, och sålunda var freden knappast afslutad, förrän kriget ånyo hotade att utbryta. Detta synes hafva öfverensstämt med Richelieu's innersta önskan; och såsom en förberedelse till vidare planer se vi den franska diplomatien ånyo ifrigt sysselsatt såväl vid Alperna som i det svenska fältlägret [2]).

---

1) Då passen i det egentliga Graubündten redan i Sept. 1630 blifvit utrymda af de kejserlige, så måste här menas Veltlin, som de kejserlige fortfarande höllo besatt.

2) Flassan, a. st. s. 432 o. ff.

I allmänhet har Richelieu vid denna tid utvecklat hela sin öfverlägsna statsmannaförmåga och utan att rygga för de personliga faror, för hvilka han mer än en gång såg sig blottställd, med orubblig ståndaktighet fortgått på den bana han för sig och Frankrike utstakat, och hvars mål var hans fäderneslands storhet. Det fordrades härtill en Richelieu's slughet och kraft, ty både utom och inom landet, ja, till och med bland dem, som stodo konungen närmast, hade han mägtiga fiender att bekämpa; och den man, som till stor del höll den europeiska politikens invecklade trådar i sin hand, den man, på hvilken Europas framtid i väsendtlig mån tycktes bero, har en gång sjelf varit nära att störtas af en qvinna. Denna qvinna var den franska enkedrottningen, som, i sina planer motarbetad af Richelieu, till honom fattat ett outsläckligt hat och hos sin son, Ludvig XIII, uppbjöd allt sitt inflytande till den förhatade ministerns störtande. Man ansåg honom redan förlorad; och måhända hade han äfven varit det, om han haft en verksammare, en förslagnare motståndarinna än Maria af Medicis. Men till lycka för Frankrike och för Europa gick han segrande ur denna strid, och "*la journée des dupes*" (den 11 November 1630) blef en olycksdag, ej blott för enkedrottningen, som förgäfves sökte qväfva sitt djupt rotade hat, utan äfven för kejsaren och Spanien, mot hvilken Richelieu nu med ökad kraft kunde fullfölja sina planer.

I September 1630 hade österrikarne utrymt de af dem besatta passen i det egentliga Graubündten, men behöllo fortfarande Veltlin, hvilket de tycktes föga hugade att återställa. Till dess återeröfrande uppmanades nu graubündtnarne af ett franskt sändebud, de Landes, och visade sig nu liksom förr beslutne att mot det mägtiga österrikiska huset försvara sin frihet. För sådant ändamål uppbådades 3000 man som Frankrike betalade. I December 1630 blefvo de gamla förbunden mellan Graubündtens trenne områden åter besvurna samt de vigtigaste gränspassen befästade för att spärra österrikarne tillträdet till landet. Richelieu skickade vid denna tid hertigen af Rohan, den bekante hugenottchefen, i egenskap af franskt sändebud till Graubündten, hos hvars till större delen protestantiska befolkning han såsom sjelf protestant borde vinna förtroende. Också förklarade honom graubündtnarne att de med lif och blod ville försvara sitt fäderneslands oafhängighet samt återeröfra Veltlin; och härtill beredde de sig under Rohans ledning.

Medan detta tilldrog sig i Graubündten, hade Charnacé ånyo blifvit affärdad till Gustaf Adolf, som (Januari 1631) emottog honom i svenska fältlägret vid Bärwalde. Franska styrelsen hade nu beqvämat

sig att i de ofvannämnda formfrågorna gå Gustaf Adolfs önskningar till mötes. Å ömse sidor närmade man sig hvarandra, och sålunda tillvägabragtes omsider (den 13:de Januari 1631) det länge afhandlade förbund, som i det trettioåriga krigets historia spelat en så vigtig rol. Bestämningarne rörande förbundets ändamål, m. m. voro desamma som i det redan nämnda Westeråsfördraget. I III:dje artikeln fastställdes att konungen af Sverige i förevarande krig skulle på egen bekostnad underhålla 20,000 man till fot och 6000 ryttare; härtill skulle konungen af Frankrike bidraga med en summa af 1,000,000 Livres (400,000 rdr) årligen. I de båda sista artiklarne bestämdes, att förbundet skulle vara i 5 år, räknadt från den 1:ste Mars 1631, d. v. s. den dag, då fördraget borde undertecknas, dock skulle Gustaf Adolf för det redan förflutna året (räknadt från den dag då fördraget i Westerås uppsattes) af Frankrike erhålla 300,000 Livres [1]).

Genom VIII:de artikeln i detta fördrag lofvade väl Gustaf Adolf att lefva i godt förstånd eller åtminstone hålla neutralitet med kurfursten af Bayern, äfvensom med Ligan, såvida de å sin sida mot honom iakttogo ett lika förfarande; men detta redan i sig sjelft blott vilkorliga medgifvande inskränktes dessutom i väsendtlig mån genom den I:a artikeln, hvari de förfördelade tyska riksständernas restitution uttryckligen uppgafs såsom ett af förbundets hufvudsyften. Detta var en punkt, som i sjelfva verket måste göra den Ligan förbehållna neutraliteten till en död bokstaf; ty svårligen skulle kurfursten af Bayern och de öfriga katolska ständerna godvilligt beqväma sig att afstå från fördelar, som de på de protestantiska ständernas bekostnad tillskansat sig, och hvilka de ända dittills visat sig så föga böjde att uppoffra. Också besannades blott alltför snart hvad Gustaf Adolf redan i Westerås förutsagt, att nemligen kurfursten af Bayern och Ligan skulle blifva bland de första, med hvilka han finge att göra i Tyskland.

För öfrigt måste detta förbund och de Sverige derigenom tillförsäkrade subsidierna för Gustaf Adolf vara så mycket välkomnare, som han under hösten 1630 befunnit sig i en tryckande penningeförlägenhet, då de från Sverige påräknade medlen till stor del uteblefvo, och den från Holland väntade undsättningen ännu vid 1631 års början icke kommit honom till godo. Dertill kom svårigheten att i det redan af de kejserlige utsugna Pommern, till hvilket de svenska qvarteren då ännu voro inskränkta, förpläga och rekrytera krigshären, medan der-

1) Du Mont "Corps diplomatique" T. VI s. 1. Jemf. Flassan, a. st. s. 452, och Gfrörer a. st. f. 6416 ff.

emot hela det öfriga Tyskland stod fienden öppet. Under sådana omständigheter blef det omöjligt att bland det värfvade manskapet, som häftigt knotade öfver den uteblifna solden, upprätthålla krigstukten, och med harm och bedröfvelse såg Gustaf Adolf i sin eljest väl disciplinerade här oordningar inrita sig, hvilka han med bästa vilja ej kunde afstyra. Ej utan bekymmer emotsåg han derföre den närmaste framtiden; imellertid beredde honom de franska subsidierna en stor lättnad, och hoppet om en lycklig utgång vek, äfven under de största svårigheter, aldrig ur hans manliga själ.

Om sin ställning och sina framtida utsigter skrifver konungen sjelf den 23:dje Januari 1631 till det svenska rådet: "Efter som Wi här i ingen ringa fara och i ett stort krigsväsende emot Wåre och riksens fiender stadde äro, trogne män och Riks-Råd, så akte Wi en nödtorft vara eder om hela Wår stat, och hvad hopp, såväl som misshopp, Wi Oss vid detta kriget göra kunna, något härmed att informera, på det I den så mycket bättre fattandes, måge derigenom inciteras, eder med desto större allvar Wår och fäderneslandets tjenst att antaga. Och hvad vidkommer de tecken Wi hafva till en god utgång på detta kriget, så äro de, dess Gud ske lof, intet ringa; ty först hafve Wi här i landet fattat en god *sedem belli*, hvilken, efter menskligt vis [att dömma], så är beskaffad, att fienden Oss icke skall kunna så lätteligen derutur tvinga. Till det andra, så äro ock dessa landen icke så förblottade, att de ju kunna en passlig armée dess underhåll fournera, hvar allt ordentligen måtte tillgå; Efter som Gud detta året här en god årsvext gifvit hafver och om det tillkommande år god förhoppning, alldenstund vacker utsäd gjord är. Till det tredje, så skicka sig ock alle de officerare och cavalleriet som Wi hafve i Wår tjenst, temligen väl, och äro ganska villige, så att Wi intet tvifle att om ryttarne en fjerde part af deras gage och soldaterne deras läningar rigtigt måtte bekomma, skulle Wi väl kunna hålla bättre disciplin, och icke falla Wåre värdar så besvärliga som nu sker för nöd skull. För det fjerde, så är Oss ock en synnerlig dörr öppnad, igenom den conjunction med Magdeburg, till att fortsätta Wåra christeliga deseiner, deremot fienden all tillförsel på elfven nedanför den staden är förtagen, så att han sitt underhåll näppeligen kan bekomma. För det femte, så hafver ock konungen i Frankrike ändtligen slutat med Oss ett förbund, och några medel Oss nu straxt fournerat, och några sig obligerat härefter att fournera, såsom ock gjort om Venetianarne god förtröstning. Desslikes befordrar ock konungen i England Hamiltons värfning; och staterne i Nederland hafva ock resolverat något godt, hvilket allt

gör Oss god förhoppning. För det sjette, så äro ock tyska furstarnes och ständernes "gemüther" ifrån kejsaren afvände, och emot Oss inclinerade, att så framt Wår lycka något kan continuera, så hafva Wi af dem godt bistånd att förmoda. Till det sjunde, så hafva Wi ock promisser af Wåra officerare, att de vilja göra deras regementer complette, dertill dem ock vexlar af Oss gifne äro, hvilka så framt de blifva betalde, och Wi kunde få derigenom Wåra trupper uppfyllde [fulltalige], skulle de göra en god exercitum, på hvilken man, näst Gud, lita kunde, såsom I sen af bifogade folk-förslag. Så är ock till det åttonde, Hamiltons armée intet till att förakta, ty han åtminstone fienden kan distrahera och gifva Oss occasion något godt att uträtta. Till det nionde, är ock den kejerska arméen vid denna tid icke så stark som man utsprider, och tro Wi näppeligen att öfver 10,000 man till fot skola nu kunna bringas emot oss i fält. Till det sista, så äro ock Wåra medel till Wår armées underhåll nu så goda och stora som de någonsin för detta varit hafva. Ty Wåra inkomster, på en tredje part när, utgifterna "æquera," der dock i en sådan stor armée fuller så stora afkortningar ske, som den delen indrager: att Wi ville förmoda, hvar de medel Wi anordnat hafva, och särdeles de svenske posterne måtte i rätt tid utgå, så skulle Wi väl kunna föra detta kriget med en villig armée, fastän i de andra hjelperna något felade. Och är så detta de orsaker, som gifva oss ett godt hopp, att utföra detta krigsväsende till en önskelig utgång. Men så faller Oss häremot dessa difficulteter: först att alla Wåra svenska anordningar, en del i otid och långsamt, en del alldeles intet utgå, så att Wi det bistånd Wi dädan hafva skulle, litet åtnjuta, efter som i år skedt är, då ännu en stor del af Wåra räntor stå tillbaka, och det lilla hit öfversändt är, är så plockvis ankommit, att det till liten nytta hafver kunnat användas, efter som Wi ock den största posten, hvilken i några ovisse vexlar hit öfverkom, ännu intet hafva njutit, ehuruväl Wår spanmål deremot Oss till största skada är för ett mägta ringa pris afyttrad, och så framt I gode Herrar icke villen se der annorledes efter, skulle det i längden kunna Oss och fäderneslandet i högsta olägenhet försätta; Efter som, till det andra, dessa landen helst vid denna oordning som för "medellösa" skull förelöper, intet länge skulle kunna utstå, och något fournera till arméens unflerhåll. Deraf till det tredje, förorsakas att officerarnes och soldatesquens villighet, när den icke blifver under tiden med penningar "fomenterad," sig i vedervilja och impatientie lätteligen skall kunna förvända och Oss dermed i oboteliga besvär försätta. Eljest äro ock för det fjerde, aliancerne en del ovisse, en del

ännu intet slutne, så att om Wi hemmanefter intet hafva att retirera Oss på, skola Wi icke så dristigt töras göra derpå något facit. Och ändock Wi för det femte, igenom Magdeburg hafve en god utgång, att uträtta något godt; likväl efter Wi för "penningelösa" skull och andra incommoditeter det näppeligen kunna i vinter secundera, så kanske att den lyckan tages Oss ur händerne, helst medan der är icke någon formerad stat, och hos borgrarne ingen viss resolution fattad, den man något visst uppå grunda kan. För det sjette, de tyska städerna se mycket på kurfurstarne af Saxen och Brandenburg, hvilka såsom de ännu vaccillera, och intet hafva med Oss resolverat, så är intet vissare, än om de taga sig något före emot Oss, så skola ock icke allenast de andra ständerne blifva deröfver bestörta, utan ock kriget falla Oss så mycket svårare, efter som Oss då alla värfningar blefvo förtagne och Wi desse Wåre officerares ovilja, som mest äro deras "underdåner," hade mera att befara, hvar de icke desto bättre kunde contenteras. För det sjunde, ändock Wi tvifle om de kejserskes makt emot Oss, att den fuller kan vara något svagare än man föregifver, så är den likväl intet till att förakta, och varde de sig utan allt tvifvel i vinter förstärkandes, hvilken armée Oss sedan vill blifva så mycket svårare, alldenstund nu är en riktigare ordning på den sidan fattad, huruledes deras armée kan få sitt contentement [1]), hvilket i Wår armée mycket oreda och ovilja skall causera, om Wi icke på lika sätt kunde hålla Wårt folk villigt och dem contentera. För det åttonde, så faller Oss ock allaredan värfningarne något svåra, så att Wi näppeligen så mycket folk, som Wi behöfva, kunna bekomma. Och der de recruer Wi hafva förordnat icke kunna fullgöras, frukta Wi, att dessa trupper skola så afsigkomma, att de i vår näppeligen kunna bringas i fält, helst medan de allaredan stor afgång lidit hafva. Och äro så dessa de hinder som Oss intet litet misströsta, så att Wi föga hopp Oss göra kunna om detta krigets utförande, hvar de icke blifva förekomna och remedierade, hviket all den stund det mest består deruti, att Wi med de medel, som Wi till Wår krigsstat hafva förordnat, måtte i rättan tid undsatte, och icke såsom detta året skedt är, förlåtne varda, så vele Wi eder trogne män härmed nådeligen hafva förmanat, att I förbemäldte skäl viljen öfverväga och härefter se med allvar och flit uppå, att de impedimenter Oss infalla måge, igenom medlens riktiga och tidiga fournerande, afskaffade varda, och

1) Detta har afseende på de i Regensburg fattade besluten rörande de kontributioner, som af de särskilda kretsarne i riket skulle utgöras till det kejserliga krigsfolkets underhåll.

isynnerhet att I viljen drifva med flit och åhåga uppå, att Eric Larsson, hvilkens direction Wi sådane Wåra medel hafva committerat, icke må blifva till Wår största nackdel i någon måtto försatt" [1]).

---

## III.

### Tidskiftet från förbundet i Bärwalde till Magdeburgs fall (Januari—Maj 1631.)

Sådan var vid 1631 års början Gustaf Adolfs ställning, visserligen i många hänseenden bekymmersam, men dock i det hela hoppgifvande, och han försummade ej att med den rastlösa verksamhet, som städse utmärkte honom, vid hvarje tillfälle begagna sina fördelar. Bland det kejserliga krigsfolket herrskade modlöshet och brist på nästan alla förnödenheter; och hade ej, såsom vi redan nämnt, den brandenburgska befälhafvaren i Küstrin spärrat de förföljande svenskarne vägen, så hade måhända hela den under Schaumburgs befäl stående hären varit förlorad, samt Schlesien legat öppet för Gustaf Adolf. Men till följe af det uppehåll, som förorsakades konungen vid Küstrin, och innan han genom de derpå följande underhandlingarna med Kurbrandenburg hunnit öppna sig detta pass, hade imellertid Tilly fått lägenhet att undsätta Frankfurt vid Oder; och då äfven passet vid Landsberg blifvit starkt besatt af de kejserlige, samt svenskarne såväl af årstiden som af brist på proviant hindrades att företaga en formlig belägring af detsamma, så beslöt Gustaf Adolf att i stället vända sig åt Mechlenburg, för att på den sidan skaffa svenskarne rymligare vinterqvarter. Medan öfverste Boëtius fortsatte belägringen af Kolberg och Horn med en del af hären qvarlemnades i Neumark att bevaka de kejserliga [2]), bröt konungen sjelf upp från Bärwalde, sam-

1) Se anf. Arkiv för svenska krigens hist. a. st. s. 315 o. ff. — Jemf. Gustaf Adolfs bref till pfalzgr. Johan Kasimir (troligtvis af samma datum som nyssanf.). Att Gustaf Adolf ej alltför mycket byggt på fremmande subsidier, synes af följande ord i sistnämnde bref: "und obschon die fremde hülffen was ausdragen können, so wissen E. L. doch *quod voluntas hominum sit ambulatoria* und die rechnung nicht gar zu fest drauf zu saldiren."

2) De befallningar konungen gaf Horn vederlägga i förening med alla andra omständigheter hvad Gfrörer yttrar a. st. s. 645. (Se Grubbes relation af den 18 Febr. g. st. 1631 aftr. i anf. Arkiv f. svenska krigens hist. s. 718).

lade sitt krigsfolk i Damm, gick öfver Odern och bemägtigade sig inom kort (under loppet af Februari) Neubrandenburg, Brook, Klempenow, Loitz samt slutligen äfven det vigtiga, starkt befästade och af en ej obetydlig styrka under hertigen af Savelli försvarade Demmin, hvars besättning kapitulerade den 25 Februari. Besittningen af detta vigtiga pass, hvars försvar uppdrogs åt Johan Baner [1]), öppnade svenskarne vägen till Mechlenburg. Derpå föllo äfven Tribsees, Treptow, Malchin, Prenzlow och en mängd andra orter i deras händer. I hela Förpommern var numer blott Greifswald i de kejserliges våld, medan deremot svenskarne utbredde sina qvarter öfver det öfriga landet, äfvensom i Ukermark och Mechlenburg. Efter dessa midt i strängaste vintern vunna fördelar återvände konungen till Stettin. "Den aldrahögste Gud vare lof för sådan lycka och förläne K. M. vidare framgång," tillägger sekreteraren Grubbe i sin berättelse om dessa tilldragelser [2]).

Dessa Gustaf Adolfs hastiga framgångar i förening med öfriga betänkliga förhållanden inom och utom det tyska riket väckte oro och bestörtning såväl vid det kejserliga hofvet i Wien som hos kurfursten af Bayern och Ligan, hvilka, numer bekymrade för sin egen säkerhet, åter började närmare ansluta sig till kejsaren. Denna förändrade sinnesstämning hos Ligan och dess hufvud röjer sig omedelbart efter de vigtiga händelser, med hvilka året 1630 slutade. I en till kejsaren aflåten skrifvelse, daterad München den 30 Januari 1631, fästade kurfursten af Bayern hans uppmärksamhet på nödvändigheten af den kejserliga härens skyndsamma undsättning med proviant och förstärkningsmanskap samt uttalade sina farhågor, att Tilly ej skulle lyckas bispringa Frankfurt an der Oder, alldenstund Gustaf Adolf, som redan gått öfver strömmen, sannolikt skulle spärra honom vägen [3]). I samma anda skyndade äfven kurfursten af Mainz (den 2 Februari) att tillskrifva kejsaren, hvilken han meddelade de underrättelser, som genom Tilly kommit honom tillhanda, rörande svenskarnes stora framsteg efter tilldragelserna vid Greiffenhagen och Garz [4]). Kejsaren å sin sida hade

---

1) Se memorialet f. Johan Banér actum Demmin den 18 Febr. (g. st.) 1831. (A. st.).

2) Se hans "Relation af den 18 Februari anno 1631 utur Demmin", aftr. i ofta anf. Arkiv f. svenska krigens historia, a. st. s. 718 o. ff.

3) Se kurfurstens skrifvelse i Statsark. i Wien. — Af redan anförda skäl lyckades doch Tilly undsätta Frankfurt.

4) Se kurfurstens bref i Statsark. i Wien, samt den bifogade afskriften af Tillys bref, dat. Saarmünde den 20 Jan. 1631, i hvilket omtalas, huruledes Gustaf Adolf icke blott bemägtigat sig större delen af Pommern, utan ock åtskilliga orter i Mark-Brandenburg och nyligen äfven det vigtiga passet vid Landsberg.

hade vid första underrättelsen om dessa händelser, genast vidtagit alla de försigtighetsmått som för tillfället stodo honom till buds, hvarjemte han befallde Tilly att å kejsarens vägnar personligen underhandla med kurfursten af Brandenburg om en kejserlig besättnings inläggande i Küstrin [1]). Men denna befallning kom för sent, ty kurfursten hade då redan måst bevilja svenskarne fritt pass och repass derstädes. Väl gjorde Tilly allvarliga föreställningar deremot, men de kurbrandenburgska råden uppträdde nu med en sällspord bestämdhet. "Kurfursten", förklarade de, "skulle ej åsidosätta sin devotion mot kejsaren, men mot svenskarne kunde han intet uträtta. Kejsaren hade afväpnat honom, de kejserliga trupperna utplundrat och utsugit hans land, *hans* vore ej skulden, att Gustaf Adolf haft sådana framgångar. För öfrigt vore icke heller rikskriget mot konungen af Sverige ännu förklaradt." Tilly insåg nu, att man ej längre kunde med hotelser och magtspråk skrämma den tillförene så undfallande kurfursten, hvilken han under närvarande omständigheter icke vågade drifva till ytterligheter [2]).

Tvifvelsutan har det mellan Sverige och Frankrike afslutade förbundet i ej ringa mån bidragit att öka Kurbrandenburgs mod; och det vill synas som om Gustaf Adolf afsigtligt uppehållit den brandenburgska kansleren von Götz vid hans ofvannämnda beskickning, på det han skulle kunna till sin herre och, genom honom, äfven till kurfursten af Sachsen medföra underrättelsen om detta förbund, hvilket naturligtvis ej kunde undgå att utöfva ett stort inflytande på det tillstundande evangeliska konventet i Leipzig [3]). — Under dessa oroväckande förhållanden var det åtminstone en tröst för kejsaren att se Ligan och isynnerhet kurfursten af Bayern behörigen uppskatta den gemensamma faran. I en utförlig skrifvelse till kejsaren skildrade kurfursten i mörka färger de hotande utsigterna för framtiden. Isynnerhet tyckes han hafva oroat sig öfver de starka krigsrustningar, som i England och Holland anställdes för Gustaf Adolfs räkning, och hvilka läto befara en mot Ligans länder tillernad diversion. Han förnyade derföre sina förra erinringar om den trängande nödvändigheten af den

1) Se kejsarens bref till Tilly dat. Wien den 5 Febr. 1631. (Statsarkivet i Wien.)

2) Helbig a. st. s. 32.

3) Frankrike önskade hålla förbundet hemligt, men Gustaf Adolf skyndade att genom trycket offentliggöra hela fördraget. Se Gfrörer, a. st. s. 644. Jemf. de i Statsarkivet i Wien förvarade tryckta exemplaren af „Capita Foederis inter Sveciæ et Galliæ Reges inita, 13 Jan. 1631."

kejserliga härens proviantering och förstärkande. I sammanhang härmed lade han kejsaren bevekligen på hjertat att på allt sätt befordra den italienska fredens verkställighet, så att det i Italien qvarvarande kejserliga krigsfolket måtte kunna användas i Tyskland, der den öf verhängande faran starkare påkallade dess närvaro. Men då detta i alla fall skulle draga ut på tiden och den närvarande nöden erfordrade en snar hjelp, så uppmanade han kejsaren att så mycket som möjligt påskynda de nya värfningar han stod i begrepp att låta anställa, men dock från dem förskona Ligans länder, hvilkas tillgångar toges i anspråk till den ligistiska härens underhåll [1]).

I sitt svar på denna skrifvelse hänvisar kejsaren till ett sitt föregående bref af den 18 Februari, hvaraf kurfursten kunde inhämta, hvilka åtgärder redan blifvit vidtagna till den kejserliga härens förstärkande, proviantering, m. m. Likaledes hade kejsaren hittills icke låtit sig något angelägnare vara, än att bringa den italienska freden till sin förra riktighet, för att kunna använda sin i Italien varande här till den nya krigsfarans afvärjande. Han hoppades ock, att kurfursten samt de öfrige assisterande kur-, furstarne och ständerna äfven å sin sida skulle vara betänkta på alla "menskliga och möjliga" medel mot nämnda fara och i synnerhet mot de af kurfursten antydda starka diversionerna [2]).

Äfven från kurfursten af Mainz emottog kejsaren kort derpå en skrifvelse, hvari den förre gifver honom del af den brandenburgska kurfurstens bemedlingsförsök hos Gustaf Adolf. Då dessa blifvit företagna å samtliga kurfurstarnes vägnar, hade kurfursten af Brandenburg skyndat att underrätta de öfriga om utgången. Och hade kurfursten af Mainz ansett för sin pligt att derom förständiga kejsaren, öfvertygad att denne, isynnerhet med anledning af det mellan Sverige och Frankrike afslutade förbundet, skulle veta iakttaga hvad upprätthållandet af hans kejserliga reputation och höghet, äfvensom rikets välfärd påkallade [3]).

Under tiden hade äfven från Tilly oroande underrättelser inlupit till kejsaren rörande Gustaf Adolfs sednaste framgångar samt hela den farliga ställningen i riket. Denna skyndade kejsaren att taga i allvarligt öfvervägande och lät det kejserliga hofrådet deröfver afgifva

---

1) Se kurfurstens bref till kejsaren, dat. München d. Febr. 1631 (Statsarkivet i Wien). Vi meddela detta i flera hänseenden märkliga bref bland bilagorna.

2) Kejsaren till kurfursten af Baijern, Wien den 5 Mars 1631 (a. st.).

3) Kurfursten af Mainz till kejsaren, S:t Martinsburg i Mainz, d. 1 Mars 1631 (a. st.).

sitt betänkande, hvilket lades till grund för de skrifvelser, hvilka kejsaren, på hofrådets tillstyrkan, aflät till kurfurstarne af Baijern och Mainz [1]).

I den förra af dessa skrifvelser säger sig kejsaren väl icke betvifla, att kurfursten af Bayern redan genom Tilly blifvit underrättad om hela den närvarande ställningen, samt att kurfursten af Mainz likaledes meddelat honom såväl den förklaring Gustaf Adolf afgifvit till svar på det kurbrandenburgska sändebudets å samtlige kurfurstarnes vägnar gjorda framställning, som isynnerhet det förbund, hvilket nyligen mot kejsaren och till hela den katolska kristenhetens yttersta fara blifvit afslutadt mellan Sverige och Frankrike; dock kunde kejsaren icke underlåta att, till fortsättande af den började förtroliga kommunikationen, genom bifogade afskrifter gifva kurfursten del af allt det anförda.

Häraf synes allt för väl, fortsätter kejsaren, att man numera icke blott skulle få att göra med konungen af Sverige (*"mit dem Schwede"*) utan äfven med åtskilliga hans adherenter [2]), för att ej nämna kristenhetens arffiende, Turken, hvilken kejsarens och rikets vedersakare, enligt trovärdiga underrättelser, till det yttersta bemödade sig att redan innevarande år få med i spelet; ja, man hade till och med att befara ett allmänt uppror i riket, isynnerhet som det ännu vore ovisst, hvad det i Leipzig af de protesterande kur-, furstarne och ständerna anställda konventet slutligen kunde komma att medföra [3]).

---

1) Se kejserliga hofrådets betänkande rörande den farliga ställningen i riket; Wien den 17 Mars 1631, samt kejsarens skrifvelser till kurfursten af Baijern (Wien d. 19 Mars 1631) och till kurfursten af Mainz (sannolikt af samma datum). A. st.

2) I konceptet uppräknas här: „Frankrike, England, general-staterne af Holland och andre;" men vid dessa med klammer utmärkta ord är i bredden antecknadt: „ausszulassen."

3) I konceptet hade det ursprungligen stått: „zumahl auch beständig vorgegeben werden will, alls ob die zu Leipzig versamblete protestierende Kur, Fürsten vnnd Stände, vnter andern dahin zuschliessen vnnd sich zuerklären Vorhabens sein sollen, zu vnterhaltung Vnserer Khayserlichen Armada nicht allein nichts mehr zucontribuiren, sondern Sich auch der Execution Vnsers rechtmessigen Khayserlichen Edicts mit gewalt zu opponiren, zu dem Endt werben zulassen, sich in defension zustellen, vnnd Ihre contributions-verwilligung hierzue einig anzuwenden, Sich auch mit dem Schweden vnnd andern vnsern vnnd des Catholischen Wesens feinden, dafern Wier obberührte execution weiter fort vnnd vollend zu Werckh sezen wolten, zu conjungiren." — Man finner häraf, att kejsaren redan då var ganska noga underrättad om Leipzigerkonventets syftemål, men att han tillika tvekade att närmare derom yttra sig i sina skrifvelser till de katolske kurfurstarne. I allmänhet synes Wienerkabinettet mycket omsorgsfullt hafva vägt sina ord.

Denna från alla håll inbrytande fara kunde blott derigenom afvärjas, att såväl kejsarens som de assisterande furstarnes och ständernas härar kompletterades och förstärktes, i öfverensstämmelse med grefve Tillys deröfver afgifna betänkande och det enhälliga beslut, som blifvit fattadt på konventet i Regensburg. Derföre hade kejsaren befallt sina öfverstar att icke blott komplettera sina regementen, utan äfven göra dem öfvertaliga, så att man sedermera af öfverskottet oförmärkt kunde bilda några nya, både med mindre kostnad och med undvikande af de besvärliga mönsterplatserna.

Som det likväl till följe af den långvariga och numer knappast längre drägliga krigsbördan visade sig, att de af kejsaren på grund af ofvananförda öfverenskommelse i Regensburg äskade kontributionerna hos rikets ständer mötte en sådan genströvighet som om alldeles ingen fara vore för handen, eller som om den åtminstone ännu vore långt aflägsen [1]); så uppmanades kurfursten att, då faran dock vore ögonskenlig, till dess afvärjande och till sin egen konservation icke blott med all magt bistå kejsaren och dertill förmå de öfrige assisterande, utan äfven uppgifva medel och utvägar att med tillräcklig magt möta alla de ofvan antydda fiendtliga anslagen, och ifall fredliga medel möjligen erbjöde sig, derom, såsom hittills skett, förtroligen underrätta kejsaren.

Slutligen bad kejsaren, att kurfursten skulle meddela honom sin tanka rörande det mellan Sverige och Frankrike i uppenbar strid med första artikeln i Regensburgerfreden afslutade förbundet, och hvad med anledning af denna "oerhörda" tilldragelse vore att göra; hvarvid kejsaren hemställde, huruvida det ej, under så beskaffade omständigheter, borde aktas nödigt att ofördröjligen åter sammankalla alla katolska ständer samt upprätta ett, efter farans storhet lämpadt, nytt defensionsverk [2]).

---

2) Här har i konceptet stått: „Wie man solches baldt im anfang, bei dem Bayrischen Craiss, welcher doch Catholisch, vnnd fast Niemahlen mit schädlichen durchzügen, Musterplätzen, noch einqvartierungen, noch auch, wie fast alle andere bishero geclagt, mit beschwärlichen, übermässigen contributionen betrübt worden, Vnd dahero den andern mit einem erspriesslichen guten Exempel billich vorgehen sollen, beraith verspüret hatt." Dessa rader äro dock, påtagligen för att ej förolämpa kurfursten, utstrukna och utbytta mot följande ord: „Wie Eur Ld. solches die Erfarenheit gibtt vnd Ihr ohne dz woll bekandt ist."

2) Vi tro oss böra efter konceptet ordagrannt meddela denna punkt och dervid med [ ] utmärka de öfverstrukna orden: „Vnnd nachdem Jnsonderheit aber aus obangeregter *confoederation* nunmehr erscheinet, unnd klar am tag ist, das es mit Vnnss unnd dem Reich an seiten Franckhreichs einen rechten durchgehenden Frieden zu-

Rörande detta allt, heter det slutligen, afbidade kejsaren med ifrig längtan kurfurstens välmenta råd.

Af ungefär lika lydelse var den till kurfursten af Mainz ställda skrifvelsen, hvilken tillika var ett svar på hans ofvananförda bref af den 1 Mars.

Imellertid hade kurfursten af Baijern i en ny skrifvelse till kejsaren daterad München den 20 Mars, upprepat sina varningar för de vidtutseende svenska anslagen samt den öfverhängande fara, för hvilken riket genom dem utsattes [1]). Till denna faras afvärjande hade kurfursten ställt allt sitt och de assisterandes rytteri till Tillys förfogande samt derjemte till Magdeburg beordrat allt det fotfolk, som utan äfventyr kunde undvaras i garnisonerna. Men under närvarande förhållanden voro dock dessa åtgärder otillräckliga, hvadan kurfursten ifrigt uppmanade kejsaren att uppbjuda sitt yttersta för att afvända den olycka hvarmed "svensken samt hans adherenter och fautorer" hotade riket. "Och medan Tilly", fortfar kurfursten, "af ofvan antydda orsaker så ifrigt åstundar krigsfolket från Italien samt, enligt hvad han meddelat mig, derom enträget anmodat E. M:t sjelf, så hy-

---

schliessen khein Ernst Jemalss gewest sey, sondern vnlengst hernach alss solcher Frieden geschlossen diss *foedus directè* gegen dem ersten *Articul* der *Pacification* mit Schweden, wieder Vnns *inaudito exemplo* auffgerichtet vnnd getroffen worden, So wollen Vnns E. Ldl. ihre gedanckhen hierüber Vnschwär eröffnen, Was doch bey solcher Vnerhörten bewandtnuss darauff vorzunemen, [undt ob nicht im Namen der sambentlichen Catolischen Ständt dieses, zum Wenigsten der Bäpstl: Heil: mit allen Vmbständen fürzutragen vnnd beweglich zuklagen, auch bey deroselben vmb hülff an zusuchen, Vornemblich aber] ob nicht bey so Vbel beschaffenen sachen nothwendig zusein erachtet werde, alle Catolische Stände abermahl vnuerzüglich zusamben zuerfordern, Vnnd ein Nenes *defensions* werckh, *pro magnitudine præsentis periculi*, aufzurichten [vornemblich auff den fall bei iezigen Leipziger zusamenkunfft etwa anff eine newe *union* vnd verbuntnus gegen die Catholischen Stände vnd vnns auffgerichtet, oder auff eine *particular defension* ein schluss gemacht sein möchte. Den ob zwar des Curf.: von Saxens L. vns zugeschrieben, dz sie nach vollendung solches *Conuents* den schluss desselben alss balt übersenden wollen, Sein wir doch sorgfeltig, ob nicht neben solchen offentlichen *recess*, in geheim viel andere sachen daselbst abgehandelt, vnd nach ein ander zum *effect* gebracht werden möchten]."

1) Härvid erinrar kurfursten om, huru „der Schwede sich von tag zu tag merckhlich sterckht, und grosse hilffen an volckh und gelt hoffe; auch alle vncatholische über sein Progress dermassen frolockhen, vnd sich solcher reden verlautten lassen, dass man darauss genuegsamb abnemmen vnd schliessen khan, das ihr Sünn vnd gedanckhen allein dahin gericht, sobaldt der Schwed soweit vorbrücht, dz Sie denselben nächer an der hanndt, vnd zu einem sichern rückhen haben werden, allsdann ihre noch zur zeit souil möglich gewesen verdeckhte widerige intentiones, Consilia vnd verfassungen offenlich, und im werckh sehen zulassen."

ser jag inget tvifvel, att E. M:t såväl åt sina egna arfkonungariken och länder (på hvilka konungen af Sverige och hans adherenters planer, såsom man väl vet, förnämligast äro rigtade) som åt hela det romerska rikets betryggande och välfärd skall egna en större och högre omvårdnad, än åt det, för hvars skull den italienska fredens slutliga fullbordan och accomodation ännu förhindras, och Dess kejserliga krigsfolk uppehålles i Italien. Och då just samma krigsfolk för detta blifvit med de hörsamma kur-, furstrarnes och ständernas högsta betungande värfvadt och hittils underhållet äfven i Italien, dit det till deras outsägligt stora skada och omkostnad blifvit ur riket bortfördt, så kan E. M:t med sitt högst upplysta förstånd sjelf nådigst dömma, huru smärtsamt och tungt det måste förefalla de trogne kur-, furstarne och ständerna, om de under närvarande tidsförhållanden ej skulle kunna tillgodonjuta nämnda folk till sitt och rikets defension och betryggande mot de för ögonen sväfvande mångfaldiga krigsfarorna."

I sammanhang härmed säger sig kurfursten genom en förnäm person i Frankrike ej blott i förtroende hafva blifvit för visso underrättad, att konungen derstädes vore fullkomligt benägen till den italienska fredens konfirmerande och upprätthållande, hvilket han ock redan på ett otvetydigt sätt ådagalagt genom det franska och schweiziska krigsfolkets aflägsnande ur Casale; hvarjemte han nyligen till kejsarens hof affärdat sitt extraordinarie sändebud för att betyga detta fredälskande sinnelag, samt till Italien sändt en geheimesekreterare för att ordna frågan om de intagna orternas restitution: utan hade omförmälde förnäma person tillika kontesterat, att, om blott hertigen af Névers erhölle investituren, ville konungen af Frankrike disponera Gustaf Adolf att med sin krigsmagt lemna det tyska rikets grund, hvarigenom vägen skulle kunna öppnas till en billig och reputerlig fred.

Erinrande kejsaren om hvad som rörande denna fråga blifvit afhandladt på furstedagen i Regensburg, uppmanande kurfursten honom på det bevekligaste att i betraktande af rikets närvarande belägenhet på allt sätt befliita sig om den italienska fredens fullbordan, alldenstund intet bättre och skyndsammare medel funnes att bereda Tilly den af honom så ifrigt åstundade undsättningen samt förhindra de flerastädes i riket redan pågående eller framdeles förestående "vidriga" värfningarne, jemte öfriga farliga rörelser och anslag, än att det i Italien sig uppehållande kejserliga krigsfolket så fort som möjligt fördes till Tyskland. Äfven skulle man genom den italienska fredens befästande undanrödja många andra svåra, "af denna italienska con-

trapeso" härflytande olägenheter, på hvilka konungen af Sverige och hans adherenter städse fästat sitt förnämsta ögonmärke [1]).

I sitt svar, dateradt Wien den 30 Mars, hänvisade kejsaren till sina föregående skrifvelser. Af dessa hade kurfursten tvifvelsutan inhämtat, det kejsaren å sin sida ej låtit sig något angelägnare vara än att förebygga och afvända den för ögonen sväfvande faran, och framförallt att bringa Regensburgerfreden till verkställighet. Till stöd härför åberopade kejsaren äfven den resolution, som han "af fredsälskande sinnelag" gifvit det utomordentliga franska sändebudet, äfvensom den befallning han meddelat krigsrådet och öfversten Ma'tias Ballasa rörande den mantuanska investituren och öfriga tvistefrågor. Och liksom kejsaren hittills icke underlåtit något för att bringa Regensburgerfreden till sin fulla verkställighet, så vore han äfven nu beredvillig att lämpa sig efter alla billighetens fordringar, så snart hertigen af Névers, enligt fördragets lydelse, derom gjorde tillbörlig ansökan vid kejserliga hofvet, dit denna sak egentligen hörde. Imellertid ville kejsaren i all händelse, antingen freden i Italien komme till stånd eller ej, träffa sådan anordning, att en betydlig del af hans der qvarvarande krigsmagt bröte upp till Tyskland och utan vidare dröjsmål tillfördes Tilly, hvilken kejsaren anmodade kurfursten att derom underrätta [2]).

Sålunda se vi kejsaren och Ligans hufvuden förtroligt meddela sig med hvarandra rörande den betänkliga ställningen och rådpläga om medlen till den gemensamma farans afvärjande. I sjelfva verket blef

1) „Alss hab ich," slutar kurfursten, „nit vorbeigehn mögen, dieselbe auss gethrewer sorgfeltiger wolmainung hiemit gehorsamist znerindern, vnd zubitten, sich von anndern, welche bei disem Italianischen weesen, vilmehr ihren aignen nuz vnd vorthail, alss Euer M:t vnd des gemainen der zeit so hoch betraugten Catholischen weesens in Teutschlandt notturfft vnd wolstandt in acht nemmen, nit *diuertiern* lassen, oder auch die volziehung dises mit so grosser mnehe erhandleten fridens vmb etlicher *Interessenten* zu hoch gespanter Priuatforderungen willen, lenger nit aufzuhalten, sonder ihro belieben zulassen, dem Herzogen von *Niuers*, auf vorgehende gebürende zu Regenspurg verglichne *Submission*, Jn gleichen gegen ebenmessiger volziehung der gebür an seiten der Cron Franckhreich, die *inuestitur* ainist würckhlich zuertaillen, auch in dem übrigen die verglichne *conditiones* völlig zu *effectuirn*, vnd richtig zumachen, damit also obgedachtes Euer M:t Krüegs volckh eheist wider ins Reich herauss, vnd dardurch auch dem Grafen von Tillj bössere höchstnothwendige mittel in die haundt gebracht werden, wider den Schweden, vnd seine *adhærenten* mit mehrer macht vnd nachtruckh vorzukhommen, negst Göttlicher gnad, etwas guets ausszurichten, vnd dardurch auch hieraussen im Teutschlandt den weeg zu ainem billichen vnd reputierlichen *Vniuersal* friden zubanen."

2) Se båda dessa skrifvelser i Statsarkivet i Wien.

denna med hvarje dag större, såväl genom Gustaf Adolfs fortsatta framgångar som genom den med dessa framgångar vexande uppstudsigheten hos Tysklands protestantiska riksständer, hvilka i början af Februari talrikt infunnit sig till det af den sachsiske kurfursten utlysta evangeliska konventet i Leipzig [1]).

Det af kurfursten Johan Georg uppgifna ändamålet med detta konvent var, såsom vi redan nämnt, att förbereda en förlikning mellan de protestantiska och katolska riksständerna i de kyrkliga tvistefrågorna. Derföre hade kurfursten genom en skrifvelse, daterad den 3 Jan. 1631 (således af samma datum, som den ofvananförda skrifvelse, hvari han förständigade kejsaren om konventets sammankallande), anmodat de katolske kurfurstarne om uppskof med de till Frankfurt am Main beramade förlikningsförhandlingarne. I sitt svar förklarade sig desse härtill villige, i den tillförsigt, att Johan Georg fortfarande skulle vinlägga sig om freden i riket samt erkänna restitutionsediktet. Men detta var just den förnämsta tvistepunkten, hvarutinnan de sålunda äfven nu visade sig föga hugade att gifva vika. Imellertid hade kurfursten af Sachsen med stor ifver träffat alla nödiga förberedelser till de blifvande förhandlingarne på konventet i Leipzig. Kanslern hade tillsamman med hofråden, konsistorii ledamöter och några universitets-professorer (bland hvilka Polykarpus Leiser) måst utarbeta ett betänkande öfver religionsfreden. De vid konventets öppnande (den 10 Februari) framställda propositionerna betygade väl, att man ville framhärda i sin devotion mot kejsaren, och uppgåfvo fredens befästande i riket såsom förhandlingarnes ändamål; men häntyduingen på "rikskonstitutionernas och den tyska libertetens färsvar" måste, såsom Helbig anmärker, föra till konsequenser, hvilka kurfursten i sin "inskränkta godmodighet" icke anade. Öfverhufvud se vi honom mer gifva vika för händelsernas påtryckning än ledande träda i spetsen för densamma, och i stället för att gifva strömmen dess rigtning har han sjelf blifvit bortförd af densamma. Kring honom såsom den förnämste och mägtigaste bland Tysklands protestantiska furstar hade i en kritisk tidpunkt ett talrikt parti bildat sig, som utsett honom till sitt hufvud, men sjelf var han för ingen del vuxen den svåra uppgift, som derigenom förelades honom. Å ena sidan ville han ej undandraga sig densamma och derigenom beröfva sig den inflytelserika ställning och det

1) Se förteckningen på de i detta konvent personligen eller genom ombud deltagande furstar och ständer, hos Khevenhiller, Annales Ferdinandei Th. XI, s. 1518—1520. Jemf. förteckningen på de evangeliske ständer, som voro kallade, hos Helbig, a. st. Bilagan IV.

mäktiga stöd, som förbindelsen med hans protestantiska medständer erbjöd honom; men å andra sidan ryggade han skygg och tveksam tillbaka för det stora ansvar han måste ikläda sig såsom hufvud och skenbar ledare för ett parti, som dock i sjelfva verket åsyftade att öppet motsätta sig den kejserliga myndigheten och denna till trots förena sig om ett slags väpnad neutralitet, påtagligen mer rigtad mot kejsaren än mot konungen af Sverige. Mellan dessa svårigheter vacklade kurfursten, tvekande och obeslutsam, fram på en slipprig medelväg, der han på längden måste förlora jemvigten. Också fanns det bland de tyska protestanterne en furste, som förblindad af sina enskilda fördelar ännu alltjemt hoppades på en förlikning med de katolska ständerna och i denna anda sökte bearbeta den sachsiske kurfursten, hos hvilken han ej saknade inflytande Denne furste var Johan Georgs egen svärson, landtgrefve Georg af Hessen Darmstadt, hvilken synes hafva fästat stora förhoppningar vid den till Frankfurt utlysta kompositionsdagen och derföre undandragit sig att deltaga i Leipzigerkonventet. I den skrifvelse, hvari han afböjande besvarade inbjudningen till det sednare, tillrådde han kurfursten ifrigt att inskränka sig till öfverläggningen om de kyrkliga gravamina för att förbereda en kommande förlikning i Frankfurt, och icke fatta något beslut, som kunde väcka misstankar hos de katolske. Men till detta råd kunde kurfursten ej obetingadt lyssna, såvida han ej helt och hållet ville beröfva sig sina religionsförvandters förtroende. Derföre, anmärker Helbig, tog han en måttlig ansatts för att på samma gång tillfredsställa sina vänner och kunna rättfärdiga sig inför sina vedersakare. Härmed öfverensstämde äfven det svar han gaf, då kejsaren (i en skrifvelse af den 5 Febr. 1631) allvarligen varnade för hvarje afsöndrad krigsförfattning å de evangeliskes sida. I detta svar, dateradt Leipzig den 24 Febr., upprepade han visserligen försäkringarne om sin trohet, men förklarade tillika, att de fortfarande religionsbesvären och det alltmer olidliga förtrycket nödgade honom att jemte sin pligt mot kejsaren äfven ihågkomma den pligt han såsom kurfurste hade att iakttaga mot sina medständer [1]).

Imellertid hade Leipzigerkonventet under sina fem första sittningar afhandlat de evangeliskes besvär och klagomål och sammanställt

1) I en skrifvelse af den 5 Febr. 1631, hade kejsaren hos kurfursten besvärat sig öfver, att ur kurfurstens land „vil vom Adel vnd Ritterstandts Personen“ inträdt i Gustaf Adolfs här, då denne (efter tilldragelserna vid Greiffenhagen och Garz) drog upp åt Odern. Kurfursten förmanades att mot sådant vidtaga stränga åtgärder. (Se konceptet till denna skrifvelse i Statsark. i Wien.)

dessa i en gemensam inlaga till kejsaren. Så långt hade kurfursten af Sachsen icke tvekat att gå i spetsen för sina medständer. Men nu uppträdde det brandenburgska sändebudet, kansleren von Götz (densamme som kort förut varit affärdad till Gustaf Adolf) samt yrkade på nödvändigheten af en krigsförfattning, alldenstund man ej hade mycket att hoppas af kejsaren och de katolska furstarne i Frankfurt. Kurfursten tvekade att taga ett steg, uppenbart stridande mot de varningar, som nyligen kommit honom tillhanda från kejsaren. Men kraftigt understödd af de öfrige ständerna genomdref Götz, i den nionde sittningen (den 1 Mars), att kurfursten lofvade emottaga förslag rörande denna fråga. Deputerade från konventets samtlige ständer med undantag af Kursachsen, uppsatte då för Johan Georgs räkning ett betänkande, hvari föreslogs, att man efter Ligans föredöme skulle upprätta en gemensam krigsförfattning, icke mot kejsaren, utan "till försvar mot dem, som i strid med riksförfattningen tilläto sig krigspressurer." För sådant ändamål skulle trenne härar uppställas: en af 25,000 man till de båda sachsiska kretsarnes skydd, en annan af 15,000 i Franken och Schwaben, en tredje af 10,000 vid Weser och Main. Det kejserliga krigsfolket i Italien skulle ej tillstädjas genomtåg genom några evangeliska ständers områden. Slutligen förklarades det ändamålsenligt, att de evangeliska officerarne återkallades ur kejsarens och Ligans tjenst. Men få dagar derefter (den 13 Mars) förklarade sig kurfursten afgjordt emot en sådan förening, då flera evangeliska ständer voro frånvarande och många sändebud ej voro befullmägtigade i förevarande fråga. Han ville sjelf värfva 11,000 man och, så långt han kunde stå till svars derför, understödja de öfriga ständerna i den öfversachsiska kretsen, såvida de gjorde sitt till. Understode man sig att vilja utrota den augsburgska bekännelsen, så skulle han till sista andedrag försvara sig, men äfven blifva kejsaren hörsam. Slutligen hänvisade han på konventets snara upplösning och yrkade, att de vidare rådplägningarne skulle öfverlemnas åt ett utskott, som för sådant ändamål borde väljas. Derpå svarade de öfriga ständerna, att den blotta kretshjelpen intet skulle uträtta utan en nära gemensam förbindelse mellan dem alla, och till ett sådant gemensamt företag voro tillräckligt många beredvillige ständer närvarande. Den augsburgska bekännelsens utrotande vore ej rådligt att afbida: hvarhelst ett riksstånd hotades med exekution, eller på annat sätt bragtes i trångmål, måste man genast skynda till undsättning; äfven de städer, som i nödens stund inlåtit sig med svenskarne, borde man icke neka sin hjelp. Magdeburg, som med en ansökan om

bistånd vändt sig till konventet, måste man hafva ett vaksamt öga på. Äfven yrkades en förberedande öfverenskommelse om gemensamma åtgärder i en mängd fall, som lätt kunde inträffa, men af kurfursten lemnats ovidrörda; härigenom ville man sätta det föreslagna utskottet, som sednast inom sex veckor borde sammanträda, i tillfälle att utan behof af vidare instruktioner besluta och handla efter omständigheternas kraf. Från Kurbrandenburgs sida framkastades till och med frågan om ett förbund med Gustaf Adolf, hvilket äfven syntes de öfriga ständerna ändamålsenligt. "Dessa punkter" svarade den för så djerfva förslag studsande kurfursten, "äro ytterst svåra, bekymmersamma, farliga och vidtutseende: H. Kurfurstliga Durchl. brukade i sina aktioner städse gå varsamt, med god räson och försigtigt till väga." Likväl begärde han få veta, hvad hvarje stånd å sin sida ville åstadkomma till det föreslagna ändamålet. Då svarade genast Kurbrandenburg, att det, likväl i främsta rummet till sitt försvar, ville värfva 5000 man, och de öfriga öfversachsiska ständerna, att de hvarje månad ville erlägga det tolffaldiga beloppet af den vanliga riksskatten. Härefter förklarade Kursachsen, att de öfriga frågorna redan voro afgjorda genom den för kejsaren bestämda besvärsskriften, och att konventet kunde upplösas: utskottet skulle kurfursten sammankalla, då omständigheterna det fordrade [1]).

Den af samtliga de evangeliska ständerna och deras sändebud undertecknade besvärsskriften [2]) innehöll ett kort återupprepande af de förra klagomålen och anhållan om restitutionsediktets upphäfvande; vidare en afböjande förklaring rörande de af kejsaren äskade kontributionerna samt ett rättfärdigande af den af rikslagarne medgifna egna defensionen, med försäkran om den "obrottsliga trohet" mot kejsaren, hvari man vore sinnad att framhärda. Tillika blefvo de katolska kurfurstarne, genom en till kurfursten af Mainz ställd skrifvelse af samma dag, som den nyssnämnda skrifvelsen till kejsaren, underrättade om förhandlingarnes resultat; hvarjemte de anmodades att bestämma tid för den tillförne föreslagna förlikningskonferensen med de evangeliska ständerna, samt att understödja Leipzigerkonventets ansökan hos kejsaren [3])

1) Helbig a. st. s. 33—37.

2) Den var daterad den 28 Mars nya stylen 1631, ej den 18:de, såsom Helbig sannolikt genom en förblandning af gamla och nya stylen uppgifver. (Se kejsarens bref till kurfursten af Sachsen, Wien den 14 Mars 1631; Statsark. i Wien.)

3) Helbig a. st. Jemf. „Copia Schreibens wass die protestirende an die Catholiche Vier Churfursten geschriben haben, auss Leipzig vom 24 Martz anno 1631." (Statsark. i Wien.)

Få dagar derefter (den 31 Mars) måste dock kurfursten af Sachsen på sina medständers enträgna uppmaningar besluta sig att anbefalla föranstaltandet af ofördröjliga värfningar i kretsarne samt utfärdandet af tillräckltg instruktion för samtliga medlemmarne af det utskott, som med honom skulle rådpläga om vidare af omständigheterna påkallade åtgärder. "I händelse af värfningarnes förhindrande genom kejserlig befallning," lät han förklara, "så ville H. Kurfurstl. Durchl. på ansökan efter bästa förmåga åtaga sig saken samt i sin mån bidraga till all den handräckning, som vore möjlig, och för hvilken man kunde stå till svars. Vid vidare anmodanden skulle ständerna bete sig med lofvärd orubblighet (sich rühmlich unerweislich bezeigen) och ståndaktigt framhärda i den till H. Kejserl. M:t utfärdade hörsamma skrifvelsen. Skulle några ständer härigenom råka i fara, så skulle de öfriga åtaga sig de nödlidande och så vidt möjligt ej lemna dem utan den hjelp, för hvilken man kunde ikläda sig ansvaret." Sålunda se vi den sjelf obeslutsamme anföraren af de bakom honom stående allt mer trängas framåt på en bana, der hvarje steg kom honom att hissna, emedan hans personlighet ej var vuxen den svåra och ansvarsfulla uppgift, som omständigheterna påtrugat honom.

Under de sista dagarne af Mars och till konventets slut ägde ännu många öfverläggningar rum rörande de trupper, som borde värfvas i de särskilda kretsarne, samt deras utrustning och besoldning. Dessa af Brandenburg framkallade rådplägningar, anmärker Helbig, voro det enda, som i det följande, efter brytningen med kejsaren, medförde några frukter för protestanterne, isynnerhet för sachsarne. Den öfversachsiska kretsens ständer — Sachsen sjelft, Brandenburg och det i de katolskes händer befintliga Anhalt ej inberäknade — lofvade att hvarje månad betala 28,000 floriner, i stället för de 20,000, hvartill de förbundit sig; några nedersachsiska ständer, att förskottsvis erlägga 7,000 floriner; de schwabiska och rhenska kretsarne, att värfva och underhålla 20,000 man. Vid de betänkanden, som i denna angelägenhet uppsattes, var, utom Sachsen och Brandenburg, isynnerhet den krigserfarne hertig Wilhelm af Weimar verksam. Äfven Arnim afgaf vid denna tid från Berlin, der han då vistades, ett militäriskt betänkande. I kurfurstens af Brandenburg sällskap hade han visserligen kommit till Leipzig, men tog dock ingen del i förhandlingarne derstädes: dessa fördes å Brandenburgs sida af kansleren von Götz samt Geheimeråden von Knesebeck och Löben, hvilka alla voro motståndare till Schwarzenberg och hans för kejsaren undfallande politik, och icke utan Arnims medverkan sökte förmå kurfursten af Sachsen till

kraftiga åtgärder. Redan i Januari 1631 hade Arnim, på kurfurstens anmodan, från Berlin afgifvit ett privat-betänkande, hvari han förklarat det rådligt att ännu en gång tillskrifva kejsaren; men derjemte tillstyrkt, att man så fort som möjligt borde uppställa en förbundshär af 32,000 man hvartill de i Leipzigerkonventet deltagande ständerna på förhand borde erlägga de för sex månader behöfliga penningarna: Sverige skulle man med godo söka förmå till fred. I slutet af Mars (den 26) skref Arnim ånyo från Berlin till kurfursten uppmanande honom att med aldraförsta sätta sig i krigsförfattning, alldenstund konungen af Sverige svårligen skulle kunna rädda Magdeburg: måste konungen draga sig tillbaka för Tilly, så voro de evangeliske kurfurstarne mycket hotade. Dessa föreställningar upprepade han några dagar sednare (den 31 Mars). "Kurfursten borde handla beslutsamt: nu voro de katolske illa till mods med anledning af konventet; men om ej snart handlades, skulle de åter fatta mod." — Dessa enda, men tydliga vittnesbörd om Arnims ställning till konventet, anmärker Helbig, vederlägga grundligen allt hvad Gfrörer hopdiktat om den "förträffligt i Friedländarns ledband förda Arnim" samt hans inflytande på kurfurstens beslut och hans skuld till den eländiga utgången på konventet — idel hugskott, hvartill den i allmänhet för raskt dömmande Gfrörer låtit förleda sig genom missförstånd af några Arnims bref till hertigen af Friedland, i hvilka denne erinras om äldre förpligtelser mot Arnim, sannolikt från den tid, då den sednare stod i Wallensteins tjenst. Redan under det konventet ännu varade, beslöt Johan Georg på kurfurstens af Brandenburg bedrifvande att anförtro Arnim öfverbefälet öfver den nybildade sachsiska här, som skulle upprättas; dock utfärdades fullmagten för honom såsom sachsisk fältmarskalk först den 21 Juni.

Den 2:dra April följde i tionde sittningen konventets upplösning. Det kurfurstliga afskedet tillsändes kejsaren tillika med ett bref från kurfursten, dateradt den 4:de April. Både Sverige och Frankrike hade genom sina till konventet affärdade sändebud sökt draga det på sin sida, men ej kunnat förmå det att öfvergifva den neutrala ställning det under de mest vanskliga förhållanden i det längsta bemödade sig att intaga. Det franska sändebudet afvisades af Sachsen och Brandenburg; Gustaf Adolfs anbud genom Chemnitz och sednare genom grefven af Solms besvarades af Johan Georg den 28 Mars på ett vänligt men afböjande sätt. Men om än detta undvikande och betänksamma uppförande å konventets sida föga öfverensstämde med Gustaf Adolfs önskningar och sätt att gå tillväga, så kunde det dock

å andra sidan ej undgå hans politiska skarpblick, att konventet, om det ock ännu tvekade att taga ut steget, dock innan det åtskiljdes redan drifvit frågan till en spets, der en brytning med kejsaren snart blef oundviklig; och det misstroende, hvarmed det redan från början af motpartiet bevakades, måste mycket bidraga att styrka honom i denna öfvertygelse [1]). — För öfrigt, anmärker Helbig, hade herrarna på konventet för omsorgerna om riket och kyrkan icke försummat sin lekamliga välplägnad. "De hafva," heter det i en i Mars månad 1631 affattad skrifvelse, "efter plägseden bland verldens barn, varit rätt muntra och lustiga, förehafva allehanda tidsfördrif och supa, och detta allt för att befästa Guds ord och den tyska friheten. Vinhjeltarne påtaga sig lika mycken vedermöda som den bekante biskopen, hvilken, då han brände fingrarne på steken, utropade: *Quid non patimur propter regnum Christi?* (Hvad utstå vi ej för Christi rikes skull?)" Det var ej den enda gång som tyska furstar och deras ombud mellan skål och vägg rådplägade om statens och kyrkans vigtigaste angelägenheter, och kurfursten Johan Georg, den bekante "Öl-Göran," har härutinnan vunnit priset framför de öfriga.

Tvifvelsutan hafva de svenska vapnens framgångar under loppet af Februari och Mars månader ej varit utan inflytande på Leipziger-konventet och de beslut, som der fattades; medan å andra sidan misstroendet till nämnde konvents afsigter förmådde Tilly att på detsamma städse hafva ett vaksamt öga. I början af Februari, vid samma tid, som Gustaf Adolf drog till Vor-Pommern, hade Tilly

---

1) Se Helbig a. st. s. 37—40. Jemf. sekret. Grubbes relationer (i ofta anförda ankiv. f. Svenska krigens hist. s. 724 o. ff.) I sin relation af den 18 April 1631 skrifver Grubbe: „Ifrån Leipzig är nu doctor Chemnitzius kommen tillbaka. Hans anbringande in specie är mig ännu icke bekant: I gemen förmäler han, att vara efter K. M:ts egen önskan och begäran aflupit: och (att) de evangeliska furstarne sig visst något verkligt mot kejsaren och de påfviska företaga vela, och sig till den ändan med K. M:t confoederera. Hvaröfver han ock bringar Chursachsens eget handbref till K. M. Allenast är en „Kreiss-dag" bestämd i Lüneburg till den 24 hujus, der ständerna af nedersachsiske, westphaliske och rhenske kretsarne skola komma tillsammans, och om allt, som nu icke hafver i Liepzig kunnat afhandlas, tractera och sluta, nemligen hurnledes dessa kretsar beqvämligast skola kunna bringas i ett corpus och en alliance med K. M:ts stater. Emellertid blifva hemliga värfningar i frankiska, schwabiska och rhenska kretsarne anställda och allt till K. M:ts tjenst dirigeradt. Så berättar han ock att gesandter varda till K. M:t kommandes från Chur-Brandenburg, om att han sina vires med K. M:t nu straxt vill conjungera, och begär besättning i Berlin samt annat mer. Hvilket jag allt såsom det mig, förmedelst D. Chemnitzii och andra skrifvelser ur Frankfurt, för 3 dagar sedan, då han var på resan till K. M:t, är förekommit, förtroligen vill hafva mentionneradt. —

med en betydlig krigsstyrka uppbrutit från Frankfurt vid Oder och först långsamt afvikit åt venster till Brandenburg vid Havel, sannolikt för att på samma gång imponera på den i Tillys ögon misstänkte kurfursten af Brandenburg samt spärra Gustaf Adolf vägen till Magdeburg [1]). Derpå vände han sig rakt mot norr, tvifvelsutan för att hejda Gustaf Adolfs vidare framsteg samt tränga honom tillbaka från Mechlenburgs gränser. Då Demmin uppgafs åt svenskarne (d. 15 Febr.), stod Tilly redan i Havelberg. I första dagarna af Mars ryckte han för det illa befästade, af Kniephausen försvarade Neubrandenburg och började belägra det. Konungen som vid underrättelsen härom skyndsamt tillkallade Horn [2]), men ej ville äfventyra ett öppet fältslag, beslöt att med sin hufvudstyrka företaga ett tåg åt Odern, i hopp att derigenom afleda Tilly från Neubrandenburg. Horn qvarlemnades med en mindre styrka vid Friedland för att derifrån hafva ett vaksamt öga på den fiendtliga hären, och Kniephausen befallde att i det längsta försvara Neubrandenburg, men i nödfall dagtinga med fienden [3]). Tilly lät dock ej locka sig att förfölja konungen, utan fortsatte med största eftertryck belägringen af Neubrandenburg. Efter att i tvenne dagar häftigt hafva beskjutit staden, och då på dess fästningsverk så stor breche blifvit öppnad, att tvenne regementen genom den kunde inträngа, lät Tilly sitt folk företaga en stormning. Den skall hafva kostat honom 400 man, men gjorde honom slutligen till mästare af platsen, der ett fruktansvärdt blodbad anställdes både bland den svenska besättningen och stadens borgerskap, hvarvid inalles 400 personer skola hafva omkommit. Många nedgjordes i kyrkan, der gudstjenst just då hölls, och der äfven presten nedskjöts af den ursinniga fienden. Kniephausen, som hoppats att kunna försvara staden och derföre afslagit den honom erbjudne dagtingan, blef sjelf fången, men för öfrigt räddade sig en stor del af hans folk. "Är alltså," skrifver Grubbe i sin relation af den 16:de Mars 1631, "om icke general-majoren (Kniephausen) vore fångad, litet härmed förloradt, eftersom fienden fast mera folk mist hafver." Tilly skördade ock föga frukt af sin tvetydiga seger, ty genom Gustaf Adolfs välberäknade försvarsanantalter urståndsatt att kunna företaga något mot Demmin och andra orter der i trakten, beslöt han sig för återtåg, nedbröt Neubranden-

1) Detta förmodar konungen sjelf, såsom synes af hans bref till Horn, dat. Loitz den 16 (?) Febr. 1631. (Arkiv f. svenska krigens hist. a. st. s. 337.)

2) Se konungens båda bref t. Horn, dat. Stettin den 3 Mars 1631 (a. st. s. 371 v. ff.).

3) Se de af konungen utfärdade order och memorialer i anf. Arkiv. f. sv. krigssaker.

burgs portar samt drog sig hastigt tillbaka öfver Ferbellin åt Havelberg. "Och skall han sig skynda mägta fort", heter det i Grubbes relation af den 22 Mars (g. st.), "till hvad ända kan man icke alldeles visst veta. Men som sagorna gå och en del af fångarne berätta, så är han rädd om Dessowska bryggan, för de evangeliska ständers anslag i Leipzig [1]). Ty ändock om deras resolution ingen visshet ännu kan förmälas efter som de med K. M. alls intet communicera; så går dock allmänt rykte, och är af denne Tillys march adprehendligt, att deras consilia dem katolske intet mycket behage. Gud gifve Tilly icke preverterar och apprimerar deras goda intentioner förr än de blifva mogna, hvilket de sjelfve väl hade kunnat förekomma, om de med K. M. något härom för detta hade corresponderat, att man *communibus consiliis* saken hade angripit. Men man kan intet veta hvadan den inbillningen kommer, som så högt hos en part är inritad, att vara hvarken varm eller kall, den ock mycket godt för detta hafver förhindrat och till fiendens progresser största orsaken gifvit. Dock varder K. M., ehuruväl oombedd, likväl intet underlåtandes att hjelpa bringa allt på en god väg igen; den aldrahögste Gud gifve H. K. M. så vidt lycka och framgång mot fiendens arglistiga practiquer" [2]).

Imellertid hade den kejserliga besättningen i Kolberg dagtingat med den svenska belägringshären och mot löfte om fritt aftåg den 2 Mars uppgifvit den väl befästade staden, som nu besattes af svenskarne. Gustaf Adolf sjelf drog med sin hufvudstyrka öfver Angermünde och Vierraden till Schwedt, der han lade sig i ett förskansadt läger, lät slå en brygga öfver Odern samt drog till sig förstärkningar ur Pommern, i väntan att Tilly efter Neubrandenburgs eröfring skulle tölja och angripa honom. Men förvissad om Tillys tåg till Havelberg beslöt konungen gå Odern uppåt och angripa Frankfurt, "på det fienden måtte dragas från Magdeburg och icke hindra de evangeliskes desseiner, om de något godt resolvera" [3]). Den 2 April anlände konungen med sin här i full slagtordning utanför Frankfurt, hvars förstäder fienden afbrände. Följande dag lät Gustaf Adolf uppställa allt sitt artilleri på trenne punkter utanför Gubenthor och tre regementen musketerare vid Lebuserthor. "Och begynte K. M:t spela med stycken om aftonen kl. 5 mägta starkt, icke i den mening att vilja sig

1) Det sades nemligen, att de i Leipzig församlade ständerna umgingos med planen att försäkra sig om bryggan vid Dessau. (Se Grubbes relation af den 28 Mars g. st. 1631 A. st.)

2) Jemf. Grubbes relation af den 22 Mars g. st. 1631, (A. st. s. 724).

3) Grubbes relation af den 28 Mars g. st. 1631 (A. st.).

staden straxt bemägtiga, utan för att se, hvad fienden i sinnet hade, samt på det den vallen öfvergifva och in i staden fly skulle. Till hvilken ända 2 kompagnier först blefvo utkommenderade, att de skulle allenast bjuda till att storma. Men genom sin tapperhet hafva de straxt blifvit vallen mägtiga, och derefter somlige inkommit genom bidörrarne, somlige genom stora dörrarne (sedan hvardera af 2 petarder var öppengjord) en del ock på 5 stegar öfver muren, som för öfrigt var låg, svag och gammal; hvaraf fienden straxt förskräcktes samt började söka utgång och flykten på andra sidan öfver Odern. Och ändock våre 3 resor svårt hade att inkomma genom portarne i staden, likväl sedan general Banér sjelf infanteriet anfört, gick det för sig." De kejserlige jagades nu ut ur staden med en stor förlust i döda, sårade och fångne, och sålunda voro svenskarne fortare än konungen hade väntat i besittning af platsen, der stora förråder föllo i deras händer. "Och är detta allt förelupit i 2 stunder (timmar), alldeles extraordinarie genom Guds underliga hjelp, i det de blifvit staden mägtiga utan någon stark storm eller breche" [1]). I en annan af sekreteraren Grubbe uppsatt berättelse, daterad Stettin den 9 April 1631, beskrifves på ungefär samma sätt Frankfurts eröfring. "Den $^{2}/_{12}$ April är K. M. kommen för Frankfurt, och hafver det straxt låtit beränna, men eljest hållit allt sitt folk den dagen i lägret stilla. Der

1) Relation från svenska fältlägret i Drossen (Crossen?) den 6 April 1631. (A. st. s. 728). „Mycket gifves väl före," tillägger berättaren, „att soldaterne skola hafva plundrat; så är det väl sannt, men icke utan vissa orsaker. Ty undantagandes soldaternes *jus*, som de sig i slika fall gemenligen påberopa, såväl som den hunger och mangel på proviant de hafva måst utstå i 3 dagar, hafva de besynnerligen haft 2 orsaker till, hvarföre de sådant gjort hafva. Först att de (efter K. M:ts erinnering) skulle ihågkomma hvad fienden vid Neu-Brandenburg begått hafver. Hvarföre ock Skottarne äro förut, i spetsen kommenderade. Sedan och alldenstund man fann uppå vallen 3 borgare i staden boendes, skjutne, som hafva funnits uti deras armis emot oss, och således af fienden intet desarmerade. Hvarföre tyektes intet obilligt vara, att dem något tillfälle gafs borgarne att plundra, dock i måttlighet, och icke slå någon borgare ihjäl, hvilket plundrande fast varade den hela natten igenom, dock så länge emot K. M:ts vilja och „proclam." Nu i går som var den 5 April, uppbröt K. M. ifrån Frankfurt med cavalleriet och 2,000 musketerare, och aktar begifva sig för Landsberg, och på denna sidan Wartan en skans uppslå, på det fienden desto bättre kan betvungen blifva. Fältmarskalken hafver nu fått ordre att marchera fort på andra sidan och avancera för Landsberg; vi förhoppas att allt skall gå väl. Af fotfolk skall fienden vara temmeligen stark uti Landsberg, men hans rytteri skall i flykten hafva tagit sin march dels in på pohlniska gränsen, dels ock in på Gross-Glogau i Schlesien; och är det af de många tåg och aftåg alldeles utmattadt, så att man icke hafver behof draga för det någon stor fruktan.

skall hafva varit vid denna tiden inne i staden 10 regementen fiendens krigsfolk, mest af dem, som den förledne sommar blefvo brukade emot K. M:t i fält. I det nu K. M:t den dagen sjelf recognoserade stadens lägenhet, är öfversten Herr Teuffel, som var K. M. följaktig, blefven skjuten i venstra armen, dock utan någon synnerlig skada. Och straxt derpå hafva vårt folk sig en afbränd kyrka utom staden bemägtigat, den de kejserlige fuller hafva beflitat sig att recuperera efter den var till våras fördel: men äro dock med deras skada, mistandes en öfverste-lieutenant och flera officerare som partiet kommenderade, afdrifne vordne. Den natten hafver K. M. låtit ställa alla dess stycken på beqväma orter, emot det utanverk, som fienden hade gjort för staden: dock varit alldeles stilla och intet låtit skjuta förr än om aftonen kl. 5. Då K. M. hafver låtit dem alla spela tillika, och med detsamma löpa till storms. Våre soldater hafva straxt med stor ifver eröfrat grafven vid fiendens verk; lupit upp på vallen; nedrifvit "bassagerne," och efter fienden begynte vika, så hafva de ock med en fart skiljt honom vid verken och förföljt honom in i stadsporten. Hvilket K. M. seende, hafver straxt låtit avancera stycken in i fiendens verk och låtit spela i porten, deruppå ock vårt folk hafver på nytt följt, stormat och *uno quasi impetu* staden sig bemägtigat. Det vill ock föregifvas att en vår öfverste skulle hafva genom en annan öppen port sig inträngt, och denna victorie hulpet att fortskynda. Ty fienden hafver sig eljest mägta tappert värjt. Men våre, som de der af K. M. pousserades, och eljest sökte hämnas Neu-Brandenburgs eröfring och att göra sig byte, hafva intet velat sig låta uppehålla, förr än fienden ändteligen hafver måst vika, retirera sig öfver bron och begifva sig alldeles i flykten. Den honom dock är blifven svår, efter som våre honom på hälarne starkt hafva förföljt och vårt rytteri är snart öfverkommet. Är alltså genom Guds enkannerliga bistånd — det K. M. både för denna victorien hafver åkallat och sedan offentligt allt tillmätit — dessa trupper nästan i grund ruinerade. Fahnor till fot hafva vi allaredo i händerna 19 och 2 cornet: flere säges ännu vara under folket. 2 hela och 5 halfva cartauer med några andra stycken, och några hundra tunnor krut, samt mycken annan ammunition är tagen; stort förråd på proviant bekommet: Öfverstarne Sparre och Waall samt flere officerare och till 700 gemene fångne. General-tygmästaren Schaumburg (som i fältmarskalkens stad en tid hafver commenderat) med en öfverste-lieutenant Herberstein, och som en part mena, Montecuculi och en stor del af deras höge officerare med mesta delen af folket nedslaget och ruineradt. Af våre äro alle-

nast en öfverste-lieutenant, 2 majorer och få underofficerare blefne, och i allo till 300 åt högsta både slagne och qväste. Den aldra högste Gud vare högeligen ärad för denna lyckliga victorie och gifve K. M. vidare success i alla dess christliga desseiner."

Gustaf Adolf sjelf jemförde denna vigtiga eröfring med en på öppna fältet vunnen hufvuddrabbning och skyndade att om tilldragelsen underrätta kurfurstarne af Sachsen och Brandenburg samt staden Magdeburg [1]). Raskt fullföljande sin seger stod han redan den $^{7}/_{17}$ April med blott några tusen man utanför Landsberg, der äfven Horn, som från Pommern blifvit ditkallad af konungen, vid samma tid inträffade. Staden, skyddad såväl af sina befästningar som genom sitt af naturen fasta läge, uppgafs dock af besättningen redan den $^{16}/_{26}$ April, innan den af konungen tillkallade Banér ännu hunnit anlända från Frankfurt [2]). Schlesien låg nu öppet för Gustaf Adolf, men hans plan att draga Tilly från Magdeburg hade ej gått i fullbordan, och han måste derföre vara betänkt på andra utvägar till den hårdt beträngda stadens räddning.

Redan om hösten 1630 synes det hafva varit Gustaf Adolfs plan att genom Mechlenburg framtränga till nedra Elben samt på denna väg öppna sig förbindelsen med den rika och välmående staden Magdeburg, hvars stora strategiska vigt icke undgick hans fältherreblick, och på hvilken han derföre oaflåtligt hade ett vaksamt öga [3]). Men

1) Se Gustaf Adolfs skrifvelse till borgmästare och råd i staden Magdeburg; dat. Frankfurt an der Oder d. 4 April 1631 (Statsark. i Wien). Vi införa bland bilagorna denna, så vidt vi veta, hittills otryckta skrifvelse.

2) Se relationen om Landsbergs eröfring (A. st. s. 732). Före Banérs ankomst var belägringshären utanför Landsberg *svagare* än den kejserliga garnisonen.

3) Med anledning af sitt då tillernade företag mot Mechlenburg skref konungen (från Stralsund d. 16 Sept. g. st. 1630) till administratorn i Magdeburg: „Jezo seind Wir gleichsamb in procinctu, zum fahln Wind vnd Wetter secundum [sein] vill, den Feund ansehenlich zudivertirn, vnd kein mühe zuersparen, wie Wir einen vesten sedem belli an der Elbe fürdersambst formiren vnd einrichten, [vnd] also per obliquum, wass vnss per directum ex causis novis emergentibus vnmüglich gefallen, durch die hilffliche hand Gottes effectuiren möchten, allermassen vnss dann kein ding, alss die wahre [vn]müglichheit von solchem Dessein abführen soll. Wann vnss nun E. Ld. hoeher valor an Verstande, gemüehte vnd Courage, die viel eher für Gottes Ehre gloriosè zusterben, alss mit disreputation zuleben begehrt, gnuegsamb wissendt: So haben wir vnnöhtig erachtet, deroselben hierunter vil zuezusprechen. Verlassen vnss demnach zu E. Ldl. gänzlichen, Sie werden in Jrem grossmächtigen Christlichen vorhaben, wie einem rechten helde gepührt, vnwanckhelbar loblich continuiren, vnd vnss getrauen, dass wir an vnserer Königlichen Parola mit Gott nichts manquiren lassen werden." — Jemf. A. Salvii bref t. administratorn, dat. Hamburg d. $^{12}/_{22}$ Sept. 1630. (Båda dessa bref finnas i Statsark. i Wien.) Imellertid blef dock administratorn otå-

såsom vi redan nämnt, blef Gustaf Adolf för den gången nödsakad att uppgifva sitt anslag mot Mechlenburg; och så länge icke blott hela detta land tillika med de vigtiga hamnarne Rostock och Wismar, utan äfven Greiffswald, Demmin och andra orter i Vor-Pommern ännu voro i de kejserliges händer, ansåg han ej rådligt att företaga ett tåg till Magdeburg, hvilket imellertid, genom borgerskapets gensträfvighet att i staden emottaga och proviantera det af administratorn värfvade krigsfolket, snart började komma i en brydsam belägenhet. Ty då administratorn derigenom såg sig nödsakad att, mot Gustaf Adolfs råd, förlägga det nyvärfvade manskapet på spridda orter i den kringliggande trakten, så blef det lätt för de kejserliga att öfverrumpla och skingra det samt derefter fortskrida till Magdeburgs blokering. Gustaf Adolf å sin sida umgicks fortfarande med tanken att undsätta staden, och härmed sammanhängde tvifvelsutan hans ofvannämnda tåg till Vor-Pommern i Februari 1631. Omedelbart efter eröfringen af Demmin och de öfriga orterna vid den mechlenburgska gränsen skref han (från Stettin den $^1/_{11}$ Mars 1631) till rikskansleren: "Efter Wi nu [under vintern] föga hopp hafva kunna något vidare emot fienden att förrätta, så akte Wi skona folket och låta det refrichera sig till sommaren, då Wi förmene att lemna här i Hinter-Pommern, antingen en eller två arméer, såsom lägenheten det kan medgifva, att maintenera Odern och de Pommerska passen, såsom ock efter tid och tillfälle att nalkas Schlesien och incumbera fienden på den sidan. Men Wi sjelfve hålla före, att Wi med den största arméen Wårt fädernesland ingen bättre tjenst göra kunne, än hvar Wi sjösidan fulleligen rensa, Oss Rostock och Wismar tillika med Mechlenburg bemägtiga och sedan kunde få tillfälle att impatronera Oss Elben, secundera Magdeburg och bringa städerna Lübeck och Hamburg i Wår devotion. Sådant att ställa i verket, är af nöden, att Wi i sommar ju förr desto heldre Rostock och sedan Wismar belägra" [1]). Tvifvelsutan var det konungens plan att der förena sig med det från England väntade krigsfolket under Hamilton och sedan, efter de båda nämnda städernas eröfring, draga Elben uppåt för att befria Magdeburg. Men det var sannolikt för att förekomma alla sådane planer som Tilly i Februari företog sitt ofvannämnde tåg till Elben och Neu-Brandenburg, efter hvars eröfring han återvände till Havelberg, hvarifrån han på samma gång hotade såväl

lig öfver, att Gustaf Adolf ej kom honom till undsättning, och var nog obetänksam att öppet yttra sitt missnöje. Härigenom gaf han naturligtvis näring åt oron och partisöndringarne bland Magdeburgs borgerskap. Se Gfrörer, a. st. s. 622.

1) Se anförde Arkiv f. svenska krigens hist. a. st. s. 365.

Kursachsen och det i Leipzig församlade konventet som det af inre partier söndrade Magdeburg, der en del af borgerskapet tyckes hafva stått i hemliga förbindelser med de kejserlige. — "Hvart han [Tilly] nu intenderar," skrifver Grubbe i sin relation af den 28 Mars (g. st.), "det kan man intet än för visst veta; men så är befruktandes, att han aktar med force attaquera Magdeburg, hvilken stads constitution icke är den bästa. Ty ändock der är på ingenting, undantagandes fourage, någon stor mangel; tillförseln öfver Elben ännu säkert sker ur Sachsen, helst sedan hofmarskalken [Falkenberg] nyligen tog fienden en brygga af, som den begynte slå på en mil när Magdeburg, derigenom han [hofmarskalken] är blifven Werder i Elben några mils väg mägtig, hvilka han ock hafver låtit besätta; vidare är ock garnisonen nogsamt förstärkt till omkring 4000 man, och kommer än dagligen mer folk in: Så är likväl i staden stor oenighet, och af leda vid bloqueringen delar sig borgerskapet i 3 factioner. En del är constant och vill hålla sig till K. M. och vänta K. M:ts succurs, ehvad de ock utstå måste; En del se på kurfursten af Sachsen och ville gerna slå sig till hans hägn och de evangeliske furstarne: En del urgera att man sig kejsaren skall accommodera, och gifva sig under hans devotion. I ett sådant stadens tillstånd hafver Tilly sin marche mägta ting påskyndat. Men hvar han slår ändteligen till, hafve vi, som förbemäldt är, ännu ingen visshet. En part mena, han nalkas derföre Leipzig, att han deras consilia vill turbera, och om något af dem förehades, det tidigt opprimera. En part mena, att han ock vill hindra kurfursten af Sachsen att kunna antaga sig Magdeburg, hvartill många mena honom vara inclinerad och mycket solliciteras. Men hvad ändteligen härpå följer, gifver tiden" [1]).

Imellertid ryckte Tilly fram mot Magdeburg, der han förenade sig med den här, som under Pappenheim och grefve Wolf af Mansfeld belägrade staden. Flera af dess utanverk voro redan eröfrade, då Tilly, vid underrättelsen att Frankfurt vid Oder hotades af Gustaf Adolf, hastigt bröt upp för att undsätta denna stad och, till kurfurstens af Brandenburg stora bestörtning, tog sin väg inåt Mark, der Berlin derigenom hotades. Men redan i Jüterbock möttes Tilly af tidningen om Frankfurts eröfring af svenskarne, och då dessa äfven vid Küstrin, der de förskansat sig, spärrade honom vägen, samt han sålunda blott på en lång omväg genom Schlesien kunde närma sig Gustaf Adolf, så återvände han till Magdeburg för att om möjligt be-

1) Ofta anf. „Arkiv.", s. 725.

mägtiga sig staden innan Gustaf Adolf hunne komma den till undsättning. De båda protestantiske kurfurstarnes trångbröstade och ängsligt försigtiga politik, som för att icke äfventyra *något*, i sin kortsynthet satte *allt* på spel, kom härvid Tilly väl till pass och afgjorde inom kort den olyckliga stadens öde.

Medan Gustaf Adolf uppehöll sig i Landsberg återkom till honom den å hans vägnar till Leipzigerkonventet affärdade doktor Chemnitz, medförande underrättelsen om de på konventet fattade besluten jemte ett bref till konungen från kurfursten af Sachsen, hvari denne på ett vänligt men afböjande sätt besvarade konungens anbud att bistå de evangeliske, om de med honom förbundo sig [1]). Deremot skyndade kurfursten af Brandenburg, hos hvilken kejsaren kort förut besvärat sig öfver de i kurfurstens land för svensk räkning anställda värfningarne [2]), och som nu äfven uppskrämdes genom underrättelsen om Tillys tåg inåt Mark, att till Gustaf Adolf affärda en beskickning för att anmoda honom om bistånd samt en svensk besättnings inläggande i det af Tilly hotade Berlin, då kurfursten förklarade sig benägen att med konungen ingå ett förbund efter förebilden af det pommerska. Men härvid gjorde Gustaf Adolf till oeftergifligt vilkor, att han till sin säkerhet skulle få inlägga svensk besättning i Küstrin, en fordran, som kurfursten oaktadt konungens enträgna föreställningar ännu icke kunde förmås att bifalla. Om dessa förhandlingar skrifver sekreteraren Grubbe i sin relation af den 5 Maj (g. st.) 1631: "Sedan nu vissa tidningar inkommo att Tilly var vänder tillbaka och hade starkt belägrat Magdeburg, och K. M. dädan om hastig succurs blef anmodad, hafver K. M. låtit samla hela armeen vid Küstrin och Frankfurt; och efter K. M. intet hafver kunnat erhålla till dess säkerhet (ehuru ofta derom ock är blifvit solliciteradt) Küstrinska passet, utan kurfursten hafver alltid velat contentera K. M. med en skriftlig försäkring, och dock ej var obenägen sig med K. M. efter det pommer-

1) Grubbes relation af den 18 April g. st. 1631. Jemf. ofvan s. 78 noten.

2) I en skrifvelse dat. d. 26 Mars 1631 sökte kurfursten rättfärdiga sig härutinnan samt upprepade tillika sina förra klagomål öfver de olidliga krigspressurerna. Härpå svarade kejsaren med en skrifvelse (dat. Wien d. 9 April), hvari han med anledning af den från säkert håll honom tillhandakomna underrättelsen, att svenskarne besatt passet Driessen (vid Wartha, öster om Landsberg), alvarligen förmanade kurfursten att bättre försvara sina pass. För öfrigt betygade kejsaren ånyo sin lifliga åstundan, att freden i riket måtte återställas, men sade sig lemna derhän, huruvida rätta vägen dertill vore, det hans och rikets fiende tillstaddes att „libere ohne alle schew" värfva krigsfolk på tysk botten och utan motstånd bemägtiga sig det ena passet efter det andra. (Statsark. i Wien.)

ska förbundet att alliera; det K. M. för många orsaker icke hafver kunnat ingå; och med Magdeburgska succursen ej längre hafver kunnat fördröja: så äro fördenskull de siste brandenburgske gesandter ifrån Frankfurt med sådant besked dimitterade, att K. M. ville dem straxt följa och förmoda, att kurfursten sig ännu till det evangeliska gemena bästa (hvilket med Magdeburg mycket pericliterade) annorledes skulle betänka, när K. M. komme närmare, och icke förorsaka för Küstrins skull, att K. M., i det Küstrin ändteligen med en del af arméen måste lemnas bloqueradt, skulle blifva på sina trupper så försvagad, att Magdeburg icke undsättas kunde" [1]). Med detta besked återvände de brandenburgska sändebuden, och konungen rustade sig att oförtöfvadt följa dem.

Om sin ställning och sina utsigter vid denna tid, skrifver konungen sjelf (från Frankfurt den 24 April g. st. 1631) till rikskansleren: "Ibland andra Oss af Gudi nu nyligen förlänte victorier, äro dessa icke de ringaste, att Wi efter halfannan dags belägring äro Frankfurt an der Oder den 3 hujus med stormande hand mägtige blefne, hvaruti fienden hade icke garnison, utan en temmelig armée, hvilken på halfannan timmas tid var ruinerad. Sedan att Landsberg är Oss den 16 hujus öfvergifvet på accord af 4000 af fiendens folk, som derinne logerade; hvilket pass såsom det ligger invid polska gränsen och vid elfven Warthan, så är det Oss icke allenast ganska nyttigt till att hålla fienden ur Neumark och Vor-Pommern, utan ock, hvar det med de poler skulle en gång komma till fejd igen, ganska beqvämt till att der formera *sedem belli.* Dessförutan hafva nu kurfurstarne [af Sachsen och Brandenburg] slagit sig ifrån kejsaren, och äro Wi nu i verket att sluta med H. K:t Kurfursten af Brandenburg en sådan alliance som med fursten af Pommern. Landtgrefven af Hessen [Kassel] är ock på god väg, ock tro Wi äfven fuller, det han skall sig accommodera. Kursachsen är ock så vidt kommen, det han näppeligen kan undgå att träda i vapen. Och efter nu H. K:t Kurfursten af Brandenburg förmedelst denna alliance fuller afträder Oss största delen af sina fästningar, och Wi så för dessa som Landsbergs besättande och Oderströmmens vartagande och enkannerligen Magdeburgs undsättning, med hvilket Wi Oss nu martla, behöfva fuller undsättning på folk, så såge Wi derföre nådigast gerna, att, så fort I vissten några medel att stärka Oss här, I det då göra ville, särdeles der I kunnen mista de 2:ne regementer, som I hafven Oss destineret" [2]). Imellertid

1) Arkiv. f. svenska krigens hist. a. st. s. 737.

2) „Och som detta Wårt väsende," tillägger konungen, „dagligen mer och mer växer

beredde sig Gustaf Adolf att med sin hufvudstyrka skynda Magdeburg till undsättning. I Frankfurt och Landsberg qvarlemnades tillräckliga besättningar och vid Küstrin en liten observationscorps till passets bevakande. Den öfriga hären samlades den $^1/_{11}$ Maji vid Köpnick, en liten stad vid Spree, ej långt från Berlin. Derifrån skickades genast samma morgon grefve von Ortenburg till Berlin för att underhandla med kurfursten af Brandenburg. "Och gick hans värf ut på efterföljande punkter" (skrifver Grubbe i redan anförda relation af d. 5 Maj): "Först att exponera de stora vigtiga orsaker K. M. hade att så högt anhålla om Küstrin, nemligen: 1:mo) att *ratio belli* lärer, det en krigsman icke skall lemna något pass på ryggen i andras händer; 2:o) för Pommerns och Neumarks säkerhet; och 3:o) att K: M:s egen person eljest skulle mägta hazarderas, om K. M. det passet *in aliorum arbitrio* lemnade, och sig blotta lyckan committerade. Men grefven är med complimenter dimitterad och samma dag tillbakakommen. Honom följde straxt markgrefve Sigismund och anhöll, att K. M. ville låta dess commissarier komma med de kurfurstlige tillsamman. Hvarföre K. M. dagen efter lät fältmarskalken med d:r Steinberg begifva sig in till Berlin. Hvarest K. M. Kurfursten med hela hofvet och fruntimret på en half fjerdingsväg mött hafver; och der de en stund hade talats vid och, som likt synes, någorledes vore ense, följde K. M. Kurfursten in till gäst. Denna dagen och den följande allt intill sent på aftonen hafver K. M. haft dispute om att komma till en fullkomlig ändskap i denna saken. Orsaken hafver varit, att kurfursten icke gerna hafver velat något K. M. cedera, utan på en fullkomlig alliance. Och efter deruti allehanda difficulteter, särdeles om *directione belli*, *potisatione militum* och *refusione sumptuum*, infölle, och K. M. derefter icke kunde Magdeburgs undsättning uppskjuta; så är ändteligen i de punkter något aftal tills vidare uppskjutet, och imellertid K. M. med kurfursten så förenad, att kurfursten straxt emot K. M:ts revers [att återlemna fästningen] levererar K. M. Spandaus fästning i händer. Vidare blifver commendeuren i Küstrin till fältmarskalken [Horn] hänvisad, honom på allt fall att

af bundsförvandter, så ock correspondenter, och Wi ganske svage äro på personer som skola föra pennan, så att de alla tillhopa under tiden icke hinna läsa de bref och saker som ankomma, mycket mindre göra deröfver svar, hvarföre ock under tiden mycket måste skrifvas på tyska som på annat språk och särdeles på latin för Wår nations reputations skull, borde författas, — — — — — så skedde Oss fuller en högnödig tjenst, om I nu kunden mista Nicodemi.„ I en annan kort derpå affattad skrifvelse synes konungen hafva begärt, att A. Oxenstjerna sjelf måtte infinna sig hos honom. (Se Arkiv. f. svensk. krigens hist., a. st. s. 425 o. ff.).

obediera, och om någon fiende ankomme, sig med fältmarskalken och K. M:ts folk att conjungera och göra fienden motstånd, så att han ingalunda kommer öfver passen; såsom ock till den ända att intaga K. M:s folk i fästningen till hjelp och större säkerhet: i en summa, att adsistera och lyda i allt fältmarskalken, så vidt defensionen af bemälte pass samt landet deromkring angår. Ty efter K. M. något långt afkommer, blifver fältmarskalken vid Küstrin och Landsberg qvar att samla der af de nyvärfvade och de preussiska trupperna en armée med hvilken han kan göra fienden motstånd och försäkra K. M. de pass och qvarter, som K. M. nu lemnar bakom ryggen" [1]).

Derefter bröt konungen den 15 Maj upp från Berlin, tagande sin väg längs Spree till Haveln. Följande dag (den 16:de) var han i Spandau, hvarifrån han utfärdade fullmagter och memorialer för Horn, som fick befälet öfver den till Neumarks och Pommerns försvar bestämda krigsstyrkan, samt för öfversten Axel Lilje, som med en svensk besättning qvarlemnades i Spandau [2]). Sjelf fortsatte konungen sitt tåg till Potsdam, hvarest han synes hafva inträffat den 18:de. Tåget hade af flera skäl gått långsammare än konungen, orolig för Magdeburgs öde, önskade. "Orsaken är," skrifver Grubbe till A. Oxenstjerna (från Potsdam den $^{8}/_{18}$ Maji 1631), "att K. M. 1) icke tror Kurbrandenburg allt för väl; 2) att Kur-Sachsen icke allenast intet med Oss communicerar, utan ock säges bredvid sin värfning favorisera fienden utanför Magdeburg med allehanda tillförsel; men 3) är visst att våra trupper äro mägta svaga; 4) mycket malcontente och ej att lita på; 5) inga penningar [för handen] att contentera dem med, och 6) provianten till en sådan marche, den fienden allt framför oss hafver ruinerat, svår att bekomma. Stå alltså våra saker i temmeligen stora difficulteter," tillägger Grubbe, "och kan man icke veta hvad ändtligen blifver resolveradt. K. M. beflitar sig fuller att vinna Kurbrandenburg, såsom ock att bringa Kur-Sachsen effective med i spelet, till hvilken ända K. M. aktar tillbjuda sig att conjungera sig med honom vid Dessowska bryggan och så den vägen secundera Magdeburg. Men om det icke kan angå, ser jag liten apparence till Magdeburgs undsättning, och är i den meningen, att K. M. assurerar dessa platser det bästa som ske kan, och begifver sig sedan åt Mechlenburg, der sjökanten att angripa. Imellertid står Magdeburg i fara,

1) Jemför Gustaf Adolfs eget bref till A. Oxenstjerna, dat. Berlin den 5 Maji (g. st.) 1631. (A. st. s. 427.)

2) Se dessa bref och memorialer. (A. st. s. 429 o. ff.)

hvilket dock ännu sig manligen värjer och säges numer med marskalken vara i godt förtroende" [1]).

Magdeburgs öde berodde sålunda till väsendtlig del på de båda protestantiska kurfurstarne, och sannolikt hade staden kunnat räddas, om Johan Georg i tid hade lyssnat till Gustaf Adolfs enträgna uppmaningar att för sådant ändamål med honom förena sig. Redan från Frankfurt hade konungen sändt hofjunkaren Taube till kurfursten för att dertill förmå honom; och då Taube dröjde, men Magdeburgs fara påkallade skyndsam hjelp, så affärdade konungen genast efter ankomsten till Potsdam ett nytt sändebud, öfverste Boch, med ett bevekligt bref till kurfursten samt uppdrag att å konungens vägnar anmoda honom: "om konjunktion (med konungen) till Magdeburgs succurs; om säker passage och tillförsel; om att kurfursten ville K. M. personligen möta och med K. M. sig förena" [1]). Den 21 om aftonen återvände ändtligen Taube, medförande ett afböjande svar från kurfursten. "Gick alltsammans derpå ut," skrifver Grubbe [2]), "att Kur-Sachsen förevände sin svåra pligt, dermed han kejsaren och det romerska riket är tillbunden; att genom [den af konungen äskade] passagen deriverades *sedes belli* in i hans land; sedan vidare, att han de kejserske tillförsel hade afslagit allaredan; och slutligen, att de frankiska och schwabiska kretsarne, der de kejserske, som ur Italien komne äro, ville tränga med gewalt igenom, sökte hos honom på sådant fall, efter aftalet i Leipzig, succurs, hvarföre han sjelf till Zeitz sig begifva måste, något afsides; hvarförutan han ännu icke vore i en rätt författning och dagligen med värfningar occuperades: för hvilka orsakers skull ingen conjunction denna gång kunde ske, ingen passage och ingen proviant efterlåtas, ej heller kunde han komma till samtal med K. M.; i en summa, allt det K. M. hade anhållit, blef högeligen excuseradt, allenast tillbjöd han sig att sända några af sitt råd, som med K. M:s råd *loco commodo* kunde tractera."

Sålunda framhärdade kurfursten i sin senfärdiga och betänksamma politik, utan att deri låta sig rubbas hvarken af Magdeburgs förnyade ansökan om hans hjelp, eller af Gustaf Adolfs bevekliga uppmaningar, hvilka äfven Arnim understödde. Och likväl, anmärker Helbig, visste kurfursten allt för väl, att konungen hade rätt, ty han var tillräckligt underrättad om Magdeburgs tillstånd och hvad af kejsaren och de katolske vore att vänta. Genom en Pappenheims agent, som Sachsen vunnit, hade han (redan i Mars) erhållit de omständligaste

1) Grubbes relation ur lägret vid Potsdam d. 12 Maj (g. st.) 1631. (A. st.)
2) A. st.

underrättelser om Tillys planer, och att denne uppbjöde allt för att få staden i sitt våld, innan han finge att göra med kurfursten, hvars afgjorda uppträdande till Magdeburgs förmån han med säkerhet väntade. Men just vid denna tid infann sig hos kurfursten ett kejserligt sändebud von Hegemüller, och denna omständighet torde i någon mån förklara kurfurstens tvekan att taga ett steg, som innebure en oåterkallelig brytning med kejsaren, hvilken han ännu alltjemt försäkrade om sin orubbliga trohet.

Då kurfurstens svar anlände, stod konungen just i begrepp att följande dag bryta upp och, i hopp om gynnsam resolution från kurfurstens sida, genom hans land taga genaste vägen till Magdeburg. "Men efter som det hoppet sålunda blifvit förtaget," skrifver Grubbe (a. st.), "så måste K. M. mer taga dess säkerhet i akt, och sig vid Havelen så länge uppehålla, till dess man ser, om der något ännu kan vara till att förmoda." För att imellertid förmå kurfursten till en annan resolution, affärdades Taube genast ånyo till honom med en skrifvelse, hvari konungen föreställde honom, att han genom sitt uppträdande på Leipzigerkonventet i alla fall ej hade något annat att vänta än en sträng efterräkning från kejsarens sida. Derjemte beklagade konungen, att den goda lägenheten till Magdeburgs undsättande genom kurfurstens betänksamhet ginge förlorad; ty om han velat med konungen förena sig, hade man väl kunnat bringa en sådan armée tillsammans, att Magdeburg kunnat undsättas och fiendens intentioner hindras; men genom denna hans gensträfvighet sattes Magdeburg i fara och gåfves fienden luft att efter godtycke förstärka sig. Då nu detta tvifvelsutan komme att lända det evangeliska väsendet till största förfång, så förklarade konungen reservationsvis, att skulden derför ej drabbade honom, utan kurfurstens ovillighet. Och ehuruväl konungen derföre hade orsak nog att lemna Magdeburg och hela det evangeliska väsendet i sticket, så ville han dock, för den ifver han hyste att främja den betryckta kristna religionen, på en annan väg utmed Haveln avancera med det folk han hade, till dess han finge se, om ännu något tillfälle gåfves att hjelpa Magdeburg. Imellertid förmanade han Kursachsen ännu en gång att något bättre betänka sig och konungens förra råd antaga, på det fiendens anslag i tid och med förenade krafter måtte kunna brytas. Men om konungens goda råd icke blefve följda, så ville han inför hela verlden vara ursäktad, derest någon olycka träffade det evangeliska väsendet till följe deraf, att konungen till sin säkerhet toge en annan väg [1]). "Imellertid," an-

1) Se Grubbes sist anf. relation. Jemf. Helbig a. st. s. 40—41. Jemf. Chemnitz Bellum Sveco-Germanicum T. I s. 120.

märker Grubbe, "gå *consilia* som mig synes, derhän, att man söker återbringa Kurbrandenburg med K. M. till tals, och då med honom först att sluta och göra sig så fast, att han ej skall kunna resiliera. Sedan menar man att bruka hans person till att öfvertala Sachsen; men om då intet uträttas, blifver man i defension af den trigono vid Elben och Haveln. Och der hvarken Sachsen eller Brandenburg sig accommodera, tror jag K. M. nödgas dess säkerhet taga i akt, och till en tid drifva particularia."

Men alla Gustaf Adolfs bemödanden att rädda Magdeburg voro redan fruktlösa; ty under det de ofvannämnda underhandlingarna med Kur-Sachsen ännu fortgingo, inlopp den bedröfliga tidningen om Magdeburgs fall.

Efter återkonsten till Magdeburg hade Tilly af alla krafter påskyndat belägringen, och inom kort voro alla utanverken i de belägrades händer. De belägrade afbrände förstäderna och drogo sig tillbaka inom den egentliga staden, hvars starka murar ännu erbjödo ett fast värn. Den 4 Maj lät Tilly (genom skrifvelse till administratorn, till rådet och till Falkenberg) uppfordra staden till kapitulation; men Falkenberg förstod att genom sitt eget lugn och förtröstan om Gustaf Adolfs snara ankomst upprätthålla de belägrades mod. Den 5 företogo de belägrade 3:ne lyckade utfall, som höjde deras tillförsigt. Den 7:de aflät administratorn ett skriftligt svar på Tillys uppfordran. Han förklarade sig vilja rådpläga med kurfurstarne af Sachsen och Brandenburg och begärde derföre anstånd samt säkra pass för sina utskickade. Trenne dagar sednare afgaf äfven rådet sitt svar, hvari det upprepade den utnötta frasen om sin devotion mot kejsaren samt sina klagomål öfver stadens lidanden, hvilka tvifvelsutan mot kejsarens vilja öfvergått densamma. Derföre hade man beslutit, hette det, att öfverlemna hela frågans biläggande åt kurfurstarne af Sachsen och Brandenburg samt de förbundna hansestäderna, och vore villig att i allt hvad billigt vore lämpa sig efter deras utslag. För sådant ändamål önskade rådet till dem affärda utskickade, för hvilka det af Tilly begärde säkert pass samt under tiden inställandet af belägringsarbetena och alla fiendtligheter mot staden. Falkenbergs svar var kort och godt. För sin del, förklarade han, ville han i denna sak göra allt hvad hans samvete och ärliga namn under förhandenvarande omständig eter medgåfve.

Meningen med de af administratorn och rådet framställda förslagen voro påtagligen blott att vinna tid. Derföre förklarade sig Tilly visserligen benägen att gifva stadens utskickade de äskade passen:

men då de ifrågavarande rådplägningarne skulle erfordra mycken tid och saken redan vore kommen derhän, att den ej lede något uppskof, så fruktade han att de åsyftade förhandlingarna för sent skulle föra till någon påföljd. Det vore derföre bättre, att de belägrade sjelfva i rättan tid fattade sitt beslut, hvilket de borde moget öfverväga, men tillskrifva sig sjelfva hvarje fara, som ett dröjsmål kunde medföra. Samtidigt skref Tilly till kurfursten af Sachsen, att Magdeburgarne isynnerhet derföre åsidosatte sin pligt, att de förlitade sig på de i Leipzig fattade besluten och satte sitt hopp till främmande hjelp. Men kurfursten kunde sjelf öfverväga hvad man hade att vänta af främmande furstar och folk, som blott sökte sin egen fördel för att bringa öfverhufvuden och undersåter under oket samt slutligen sönderstycka hela riket. Derföre borde han vara behjelplig att återföra Magdeburgarne till sin pligt. Sannolikt har denna skrifvelse ej blifvit utan verkan på den betänksamme kurfursten.

Imellertid fortgingo oafbrutet belägringsarbetena, medan Falkenberg ofta måste uppbjuda hela sin förmåga för att hos stadsboarne upprätthålla mod och enighet. Den 17:de började de belägrande ur 8 batterier häftigt beskjuta staden, dock utan synnerlig verkan. Men i Magdeburg började krutförrådet tryta, hvadan de belägrade måste minska sin eld. Falkenberg klagade, att man i trots af alla hans föreställningar bortslösat krutet genom ett omåttligt och föga gagneligt skjutande. Derjemte lät han anlita alla möjliga utvägar att öka kruttillverkningen, hvarvid äfven handqvarnar och apothekarnes mortlar tillgrepos; men dessa medel voro dock ej tillräckliga att ersätta den dagliga förbrukningen, hvadan det grofva artilleriets eld helt och hållet måste inställas.

Den 18:de lät Tilly, genom skrifvelser till rådet, administratorn och Falkenberg ännu en gång uppfordra staden till kapitulation. Den med dessa skrifvelser afsända trumpetaren blef på Falkenbergs föranstaltande qvarhållen i staden, medan man der öfverlade om huru Tillys uppmaningar borde besvaras, hvarom olika meningar rådde bland borgerskapet. Den 19:de om eftermiddagen församlade sig rådet, ehuru föga talrikt. En af de församlade, Otto von Guericke, fästade uppmärksamheten på den fara, hvaraf Neuwerk, en af stadens befästningar, hotades. Stadssyndikern doktor Johan Denhardt erinrade om den tilltagande krutbristen och frågade, hvad man ville göra om krudet toge slut. Detta borde rådet betänka och ej störta så många menniskor i förderfvet, o. s. v. Dessa föreställningar vunno gehör. På Denhardts förslag beslöto de närvarande, att man skulle öppna un-

derhandlingar med Tilly. Om detta af ett ringa antal rådsherrar egenmäktigt fattade beslut erhöll von Guericke uppdrag att underrätta Falkenberg samt att tillika göra honom uppmärksam på fiendens framsteg utanför Neuwerk. Falkenberg svarade skriftligen att borgmästaren ej utan hans vetskap måndc vidtaga någon åtgärd hos den fiendtliga befälhafvaren, utan följande morgon kl. 4 sammankalla rådet, på det man gemensamt måtte öfverenskomma om de ifrågavarande underhandlingarna.

Imellertid spridde sig ryktet om Gustaf Adolfs annalkande. Tilly hade vid underrättelsen om hans framryckande mot Elben återkallat sitt vid Dessauerbryggan och annorstädes der i trakten förlagda krigsfolk, hvarigenom för Gustaf Adolf vägen till Magdeburg stod öppen, om Kur-Sachsen, såsom Tilly befarade, gjorde gemensam sak med konungen. Den 19:de om eftermiddagen upphörde oförmodadt elden från de belägrandes batterier, och från staden såg man till och med, huruledes från ett af dem kanonerna bortfördes. I Magdeburg ansåg man detta såsom ett förebud till belägringshärens uppbrott och stadens snart stundande räddning. I sjelfva verket synes det oss ej osannolikt, att Tilly, vid underrättelsen om Gustaf Adolfs annalkande, varit betänkt på belägringens upphäfvande för att i en säker ställning afbida de från Italien väntade förstärkningarna; och man kan i vår tanke ej billigtvis förebrå den försigtige fältherren, om han tvekade att för ett nederlag blottställa den enda här, med hvilken man ännu kunde vänta att göra Gustaf Adolf något kraftigare motstånd, och vid hvilken derföre kejsarens och hela det katolska Tysklands alla förhoppningar voro fästade. Men å andra sidan var det ock påkostande att efter så stora ansträngningar nödgas öfvergifva belägringen af en stad, hvars besittning för båda de krigförande partierna var af en så stor och oberäknelig vigt. Ty lyckades det Gustaf Adolf att rädda densamma, så hade han i den en fast stödjepunkt för sitt vidare framträngande på andra sidan Elben; hvaremot de kejserlige, om de kommo i besittning af Magdeburg derifrån kunde vända sina vapen åt hvad sida de behagade samt hålla både Sachsen och Brandenburg i schack. Men äfven detta allt oafsedt, så måste Magdeburgs öde mägtigt inverka på de öfriga protestanternas sinnesstämning, hvilket isynnerhet under dåvarande förhållanden ej var af ringa vigt. I alla händelser var det angeläget, att ett hastigt beslut fattades, ty då Gustaf Adolf hvarje ögonblick kunde inträffa, så hade man knappast något annat val än att upphäfva belägringen, eller ock företaga en stormning, så vida staden ej snart antog den af Tilly föreslagna kapitulationen: Det

sednare synes Tilly hafva hoppats och derföre i det längsta velat afvakta stadens svar. Företoge man en stormning, som ej medförde önskad påföljd, så måste den blott tjena att öka de belägrades mod, och då tycktes, af redan anförda skäl, intet annat återstå än att upphäfva belägringen och draga sig tillbaka, såvida ej de belägrande under missgynnande omständigheter ville äfventyra ett öppet fältslag med en måhända öfverlägsen fiende. Detta förklarar tillräckligt Tillys tankar, hvadan man ej synes oss berättigad att (med Gfrörer och andra) tillskrifva honom en småaktig afund mot Pappenheim. Denne, lika oförvägen som Tilly var försigtig, yrkade i det krigsråd, som Tilly den 19:de om aftonen sammankallat, att man tidigt följande morgon borde företaga en allmän stormning. Tilly hyste härvid många betänkligheter och, såsom det synes, ej utan skäl, ty ännu hade man, oaktadt trenne dagars häftigt bombardement, ej lyckats öppna någon betydande breche på stadens murar. Icke dess mindre instämde de andra öfverstarne i Pappenheims åsigt. Likväl tvekade Tilly fortfarande och yttrade nya betänkligheter vid ett tidigt om morgonen den 20:de Maj hållet krigsråd, der meningarna voro delade, huruvida det vore rådligt att vid dagsljus börja stormningen. Dock segrade äfven nu den djerfvare åsigten.

I staden hade man under natten mellan den 19:de och 20:de iaktagit en ovanlig rörelse i det fiendtliga lägret och med anledning deraf befarat en redan då tillernad stormning. Denna farhåga skingrades med det inbrytande dagsljuset och många af borgrarne öfvergåfvo nu sina poster för att söka hvila och vederqvickelse. Många strömmade till rådhuset för att erfara utgången på den öfverläggning, som sedan klockan 4 på morgonen der egde rum rörande den med Tilly föreslagna underhandlingen. Midt under denna rådplägning, hvari äfven Falkenberg deltog, instörtade plötsligt en borgare i rådssalen, utropande, att fälten omkring staden hvimlade af ryttare och förstäderna voro fulla af krigsfolk. Falkenberg svarade lugnt: "han önskade att de kejserlige fördristade sig att storma; de skulle förvisso blifva så emottagne, att det skulle bekomma dem illa"; och med denna förklaring fortsatte han rådplägningen, utan att låta märka den ringaste oro. Tvifvelsutan ville han härigenom ingifva de närvarande mod och förebygga, att i häpenheten öfverilade beslut fattades; ty ännu alltjemnt synes han hafva hoppats att genom Gustaf Adolfs ankomst se staden räddad, och ville derföre genom de föreslagna underhandlingarna blott vinna tid och tillfredsställa dem bland borgerskapet, som påyrkade kapitulationen. Men just då man var sysselsatt att affatta

instruktioner för de sändebud, som å stadens vägnar skulle utsändas till Tilly, inlopp underrättelsen att Pappenheim stormat Neuwerk och derifrån inträngde i staden. Falkenberg samlar då i hast några hundrade man och ilar i spetsen för dem dit faran kallar. Med den största tapperhet angriper han den redan på en af stadens gator framträngande fienden, kastar honom tillbaka och jagar honom utför vallarne. Men nu skyndar det Savelliska regementet till Pappenheimarnes undsättning. Stormningen mot Neuwerk förnyas, men möter ett kraftigt motstånd. Då erfar Falkenberg, att fienden äfven på ett annat håll framtränger. Han vill skynda dit, men faller träffad af en kula. Imellertid kallar stormklockan borgrarne till vapen, men bestörtning, rådlöshet och villervalla taga allt mer och mer öfverhanden. Från alla håll anrycka nu de kejserlige, bestiga murarne och inträngа i staden. Inom kort är denna i deras händer och går nu det fasaväckande öde till mötes, som vid Magdeburgs namn fästat ett så sorgligt minne [1]). De gräsligheter som af en barbarisk fiende här föröfvades, äro tillräckligt kända och behöfva ej af oss upprepas. Deremot tro vi oss böra meddela ett par samtida vittnesbörd om Magdeburgs fall.

I sin relation från Spandau den $^{17}/_{27}$ Maj 1631 skrifver sekreteraren Grubbe: "Medan K. M. är af kurfurstarne, såsom förbemält är, uppehållen vorden, komma kunskaper in, att Magdeburg är förloradt. Berättas således vara tillgånget, att en del af borgerskapet, föregifvande marskalkens promisser om secours vara fåfänge, begynte ställa sig något vidrige, och på några dagar ingen proviant för soldaterna hafva velat tillstädja. Hvilket, när marskalken hafver velat remediera, är han af dem nära blifven ihjälslagen på torget. Imellertid hafva de bundit bref vid stenar, och kastat dem till fienden, och kungjort sitt förräderi, att de portarne öppna, och garnisonen ville hjelpa föröda. Hafva ock dertill nämnt den nästförledne [$^{10}/_{20}$ Maj]; då dessa förrädare, hafvandes om armen ett svart band, först begynte storma vallen och våre dädan jaga. Hvilket när marskalken med en god trupp folk ville förhindra och öfver en timma med dem derinne skärmytserade, hafva några af dem imellertid fått en port närmast vattnet upp, och der fienden insläppt. Hvilken straxt med rof, mord och brand staden så förödt att ock icke mer än 300 man

1) Bensen, „Das Verhängniss Magdeburgs," en bok rik på fakta, men äfven på skefva och ensidiga åsigter. Författarens hätskhet mot Gustaf Adolf bär prägeln af en fanatism, som öfverbjuder allt, hvad vi hittills sett hos de moderna tyska patrioter, hvilka sysselsatt sig med Gustaf Adolfs historia.

af desse förrädare, och till 30 hus med sjelfva dômen öfverblefne äro. Qvinnor och barn hafva njutit med soldaterne en rätt, och skall på tyranniet icke mått varit hafva. Desse behållne förrädare äro ock mycket sargade, och sitta nu fångne och måste sig ransonera. Marskalken blef straxt i retraiten från vallen dödskjuten, och är hans kropp sedan af borgrarne kastad i ett antändt hus och tillika med det förbränd. Administratorn är sargad, illa tracterad och fången. Desslikes doktor Stallman och några få officerare. De andre äro mest nederhuggna. Och ändock fienden hade lofvat en part qvarter, och brukat dem att samla byte, äro de likväl sedan mestaparten nederhuggne vordne. Detta är så Magdeburgs fatum." — I en följande relation (af d. 25 Maj g. st.) dels bekräftar, dels beriktigar Grubbe dessa uppgifter. "Sist förmälde jag om Magdeburgs jemmerliga öfvergång," skrifver han i denna berättelse. "Och äro de circumstantier mest sanne. Allenast vilja en part borgrarnes förräderi något excusera. Deribland doktor Stallman, som är sitt fängelse undkommen och väl hit till oss anländ, är den trovärdigaste. Och berätrar han att äfven den 10:de dito, då borgrarne och mesta stadsfolket var i kyrkan, hafver fienden attaquerat en borgrarnes post, hvilken antingen för gudstjenstens skull, eller af förräderi, eller af negligentia var förlåten, och således innan många visste ens deraf trängt in i staden. Då ock stadsporten straxt, antingen af förräderi eller eljest är öppnad, och alltså, och än värre tillgånget, än jag för detta gaf tillkänna. Der äro icke öfver 10 eller 12 hus i staden och så några få fiskarekåtor som äro behållne, och så sjelfva dômen. Allt det andra är i grund ruineradt, och mesta folket ihjälslaget, uppbrändt, fördrunknadt; hvilket som det är ett grufligt exempel, så bedje vi alla Gud innerligen, att Han allt vidare syndastraff mildeligen afvända ville."

Dagen efter Magdeburgs intagande skyndade Tilly att derom underrätta kejsaren genom en skrifvelse, daterad Westerhausen den 21 Maj 1631. I denna skrifvelse säger sig Tilly icke blott sjelf åtskilliga gånger enträget hafva uppmanat staden och markgrefve Kristian Wilhelm af Brandenburg att afstå från sitt förehafvande, utan äfven hafva anmodat kurfurstarne af Sachsen och Brandenburg om deras interposition. Men då allt detta blifvit utan påföljd och staden framhärdat i sin halsstarrighet, så hade man måst bruka alvar; och sedan löpgrafvarne med stor ansträngning blifvit approcherade ända till stadsmurarne, hade man i krigsrådet enhälligt beslutat att från olika håll storma staden. Den 20 Maj ("gestrigen tages") hade detta äfven

skett med framgång och obetydlig mansspillan å Tillys sida. Under den härvid uppkomna villervallan hade en eldsvåda utbrutit, som inom kort lagt större delen af staden i aska. Markgrefven Kristian Wilhelm af Brandenburg hade blifvit sårad och tillfångatagen, den svenska hofmarskalken Didrik von Falkenberg stupat, andra såväl svenska som magdeburgska öfverstar och officerare äfvensom gemene soldater och borgare dels stupat, dels blifvit tillfångatagne, och ingen undkommit [1]).

1) „Es hat zwar der Khönig auss Schweden sich aüsserist bemüchet, den Magdeburgern zu succuriren, des endts seine Armada zusammen geführt, vnd bereits biss vff ezliche Meil weegs nahe bey Magdeburg khommen, Masen Er alnoch in der Marrkh-Brandenburg mit besagten seiner Armada sich in Persohn befindet vnd zwischen Sarmundt vnd alten Brandenburg (auss welcher Stadt ich dass Keij.: Volckh hibenor gewisser Vrsachen halber abgeführt) vnd in selbiger gegent iczo Logirt; Weillen man aber vff vorg:te Stadt mit aller macht getrungen hat, ist man Jme hierunter vorkhommen, vnd der succurs zu späth gefallen.“ (Tillys nyss anf. bref i Statsark. i Wien.) Sålunda erkänner Tilly sjelf, att Gustaf Adolf gjort allt hvad i hans förmåga står till stadens räddning. Men Bensen vet bättre besked i denna sak!

# Bilagor[1]).

## I.

Kejsar Ferdinand II till konung Gustaf II Adolf, Regensburg d. $^{8}/_{18}$ Aug. 1630 (Koncept).

An den König in Schwden wegen seines vheindtlichen Einfalls in Pommern, dz Er die *Occupirte* Örtter alssbaldt wider *quittire* und sich in des Reichs Sachen nichtes ein mische, 18 Augustj 1630.

*Wir Ferdinand der Ander von Gottes* gnaden Erwälter Römischer Kayser, zue allen zeitten, Mehrer dess Reichs, in Germanien, zue Hungarn, Böheimb, Dalmatien, Croatien vnnd Sclavonien etc. König, Erzherzog zue Österreich, Herzog zue Burgund, Steyer, Kärndten, Crain vnnd Würtemberg, Graue zue Tyrol, Entpiethen dem durchlenchtigen Fürsten vnnd Herren *Gustauo* zue Schweden, der Gotten vnnd Wenden etc. König, Vnnserm Fürsten, lieben Freundt vnnd Oheimb etc. Vnnsere Freundtschafft, Lieb vnnd alles guetts, Durchleuchtiger Fürst, lieber Freundt vnd Oheimb, Vnndt füegen E. L. hiemit zuwissen, dass Wir von glaubwürdigen ortten berichtet worden, welcher gestalt dieselbe ein starckhe *Armada* Kriegs Volckhs zue Ross vnnd Fuess, diss Jahr über versamblet, vnnd dheilss derselben nunmehr, auff dess Heyl: Reichs [Jnsuln alss auch nachmahln dessen] boden, wider alles versehen, aussgesezet, sich ezlicher [*Jnsuln vnnd*] Vornehmer Plaz, Schlosser vnnd Stätt im Herzogthumb Pommern, nicht allein alberaith *de facto* bemechtiget, Sondern auch Vnss vnnd dass Reich weitter feindtlich anzugreiffen, vorhabens vnnd entschlossen sein sollen.

Wie Wir Vnnss nun, dass Wir oder dass Reich mit E. L. die ganze zeit Vnserer schwehren Kayserlichen Regirung zumahln in Vnguettem dass geringste zuthuen gehabt, derselben auch zue ainiger

1) Originalen till följande skrifvelser finnas i „*K. K. geheime Haus-Hof- und Staats-Archiv*“ i Wien. De med [ ] omslutna orden äro tillägg och ändringar gjorda vid konseptets justering. Härvid hafva vi med kursiv stil utmärkt de ord som blifvit utstrukna.

Widerwerttigkeit oder Missverstandt, viel weniger dergleichen, offentlichen *hostiliteten* Vnnsers wissens ainigen anlass gegeben hetten, keines weegs zuerinnern wissen, Also kombt Vnns gar befrembdt für, dass E. L. ezlichen wegen der Statt Stralsundt entstanndener *differenzen* [1]) halber, darauss Jhr ainige *læsion* nie erwachsen, etwo einen beederseitts beschewhrlichen krieg wider Vnns vnnd dass Reich, alberaith *de facto* angefangen, Sintemahln solches Sachen seindt, welche auff Vnnserm vnnd dess Reichs boden fürgegangen, auch dessen Recht vnnd Gerechtigkeiten *concerniren*, darin Vnnss E. L. so wenig zihl oder mass fürzuschreiben haben, alss vngern Sie sehen wolten, dass dergleichen Jrrungen, Jhro von andern im Königreich Schweden, wider fueg, geschehen vnnd widerfahren solten, zumahl Vnnsers ermessens eben solche vnnd dergleichen Jrrung, durch dess Königs zue Dennemarckh L. derentwegen wohlmeinendt fürgeschlagene vnnd guettwillig übernohmene Hochansehenliche *Interposition* vnnd guettliche Vnnderhanndlung ohne allen zweiffel, ausser dergleichen Feindtbättigkeiten vnnd Vnnöttiges Bluettvergiessen, Pillichen dingen nach, gar wohl hingelegt, vnnd genzlich verglichen werden können, Wo E. L. anderss, an Jhrem ortt sowohl, alss Wir Vnnsers theilss, in rechtem Ernst, hierzue genaigt gewest, Sie die Jhrige auch, zue obangedeutten hanndlung, in der darzue bestimpten zeitt, alss Wir gethan, abgeordtnet, vnnd nach Notturfft *instruirt* hetten.

Deme seye aber, wie Jhm wolle, So hette sich wenigist, aller Völckher recht nach, gebühren wollen, da Sie auch, Jhres ermessens, ainigen scheinlichen *prætext* oder rechtschaffene Vrsach, zu dergleichen feindtlichen Einfall vnnd offenem bruch zuhaben, vormeinet hetten, dass Sie Vnnss dieselbe vorher Pillich *denuncijren* vnnd solcher gestalt dass Reich, ohne ainigen fueg, nicht anfallen sollen, So versichern Wir E. L. hiemit allerdings, dass obangedeutte Vnnser an der Ostsee vnnd sonsten vorhandene Kriegs *præparation*, niemahln, wie noch, zue E. L. *offension* oder belaidigung angesehen, sondern dass Wir Vielmehr allen guetten Willen vnnd Nachbarschafft mit Jhro vnnd dem Königreich Schweden Jederzeit *zucontinuiren* genaigt vnnd beraith gewesen, auch da Sie Vnnss zue keinem anderm fernere Vrsach gibt, vnnd diesen vnnothwendigen Krieg einstellen werden, noch seien.

Hierumben Wir nun dieselbe hiemit in freundtschafft erinnert vnd ermahnet haben wollen, dass Sie sich in dess Reichs geschefften weitter nicht einmischen, auch Vnnss, dem heyl. Römischen Reich vnnd

1) *„oder weyen Translation des Herzogthumbs Meckhelburg oder auch sonsten,“* är öfverstruket i d. äldre konceptet af d. 13.

allen dessen gliedern, weil E. L. zumahl hierzue ainig Vrsach nio gegeben worden, vnangefochten lassen, auch derselben Kriegs Volkh, neben Quittirung der eingenohmenen Pläz, vnuerzüglich von dess heyligen Reichs [*boden*] Jnseln vnd continente wieder abführen, auch die Sehefarten vnd Commercia mit ihren schiffen nicht verhindern oder vns vnd dem Reich in seinen iuribus zu Wasser vnd zu landt nichts widerwertiges zufüegenn, vff den vnverhofften widrigen fall aber gewiss darfür halten sollen, dass da E. L. dieser Vnnsern Kay: Erklerung vnnd Zuuerlasslichen *assecuration* vngeachtet, sich vnderstehen würden, die angefangene Thättlichkeiten *zucontinuiren*, vnnd die entweder durch offentlichen Kriegsgewalt, oder Anschläg *de facto occupirte* Pläz nicht widerumb quittiren vnnd *restituiren* solten, dass Wir Vnss mit dess heyl: Röm: Reichs getreuen Chur- fürsten vnd Ständt einmuetigen hülff vnd beystandt eysseristem Vnnserm Vermögeu nach, auff derselben fürderliche *recuperation* zuegedenckhen, vnd Vnsere hohe Kay: alss auch dess heyl: Reichs *reputation*, wie nicht weniger *conseruation* vnd rettung dessen gehorsamber Stännde, Landt vnd leüthen, hierunder in acht zunehmen, auch alles weittere Vnhail abzuwenden, in allweeg werden angelegen sein lassen [1]), Worzue es dieselbe verhoffentlich nicht werden kommen lassen, Dero Wir sonsten da dises vnser Keyserliches schreiben bey ihnen raum vnd stat finden wirdt alle angenehme freundtschafft zuerweisen genaigt sein. Geben in Vnserer vnd dess heyl: Richs Statt Regenspurg den Achtzehenden *Augusti Anno* Sechzehenhundert vnd dreyssig, Vnserer Reiche dess Römischen im Eilfften, dess Hungarischen im dreyzehenden, vnd dess Boheimbischen im Vierzehenden.

Ph. Stralendorff.
mpr.

Arnoldin V: Clarstein mpr.

Dem Durchleuchtigen Fürsten, Herrn *Gustauo* zu Schweden, der Gotten vnnd Wenden König, vnnserm Fürsten, lieben Freundt vnd Oheimb.

Hieuon alssbalden Abschrifft für
herrn Gehaimen Rath G. Von Slavata

*Jussu:* D: *à* Stralendorff.

[Rättelserna synas vara gjorda med Stralendorffs egen hand.]

1) „*Wornach Sich E. L. zurichten haben*," är öfverstruket i d. äldre konc.

## II.

Gustaf II Adolf till kejsar Ferdinand II, Stralsund d. 21 Octob. (g. st.) 1630 (Original).

Serenissime, Potentissime Imperator, Consanguinee, et Amice charissime. Non sine admiratione ex literis Serenitatis Vestræ $\frac{\text{VIII}}{\text{XVIII}}$ Augusti proximè elapsi ad Nos datis, sexta vero die huius mensis in Castris Ribnitzianis, redditis, intelleximus, Eandem tantopere mirari, quod praeterita aestate cum Exercitu in Germaniam trajecerimus, adeoque omnem culpam, cum belli huius conflati, tum neglectae Clarigationis, in Nos derivare voluisse. Haud equidem ita Ser^tem^ V^ram^ rerum gestarum immemorem rebamur, ut ambigeret, quis Nostrum armis alterum prius offenderit: Magisque semper de Ser^lis^ V^rae^ aequanimitate Nobis polliciti sumus, quam ut id huic parti imputatum vellet, quod omnino ab altera parte admissum. Nulla praemissa belli denunciatione Ser^llis^ V^rae^ Campi Mareschallum, iustum magnitudine Exercitum, infestasque contra Nos Aquilas in Prussiam anno praeterito duxisse (ut longam molestamque aliarum hostilitatum, cumulatarumque Injuriarum Seriem, missam faciamus) tam omnibus notum est, quam certum, quod earundem Copiarum Imperialium satis tunc experti simus hostilem animum, ac impetum, quem nec innocentia Nostra, nec aequissima, Senatus Nostri per Ablegatum Suum, postulata sistere, sive revocare potuerunt. Vix itaque rationibus omnibus, bene, ac diligenter discussis, perspicere possumus, quo titulo huius belli causa Nobis attribui possit; vel quo Iusti colore, seu praetextu, Ser^tas^ V^ra^ belli denunciationem â se neglectam, â Nobis bellum non inferentibus, sed propulsantibus, desideret, eoque Nos nomine, Iuris Gentium violati accuset; Cum non minus Iuris Gentium esse constet, bella, quae ad vim repellendam suscipiuntur, non â Caduceatore, sed ab ipsa natura indici: Neque tamen omnem Clarigationem (quamvis in hoc casu, â parte Nostra, minime necessariam) plane omisimus, sed diligenter satis cavimus, ne quis spe pacis se deceptum, hostiliaque inopinato passum, ullo jure conqueri posset, binis literis Nostris, Imperij Romani Electoribus, nec non per Senatus Nostri Ablegatum, Ser^llis^ V^rae^ Exercituum Praefecto Generali significando, nisi hactenus ab altera parte errata, mature corrigerentur, tandem Nobis, iustissimas querimonias Nostras negligentium iniquitate, necessitatem impositum iri, alijs medijs Securitati Nostrae, dignitatique consulendi. Coeterum innuit Ser^tas^ V^ra^ Se Imperij habenas moderante, nihil ab Eadem in Nostri inju-

riam, sive invidiam profectum esse; neque apparatus Eius, terrâ, marique bellicos', eo collineasse, ut aliquod inde Nobis, Statibusque Nostris metuendum fuisset discrimen: Et demum causas omnes, inter Nos, et Ser^tem V^ram controversas, facile alijs medijs sopiri potuisse, nec tanti momenti fuisse, ut ideo protinus bellum Imperio Romano esset inferendum: Nos vero ê contra, non tam operose disquirimus, sintne hae protestationes, ipsis factis contrariae, quam rem totam Orbi terrarum dijudicandam relinquimus. Volueritne Ser^tas V^ra Nos aliqua in parte offendere, in animi Eius interiores recessus penetrare, non valentes, ignoramus quidem. Quod vero sub vmbra, et authoritate excelsi Imperatorij nominis, eoque sive Ser^te V^ra iubente, sive certe connivente, indignitates, Injuriae, hostiliaque quamplurima Nobis illata sint, hoc adeo liquet, ut fusius id conari deducere, idem foret, quod Soli lucem addere velle: Eiusque rei vel ipsam Ser^tis V^rae conscientiam, sive testem, sive judicem appellare, non veremur. Quid pariter Ser^tis V^rae apparatu bellico, Nobis polliceri debuimus, non tam Nos dicere volumus, quam Officialium, Ministrorumque Eiusdem actiones, conatus, Consilia, non modo ambigua, et suspecta, sed manifesta satis loqvuntur, quae si silent, dicat certe Pomerania, quae nullo alio nomine, quam sub belli Suecici praetextu, cum adjacentibus Provincijs, â Ser^tis V^rae copijs misere hisce annis in Nostri invidiam, vexata, exhausta, atque exinanita est. Controversias praeterea enatas, aliâ viâ, quam armis decidi potuisse, haud diffitemur, atque exoptandum foret, Ser^tem V^ram suppetias Vrbi Stralsundensi, â Nobis iustissime, nec in vllum Imperij Romani detrimentum, sed emolumentum potius latas, tam aequè aestimasse, quam Nos Ducis Holsatiae contra Nos sub ipsis Signis et Aquilis Imperialibus iniustissime exercitam hostilitatem, cum multis alijs Injurijs, animo constanti, et ad patientiam obfirmato, publicae tranquillitati, ac Christianitatis bono condonavimus: Vix enim dubitaremus, quin facili tum negocio, quicquid inter Nos et Ser^tem V^ram diffidentiae, discordiaeque obortum fuit, amicabili transactione componi potuisset: Neque Nobis deinde forsan necessitas incubuisset, ingentibus impendijs Exercitum comparandi, Signaque in Imperij Romani finibus statuendi, quo malum imminens, ne latius serperet, mature anteverteremus. Verum cum aliter Ser^ti V^rae placuerit, ac Eius Subdelegati, Legationem Nostram Lubecam, ad causam, litemque Sundensem dirimendam, potissimum missam [,] contra omnium Gentium instituta, admittere recusarint, Exercitus quoque Ser^tis V^rae tam manifestos Se Nobis hostes declarârint, omnemque adversus Nos hotsilita-

tem exercuerint; Nemo aequitatis amans, inque hac causa medius non dixerit, nos minime, sed potius Ser^tem V^ram alijs Legitimis, iustisque medijs, insuper habitis, vltima, primo loco tentasse. Etsi igitur, tot indignis modis lacessiti, omnique spe amicae compositionis fere dejecti, sine vlla injusti alicuius attentati suspicione, sive nota, magis de alijs medijs, quam aliqua vlteriori pacis licitatione deinceps solliciti esse potuimus; Nihilominus tamen, quo flagrans Nostrum communis tranquillitatis desiderium, ac studium, Orbi Christiano vniverso contestaremur, pacis et togae Consilia nequaquam deponere voluimus; sed sedula et Iugi compellatione Nostra Serenissimum Daniae Regem, praeteritâ hyeme, eo perduximus, ut in pacificationem Se interponendo, viam ad amicum tractatum inter Nostros et Ser^tis V^rae Commissarios, Gedani instituendum muniret, plenis dein, et huic tractatui, sive negocio adgrediendo sufficientibus mandatis Cancellarium Nostrum, cum reliquis Ipsi adjunctis, instruximus; et postremum, ne motus bellici pacis consilia ullo modo turbarent, expeditionem Nostram militarem, non sine temporis, rerumque iactura, diu differri passi sumus: Cuius Sollicitudinis Nostrae pro communi populorum Christianorum quiete, eum retulimus fructum, ut non modo optime Cogitata Nostra varijs artibus elusa, in cassum abierint; Verum etiam Seren^tas V^ra Nobis nunc asscribere non dubitet, quod negocium illud secundo caruerit successu; Cum tamen magis aequitati consentaneum fuisset, potius actiones Ser^tis V^rae Commissarij examinasse, qui summo studio impedivit, quo minus Mediatores Gedani subsistentes Legatos Nostros inviserent, moreque consveto, ac debito, futuri tractatus fundamenta collocarent; Convenientiusque omnino foret, secum expendere, utrum saepius praefatus hic tractatus, tam stricte Vrbi Gedanensi alligatus fuisse censeri debeat, ut loco illo ex postfacto (ob certa simultatum semina, tunc temporis inter Officiales Nostros, et Civitatem Gedanensem sparsa) Nostris reddito incommodo, atque suspecto, alibi celebrari non potuerit; sed in fraudem communis tranquillitatis, ea solummodo de causa, quod Deputati Nostri (licet praegnantes satis et vrgentes ob rationes) in condicto praecise loco comparere non potuerint, omnino fuerit abrumpendus. Quibus Singulis, et Universis aequa lance ponderatis, indicet quivis Candidus, sincerusque rerum aestimator, uter Nostrum aequiorem causam de altero conquerendi habeat, imo hoc interiori Ser^tis V^rae animo, cui Nos purgatos esse, omnino persuasum habemus, discutiendum committimus. Iam quidem Ser^tas V^ra asserit, Se amicitiam Nobiscum, Regnoque Nostro Sueciae inviolatam colere velle; modo arma Nostra cohibeamus, imo ê

manibus plane dimittamus: Verum cum res non amplius sit integra, neque periculum Statibus Nostris impendens imaginarium dici possit, sed reapse, atque in effectu Se saepius ostenderit; Cumque non verbis, sed armis, alijsque hostilibus actionibus, terra, marique laesi simus; ignoscat Ser$^{t}$ V$^{ra}$ quod eiusmodi, de Securitate Nostra, cautiones admittere non possimus, Nobisque ultra verba laesis hoc modo satisfieri nequeat, sed arma, quae necessaria, et Iusta induimus, eousque tenere Nobis decretum sit, donec vel eâ viâ Securitati, et dignitati Nostrae, satis fuerit prospectum; vel iustus metus, realeque imminens discrimen, nec non laesiones, et injuriae reales Nobis illatae, reali, ac sufficienti cautione, realique satisfactione pensentur: Cuius aequissimi, et constantis propositi ergo, quicquid Nobis contigerit, rem totam Divinae bonitati, causaeque aequitati commendantes, exspectare non recusamus. Interim vero, si Ser$^{tas}$ V$^{ra}$ existimauerit, potius Orbis Christiani navem, iamdiu bellorum decumanis fluctibus vehementer quassatam, in optatissimum almae pacis portum deducendam, quam procelloso armorum, contentionumque mari, amplius comittendum esse, eoque nomine ad tractatum vlteriorem inclinaverit; nequaquam â tam salutari ac pio proposito Nos alienos fore, animadvertet. Et quam primum Ser$^{tas}$ V$^{ra}$ eo Se adduci passa fuerit, ut Principes, et Respublicas Germaniae, respective, Adfines, Consanguineos, Amicos et Vicinos Nostros charissimos, in pristinum statum, qualis ille fuerat, antequam bellum hoc Germanicum gliscere coepit, ita restitutos videamus, ut iustâ Securitate Status Nostri imposterum frui, mutuaque amicitia et confidentia inter Regnum Nostrum, et hosce populos iterum revirescere possint: Deinde, ut cernere atque experiri liceat, insvetas classium, armorumque in hisce oris praeparationes, quae partim jure Nobis suspectae, partim nullatenus ferendae ob maris Balthici ad Nos spectantem tutelam, cessasse, Injuriarumque Nobis illatarum, nec non impendiorum, quae haud exigua, ad hanc Nostri defensionem, facere coacti sumus, condignam rationem haberi; Non citius utique haec, a parte Ser$^{tis}$ V$^{rae}$ impleta quisquam videbit, quam reipsa, et factis Nos ostendisse comperiet, eo Nos maxime inclinare, ut non minus cum Ser$^{te}$ V$^{r}$, quam reliquis Vicinis Nostris, amicitiam illibatam conservare, et mutuâ confidentiâ redintegratâ, omnique alio certamine seposito, sola benevolentiâ, nec non qnibusvis alijs officiorum generibus cum Eadem certare quam maxime cupiamus. Quo rerum statu etiam, vix occasionem daremus, ut aliquis jure conqueri posset, Nos aliena nimis curare: Sicuti enim alienis Nos immiscere, minime svevimus, ubi non alienis Nostra ita immixta, ut haec illa involvant; totoque hoc

tempore, quo bellorum incendijs flagravit Germania, donec aliorum iniquitas rem eo perduxit, ut aliena quoque ad Nos pertinerent, proprij Nostri Regni cura contenti negotijs Nos Germanicis haud implicavimus; Ita tum quoque animati reperiremur, neque res Germanicas, Nostras faciendo, Ser$^{ti}$ V$^{rae}$ ullatenus futuri essemus molesti. Utcunque vero res ceciderit, et sive bellum sive pacem Nobis Deus destinaverit, sancte protestamur, nullam Nos contra Imperium Romanum in animo fovere hostilitatem (quo cardinem rei trahere, et torquere velle Ser$^{tas}$ V$^{ra}$ videtur) tantumque abesse, ut in Eius praejudicium, quicquam tentatum velimus, quin potius amicitiam sartam, et tectam cum Eodem conservare decreverimus, quamdiu omni adversus Nos hostilitatis genere abstinuerit, neque hostibus nostris se associando, vel favendo, iustam Nobis, etsi invitis [,] talionem extorserit: Quibus omnibus, mente Nostra circa praesens negotium ingenue declaratâ, Ser$^{tem}$ V$^{ram}$ Divinae protectioni, amice commendamus. Dabantur Stralsundij, die vltimâ Octobris. Anno. MDCXXX$^{0}$.

S. V.

paratissimus Consanguineus

Gustauus Adolphus.

Serenissimo, ac Potentissimo Principi, Domino Ferdinando eius nominis Secundo, Electo Romanorum Imperatori, Germaniae, Hungariae, Bohemiae, Dalmatiae, Croatiae et Schlavoniae Regi, Archi Duci Austriae, Duci Burgundiae, Stiriae, Corinthiae, Carniolae et Wurtembergae, Comiti Habspurgi, et Tyrolis etc. Consanguineo et Amico Nostro charissimo.

---

## III.

Frågepunkter, rörande det af Kursaxen tillernade evangel. konventet (1630).

1) Ob ein ausschreiben eines Evangelischen convents anzustellen.

2) Was darbei zu *proponiren*.

3) Wann dann einer oder ander Evangelischer Standt bei vns hülffe suchen wolte, weil bei Kay: Mayt: in der guete nichts zuerhalten, wie mann aufn solchen fall die sache angreiffen wolt, damit man nicht an seinen pflicht oder denselben zuwider thäte.

4) Weil bekantt dz vnser viel geliebter H: Sohn Herttzog Augustus Ertzbischoff zu Magdeburgh durch ordentliche wahl postulirt, wie es anzugreiffen, ihn darbei zubehaupten.

5) Wenn die Catholischen stände vns gütlich Handlung vorschlügen, wie wier gnugsam versichert werden köntten.

6) Ob wir auch solche güttliche Handlung mit auss schlissung andere[r] Luterischen Stände mit guten gewissen ohne verweiss thun könten.

7) Wann thättliche gewalt gegen vns verübet werden solte, wie wir vns darwider schüttzen, vnd auff wz mass zu solchen schuttz zugelangen.

8) Weil der winter nuhmehr für der thür, vnd also wegen occupirung der winterquartier, vnser Land sich abermahls vor schädlichen durchzügen zubesorgen, wie demselben am fügligsten durchzuhelffen.

9) Im fall wann Kay: Mayt: ahn vns begehren möchten mit Hülffe ahn *munition* geldt vndt proviant bei zuspringen, wie über vorher albereit mit [ent]schuldigung wir vns ferner *excusiren* köntten.

10) Weil die gefahr noch Hin vnd wider sich noch sehr gross erweiset, auch in vnser nachbarschafft neulicher zeit ein gross feuer aufgangen, wie eine ahnsehnliche Summa volcks zu ross vnd fuess vn ser grenttze zuverwahren, wie vnd durch was mittel darzu zugelangen.

11) Vnd weil schliesslich Hierzu auch, da vnsser *defension* volck auffgefördert werden solte, geld in alle wege vonnöhten, woher solches zunehmen vnd wie, durch wz practicirliche mittel, bei zeiten disfalls eine ahnsehliche starcke Summa in vorraht geschafft werden möchte.

Die Landtschafft mitt D. Döring zuvertragen hatt der printz selbst *proponiret.*

---

## IV.

Kurfursten Maximilian af Bayern till kejsar Ferdinand II, München d. $^{4}/_{14}$ Febr. 1631 (Orig.).

Allerdurchleuchtigister Grossmechtigister Kayser, Euer Kay: Maytt: sein meine ganz vnderthenige diennst, in aller gehorsamb Jederzeith beraith zuuor, Allergenedigister lieber Herr vnd Vetter.

Obwoln Jch ausser zweifel stelle, Euer Kay: Maytt: werden sowol von dem Grafen von Tilli, alss auch von anndern orthen alberaith bericht sein, Wass gestalt dess Königs in Schweden, vnnd seiner *adhærenten*, wider Euer Maytt: vnnd dero gehorsame *assistirende* Cur-Fürsten vnnd Standt vorgehende feindtliche vnnd starckhe an vnderschidlichen orthen inner vnnd auserhalb dess Reichs angestelte krüegsberaitschafften, vnnd newe werbungen ie lenger ie mehr herfürbrechen, vnd an tag khommen, so hab Jch doch auss getrewer sorgfeltiger wolmainung nit vorbey gehn mögen, deroselben ebenmessig gehorsamist *zucommunicirn*, dass mir aniezt abermahln von vnderschidlichen orthen *auisen* zuekhommen, wie nit allein dess Khönigs in Schweden hin vnd wider in dem Reich angestelte haimbliche werbungen sehr starckh vortgehn, dass an denn Jenigen Fünff Regimentern zu Pferdt, darauf Er Patenten aussgethailt, zway beraith *complet*, die übrige vnnd sonderlich auch zway neue Regiment zu fuess guettenthailss gleichmessig aufkhommen, sonder auch in dem Ober Säxischen Craiss für die Protestierende aine starckhe neue werbung von Sechss Regimentern im werckh, vnnd sehr vil Soldaten vnnd officier in warttgelt selbiger orthen ligen: Jngleichem dass der König in Engellandt wider Euer Kay: Maytt: dem Schweden sambt anndern seinen *adhaerenten* zu behueff $\frac{m.}{15}$ Mann in seinem Königreich sonnderlich in Schottlandt werben vnnd also in beraithschafft richten lassen solle, dass man deren überfarth vnnd ankhonfft auf dess Röm: Reichs boden nunmehr teglich zubesorgen, Jnmassen dann erstgemelter König in Engellandt für solches volckh bey denn Hollendern alberaith den Pass gesuecht, vnnd sich nit allein noch darzue $\frac{m}{4}$ Pferdt werben vnd vnderhalten zulassen anerbothen, sonndern auch von Jnen denn Hollendern begert haben soll, aine anzahl Jres Krüegsvolckhs von 6000 Mann zu dem Engellandischen zustossen, vnnd also eine völlige armada zu *formirn*, Welches dann desto glaublicher, vnd in zeitliche obacht zunemmen ist, weiln nunmehr offentlich am tag, dass Graf Wilhelm zu Nassau mit ainer grossen anzahl Krüegsvolckh der Hollendischen diennsten entlassen, vnd sich in die Schwedische Krüegsdienst begeben, Wie Er dann denn einkhommenden *auisen* nach alberaith im anzug nach Früesslandt begriffen, ohne zweifel in mainung sich mit dem Engellendischen Krüegsvolckh, so baldt ess herausskhombt, zu *coniungirn*, vnnd entweder dem Schweden zuzuziechen, oder, welches vil vermuettlicher, ein sonndere *diuersion* im Reich, vnnd zwar gegen denn Bundtstendten vorzunemmen. Wie dann der Khönig in Schweden solch offentlich verlautten lassen, Er sehe gern, dass der Graf von Tilli wider ihne

angezogen, vnnd sich bey dem Kaiserischen volckh befünde, dann iez wisse Er, dass die *liga* auch sein feindt sey, vnnd wirdt man baldt etwass annders sehen, vnnd sowol Euer Maytt: [alss] [1]) der *ligae* aller orthen genueg zuschaffen geben. So wirdt auch von vnderschidlichen orthen starckh *confirmirt*, dass dess Königs in Schweden gethane *progress* in denn vornembsten Ansen, vnnd anndern Reichs Stätten, wie auch in allen übel *affectionirten* Landten, ain solches frolockhen vnnd *alteration* erweckht, dass es einem allgemainen aufstandt nunmehr gannz gleich sehe, vnnd dass sich insonderheit die Statt Bremmen, wie ich dessen glaubwirdige nachricht hab, beraith vngescheühet vernommen lasse, da ihnen Bremmern wegen *restitution* der Geistlicher Güetter weiter zuegesezt werden solte, dass Sie entschlossen, sich vnnder der Staaden in Hollandt *protection* zubegeben, dieselbige auch darzue willig vnnd genaigt sein.

Wass es nun bey solchen von vnderschidlichen orthen einlangenden *auisen* für ein hochgefehrliches weittes aussehen gewinnen thuett, dass haben Eure Maytt: selbsten leichtlich Högstvernünfftig zuermessen, vnnd halte Jch vnnoth, dieselbe mit ausfüehrlicher *remonstration* zubehelligen. Dieweiln aber Euer Maytt: von obgemeltem Grafen von Tilli sowol alss etwan von anndern dero Krüegs-Officiern alberaith genuegsamb berichtet worden, vnnd ich in meinem negsten Schreiben, derentwegen auch in etwass anregung gethan, in wass für ainen vblen beschaffenheit vnd zuestandt dero Kay: Krüegsvolckh in Pommern, der Marckh Brandenburg vnnd der enden herumb begrüffen, vnnd nit allein alle Regimenter zu Ross vnnd Fues dermassen, dass bey denn mehristen khaum der Viertte thail, bey villen auch noch weniger vbrig ist, an volckh abkhommen, sonnder auch dass, so noch verhanden, aller zum Menschlichen vnnderhalt an Klaidern, Proviant, vnnd anndern nothwendigen mitteln so weit entblösst, dass Sie dess Grafen von Tilli erachten nach, wo Euer Maytt: ihnen nit die notturfft anderwerts her verschaffen lassen, genzlich zu grundt gehn vnnd verderben müessen, Vnnd dannenhero Euer Maytt: selbst wolerachten vnnd schliessen khönnden, Dass diss Ir Krüegsvolckh bey solcher vblen bewandtnuss vnnd vorsehung weder vor sich selbst allein noch auch mit *assistenz* vnnd zuethuen der Catholischen Bundts-armada *bastant* vnnd starckh genueg sein wirdt, solchen an vnderchidlichen orthen herfürbrechenden starckhen Krüegssberaithschafften, Vnnd sonnderlich da die Gegenthailn an verschaidenen orthen angreiffen, vnnd *diuersiones* [,] deren obangedeitten *auisen*, Vnnd aussgesprengten reden nach [,] vor- und an die

1) Ett stycke af papperet är här bortskuret vid brefvets öppnande.

handt nemmen würden, der notturft nach zubegegnen, sintemahln auf solchen fahl dass Volckh nothwendig abgethailt werden müeste, vnnd mann also nirgent gewaxen genueg wehre; Alss hab Jch meiner schuldigkheit zusein ermessen, Euer Kay: Maytt: hiemit abermahln wolmainendt zuerinndern vnnd anzulangen, dass Sie doch auf schleinige vnnd erspriessliche mitel, dero Kriegsvolckh durch neue zue- oder auch anndere werbungen, wie Sie am ehisten vortkhomen, vnnd darzue gelangen khönnden, zusterckhen gedacht, vnnd Jro Vornemblich auch angelegen sein lassen wolten, die völlige richtigmachung vnnd *execution* dess Jtalianischen fridens dergestalt zubefürdern, dass man dero selbigen enden noch habendes Krüegsvolckh bey so beschaffnen gefeh[r-lichen] leüffen vnnd starckhen widerigen Krüegs *praeparationen* im Reich, ehist heraussbringen, vnnd zu verhinderung derselben ehe man darmit gar aufkhommen mecht, vnnd zu abwendtung obangezogner von verschidenen orthen anscheinenden feindtsgefahren noch in zeiten gebrauchen khundte. Demnach aber verlautt, dass auch diss Volckh ebenmessig sehr abkhommen, neben dem dass auch dessen herausszug sich noch in etwass verweylen, vnnd entzwischen der Schwed gegen Euer Maytt: Erbkhönigreich vnnd Lannden zu weit vor- vnnd einbrechen mochte, So werden Euer Maytt: meines gehorsambsten vnuorgreifflichen erachtens ohne zweifel auch selbst nit für unrathsamb befünden, Vmb dises Jres auss Jtalia erwarttenden Krüegsvolckh willen, die eylferttige sterckhung dero beraith auf dem fuess habenden Regimenter, oder auch die neue werbungen lenger [vrerzögern], Vil weniger aber gar einzustellen, sonder dieselbige vnuerzüglich vnnd zwar der vrsachen halber vornemblich in dero Erb Khönigreich vnnd Lannden an handt nemmen lassen, weiln dess feindts anschläge vornemblich darauf gerichtet, Vnnd man also die *defensions* mittel nit allein also gleich an der handt haben, sonnder auch solches neu geworbne volckh von dortten auss auf allen vnd Jeden nothfahl in bälde mit dem anndern volckh *coniungirn*, vnnd also dem feindt dessto bösser begegnen, vnnd ausser dero Erb Königreich vnnd Lannden halten khundte: Darbey hab ich auch allein diss noch wolmainent vnerinert nit lassen wollen, Da Euer Maytt: etwan heroben im Reich dergleichen neuen werbungen, wie etwan vor disem geschehen, vornemmen zulassen gedacht, dass man sobaldt mit dem volckh nit ausskhommen, solches auch so leicht vnnd eylfertig nit, wie es wol vonnethen, zu dem andern Kay: volckh stossen khondte, Jnsonderheit aber denn Stenndten einen newen vnnd zumahln solchen last aufladen würde, dass Sie mit dennen zu erhaltung Euer Maytt: beraith auf dem fuess habenden Krüegs volckh verordneten

vnentpörlichen *contributionen* weiter nicht geuolgen mechten, Darauss dan nichts anders zubefahren, alss dz sich nit allein solche neüe werbungen steckhen, sonnder zugleich auch dass auf den Painen habende Krüegsvolckh, auss mangl vnnd entgehung der vnderhaltungs mitlen, ebenmessig in dass vnaussbleibliche verderben vnnd *dissolution* gerhaten müessen; Welches Euer Kay: Maytt: hoffenlich auf alle müglichiste mitel vnnd weeg selbst genedigist verhüetten, vnnd die nothwendige neue werbungen mit solcher guetten ordnung, vnnd an solchen orthen, damit man deren bey denn vorigen werbungen zu dess Reichss vnnd dessen gehorsamen Cur-, Fürsten vnnd Stenndten eüsseristem verderben vorgeloffnen Vilfeltigen schweren vngelegenheiten überhebt bleiben, vnnd von solchem volckh ain mehrern vorthail haben khündt, an- vnnd vortstellen lassen werden. Welches Euer Kay: Maytt: Jch nach beschaffenheit obangedeitter *auisen* vnnd Jezigen geferlichen *coniuncturn* vnnd leuffen im Reich gehorsamist zuberichten vnd zuerinnern auss schuldigister trew[herzigen] wolmainenden sorgfalt nit vmbgehen khönnden vnd sollen, derosel[ben] dabey zu beharrlichen Kay: hulden vnd gnaden in vnderthenigkhait beuelchendt. Datum Münichen den 14 February Ao 1631.

E. Khay: Mt:
gehorsamister getreuester
Churfürst Vnd Vetter
Maximilian MP:ria.

Dem Allerdurchleichtigisten Grossmechtigisten Fürsten vnd Herrn, Hernn Ferdinanden dem Andern, erwöltem Röm: Kaiser, zu allen zeitten mehrern dess [Reichs], in Germanien zu Hungarn vnnd Bohaimen etc. Königen, Erzhörzogen zu Österreich, Hörzogen zu Burgundi, in ob- unnd Schlesien, Marggrafen zu Mährren, Grauen zu Tyrol vnnd Görz etc. Meinem Allergenedigisten lieben Herrn unnd Vettern.

---

## V, VI och VII.

Trenne skrifvelser från konung Gustaf II Adolf till markgrefven af Brandenburg Kristian Wilhelm, postulerad administrator af stiftet Magdeburg; daterade lägret vid Stettin, Augusti 1630.

*Copia* Handtbriefels vom König in Schweeden, an Marggr: Christian Wilhelmen zu Brandenburg, abgangen.

14 Aug: Ao. 1630.

N. B.

Dass *Original* ist bey der Kay: Hof Kriegs Canzley Registratur zufinden, dannenhero Sy mir Communicirt worden. [Synes vara skrifvet med G. Dietterlins hand.]

Hochgebohrner Fürst, freundtlicher lieber Schwager, Jch habe E. Ld: glückhliche Ankunfft zu Magdeburg mit frewden erfahren, Wünsche E. Ld: darzue von dem Allmächtigen glückh vnnd Seegen, Vnnd wie E: L: die sachen wohl vnd glückhlich angefangen haben, also gebe Gott dass E: Ld: Sie frölich zu guetem Endte bringen mögen, Gott zu Ehren vnd der wahren Christenheit zu fromen, Demnach lieber Schwager versichern sich E: L: dass Jch innerhalb kurzem deroselben *zuassistirn* kommen soll, Vnnd mit der hilff Gottes dem feinde guten widerstandt vnd E. L. trewen beistandt laisten; werde auch in kurzem einen der meinigen an E: L: schickhen, von allem mit E: L: abrede zunehmen, E: L: sein nur getröst vnd beständig in hoffnung zu Gott, der wirdt alles machen vnd schickhen wie es nüzlich vnnd seelig ist, Dem thue Jch E: L: trewlich empfehlen, Schliessendt versichere Jch E: L: dass Jch bin vnd bleibe

Jm Lager bey Stettin
den 14 *Augustj*
Ao. 1630.

E: L: getrewer Schwager
vnnd Vetter
Gustauus Adolphus.

*Collationirt* nach dem rechten wahren Original vnd demselben in allem gleichlautend befunden worden, Vrkundt mein handtschrifft, *Actum* Wienn den 27 *Junij*, Ao. 1631.

Geörg Dietterlin Reichs-
HofCanzley Registrator mpr.

---

Gustaff Adolff von Gottes gnaden, der Schweden, Gothen und Wenden König, Grossfürst in Finland, Herzog zue Ehesten vnd Carelen, Herr vber Ingermanlandt.

Vnsern freundlichen gruss, vnd wass wir mehr liebes vnd guts Vermügen allestets beuor, Hochgeborner Fürst freundlicher lieber Oheimb, Schwager vnd Sohn, Mit wass Jnniglichen freuden wir E: Ld: heroische *resolution* verstanden, ist dem Jenigen bekandt, welcher E: Ld: die gnad verliechen, dass sie selbige so weit ins werck stellen mögen. Vnd wie solches zweiffels ohn der Stein, welcher, ohne Menschen hände allein von Gott herab gerissen, das vngeheure bild, dess *Affectirten Dominats*, in Teutschlandt zuemalmeln [1]) solle, Alss *gratuliren*

1) zermalmen?

wir E: Ld: dass sie vor allen andern Prinzen die Ehr gehabt, solches zue *tentiren*, Vnser theils wollen wir für ein glück halten, wann wir E. Ld. *Secundiren* werden können, haben auch also fort vns bemühet E: Ld. mit einer Summa geldes per Wechsell zue *Assistiren*, bey den hiesigen kauffleuten aber in der eil hierzu keine mittel finden können. Wollen Jedoch vngeseumbt, solches *per* Hamburg ersetzen, vnd E: Ld: in der thad weisen, dass wir dero *intentionen* nit allein hoch *aestimirt*, sondern auch mit vnserm eussersten vermügen *Secundirt* haben. Darzue sich dan E: Ld: getröstlich zuuorlassen, vnd vnsern *realen* entsaz mit ersten zuuerwarten. Wolten wir E: Ld: in eil nit Pergen, vnd befehlen derselben [1]) hiermit, zur glücklichen aussführung des Angefangenen hohen wercks, der *direction* Gottes. Datum in Vnserm Veldlager bey Alten Stettin, den 16 *Augusti Anno* 1630:

E L getrewer vetter vnd swager
Gustauus Adolphus mpr.

Dem Hochwürdigen, Hochgebornen Fürsten, Vnserm freundtl. lieben Oheimb, Schwager vnd Sohn etc. Herrn *Christian Wilhelm*, *postulierten Administratorn* des Primats, Vnndt Erz Stifts Magdeburg, *Coadjutorn* des Stifts Halberstadt, Marggrafen zu Brandenburg, inn Preussen, zu Stettin, Pommern, der Cassuben, vnndt Wenden Herzogen, auch in Schlesien zu Crossen, vnndt Jägerndorff etc. Burggrafen zu Nürnberg, vnndt Fürsten zu Rügen.
Praes: Magdeburgh,
den 23 Aug: Ao. 1630.

---

Gustaf Adolp von Gottes gnaden der Schweden, Gothen vnd Wenden König, Grossfürst in Finland, Herzogh zu Ehesten vnd Carelen; Herr ober Jngermanlandt etc.

Vnsern freuntlichen gruss, vnd wass Wir der nahen anuorwantnuss nach mehr liebes vnd guthes vermugen zuuor, Hochwürdiger Hochgeborner Fürst, freundtlicher lieber Schwager vnd Son, Wir verstehen auss Vnsers naher Hamburgh abgeordtneten *Secretarij status*, *Johannis Salvij*, schreiben, dass E: Ld: Jhren treu *affectionirten* Vnderthanen etwass näherss zusein, sich naher Magdeburgh begeben, Wollen verhoffen, Sie daselbsten albereit glücklich angelangt sein, Vnd die Statt also gefunden haben werde, wie Jhr vertrawen zu derselben Iederzeit gestanden, vnd Wir Vnss von Ihrer tapfferen *resolution*, vnd bekandten standhafftigkeit *promittiret*.

1) dieselbe?

Weiln dan E: Ld: numehr einen festen Fuss, Ihre biessher gefürte hochvornünfftige gedancken, vnd gemeinnüzige *Consilia* inss werck zusezen, vnd den anfang zu machen, so wohl sich selbsten bey Fürstlicher hoheit, alss Ihre Land vnd Leute bey alter freyheit zuerhalten, vnd welchess einen Teutschen Prinzen noch mehrers anstendig, sein numehr fast vnderdrucktes Vaterland, zu seinem vnd seines hauses vnsterblichen ruhm, auss dem Ioch der angetraw[ten] *seruitut* zureissen, Zweifeln Wir nit E: Ld: Ihrem hohen eifer vnd frewdigkeit nach, So Sie hierzu alzeit Spüren lassen, die gelegenheit wohl *menagiren*, vnd hindangesezt der anscheinenden *difficulteten*, vnd anderer Ihren aufstuzigen verleitungen, tapfer vorthrücken werde, Vnsers theills wünschen Wir nit mehrers, alss dass Wir zur *Communion* dieses glückes kommen, Vnd E: Ld: zu durchtringung Ihres *intents*, an die hand gehen, vnd die offtmalss begehrte mittel anschaffen konten, Weiln Wir aber noch der zeit, bey Vnsern Obliegenden starcken Kriegs *specen* schwerlich nach wunsch darzu gelangen, vnd fast wenig andere mittel, E: Ld: zu wilfahren, schen können, Alss dass E: Ld: wie Wir deroselben vor diesem vorgeschlagenn, eine Summa gelts aufzubringen sich bemühet, Wir Vnss zu selbstschuldiger Burgschafft darstelten, vnd die *Creditores* zu gewissen *terminen Contentirten*, So haben Wir solchess E: Ld: hochvernunfftiger bearbeitung, nochmaln nothwendig anheimb stellen müssen, Darmit aber dass werck nit *in limine* strax stecken bleibe, haben Wir bey Vnserm Residenten in Hamburgh, die gewisse anordnung gethan, E: Ld: immittelst den rest von den zwölff Tausent Reichsthll. vnuerzuglichen zu übermachen, Vnd alss Wir auss E: Ld: Vnss eröffneten reifsinnigen *Consilijs*, leichtlich ersehen, wie hoch vnd viel daran gelegen, dass in der eil, vnd ehe vnd zuuor der feind sich verstercke, welches Jedoch bey gegenwertiger Teutschlandes beschaffenheit, da dass *meditullium Imperij* von Soldaten entblost, der rest in *Italia*, Elsass, vnd alhier *occupirt*, Tilli *distrahirt*, vndt wass dass meiste, die schwindtsuchtige *Contributions* mittel, numehr fast gahr geschwunden, schwer zugehen solte, die *Armée* gerichtet, Vnd E: Ld: Jhrem begehren nach ein hoher *officirer*, welcher dass Werck treiben, vnd E: Ld: mit Raht vnd That *assistiren* könne, zugeschicket werde, Wollen Wir, darmit an Vnss nichtes ermangle, vnd gemeiner wolfart in zeiten *succuriret*, zumaln aber E: Ld: ein wahres *Document*, Vnser vngeferbten freuntschafft gegeben werde, E: Ld: erstes tages ein wohlqualificirter *discreten Caullier*, deroselben begehrter massen zu *assistiren*, beinebenss einem redlichen

Man, welcher mit wexelln auf Sechs Tausent Man versehen, vnd auf der *Soldatesca* vnderhalt acht haben solle, zuzuschicken, Damit Wir auch dess *fundaments*, bey der Statt Magdeburgh, so viel mehrers versichert, haben Wir Vnserm in Hamburgh wesenden abgeordneten, *Johanni Salvio*, anbefohlen, bey derselben *praeparatoria* hierzu zu machen, vnd sich Jhrer entlichen *resolution* zuerkundigen, Zweifeln nit E: Ld: so wohl gedachten Vnsern abgeordneten die gnädige hand bieten, Alss hinwiederumb bey Jhme guth *Contentement* finden werden, Wass Wir auch sonsten zu vermehrung E: Ld: *reputation*, vnd gedeilichen aufnehmens, Jrgenderley weiss werden thun können, darzu sein Wir Jederzeit willig geflissen, Jmmittelst thun E: Ld: ganz vernunfftig, dass Sie Cur Sachsen zu gewinnen sich bemühen, vnd kan nit schaden, dass E: Ld: Jhren wiederwertigen ein Nasen zu Dreyen, *Simuliren*, alss wan Sie ernstlich Perdon suchten, da nun die Kayserl: vnder solchem anlass, Jhrem gebrauch nach, sich nit einschleichen, vnd bey E: Ld: diess *arcanum* ausszugrublen vnderstehen mochten, Sonsten wen E: Ld: auff der Morizburgh oder Dömiz einen anschlag *effectuiren*, ehe der feind sich *praeparirt*, werde solches im anfang ein mechten *pondus* geben.

Wie Wir aber diessfalss Vnss E: Ld: *vigilanz* getrosten, Alss versichern Wir dieselbe hingegen, dass Vnserseits an nichtes, wass zu gehembder schleuniger vortstellung dieses hochwichtigen wercks Jmmer dienlich, ermangeln werde, Vnd empfehlen E: Ld: hierüber zu glücklichen *Succes* dero vornehmen der huldreichen *protection* Gottes. Auss Vnserm Veldlager bey Altem Stettin den *Augusti Anno* 1630.

E L getrewer vetter
vnd swager
Gustauus Adolphus mpr.

Dem Hochwürdigen Hochgebornen Fürsten vnserm freundtlichen lieben Oheimb, Schwager vnd Sohn, Herrn Christian Wylhelm *Postulierten Administratorn* dess *Primat* vnd Ertz Stifft Magdeburg, *Coadjutoren* dess Stiffts Halberstatt, Marggrafen zu Brandenburg, in Preussen zu Stettin, Pommern, der Cassuben vnd Wenden, auch in Schlesien zu Crossen vnd Jägerndorff Herzogen, Burggrafen zu Nürnberg vnd Fürsten zu Rügen.

*Praesent: Magdeb:* 22 *Septemb: Anno* 1630 [1]).

1) I bredden på frånsidan är med blyerts anteeknadt — påtagligen i sednare tid — „vor den 14“ (Aug. 1630); men att detta bref är af sednare dato än det ofvananförda af d. 14 Aug., synes af innehållet och vinner äfven stöd deraf, att det är presenteradt sednare.

## VIII.

Sekreteraren J. A. Salvius till markgrefve Kristian Wilhelm af Brandenburg, Hamburg d. $^{12}/_{22}$ Sept. 1630 (Orig.).

Hochwürdigster Durchleuchtigster Hochgebhorner Fürst, gnädigster Herr,

E. Fürstl: Durchl: seind meine vndterthänige Dienste Jederzeidt vnndt stets gehorsamb, willig vnndt bereit, Weil Jch lebe.

Gnädigster Fürst vnndt Herr, Wie Godt allein ist, der die Wahre Evangelische Kirche *fundiret* vnndt sie nimmer mehr vnndtergehen lässet, Also ist Godt allein, der Wunder Männer erwecket, so solche Ritterlich *tuiren* sollen. Godt hat Jhre Königl: M:tt zu Schwedenn erwecket, dass sie ins Teutschlandt gegangenn, die bedrückte Evangelische *religion* vnndt Teudsche *libertät* zu erretten. Godt hat E. F. Durchl: durch viele wiederwertigkeiten endtlich dahin auffgehollffen, vmb E. F. Durchl: Landt vnndt Leuthe bey derselbenn *religion* vnndt freiheit zu *maintinieren.* Godt hat denn Vnndterthanen dass Hertz vnndt muth gegeben, dass sie E. F. Durchl: vnndterthänigst zugefallen, Godt wirdt auch endtlich dass Christliche vnndt *Heroische* Vorhabenn dermassen segnen, das nit allein Herr vnndt Vnndterthan, sondern auch alle benachparte anvorwandten trost vnndt frewde dahero empfinden werden, E. F. Durchl: wollenn sich derowegenn gewisslich vorsichern, da einige schwierigkeiten im anfang fürstossen solten (wie aller grosser dingen anfangh schwer ist) dass Godt vnndt die *interessierte* solche mit Gödtlicher Allmacht wohll abhellffenn werden. Die mittell seind schon für der thüer, vnndt werden alle tage mehr nachfollgen, wie Jch solches H: Stahlman in geheimen schrifften mit mehrem entdecket. Pitte allein vndterthänigst, dass E. F. Durchl: woltenn sich nicht verlangen lassen, sondern inmittellst die Stadt so viell mueglich *proviantieren*, die Bürgerschafft bey gueter *devotion* erhaltenn, die Werbungenn mit aller macht fortsetzen, Vnndt sich Versichern dass J. Königl: M:tt werdenn sie nicht verlassen, sondern mit dem förderlichsten *roijal assistence* leistenn. Welchess Jch vorann zu *advertieren* auff Meines gnädigsten Königss befelch nicht habe vndterlassenn sollenn, Vnndt thue E. Fürstl: Durchl: hiemit vndter dem schutz des Allerhöchstenn zu allergedeilichen wholfarth gantz vnndterthänigst empfehlen. Aus Hamburg vom $^{12}/_{22}$ *Septemb: Anno* 1630.

E. F. Durchl:

Vnderthänigster trewer
Diener
Weil Jch lebe
J. Salvius mpr.

Dem Hochwürdigsten, Durchleuchtigstenn vndt Hochgebhornen Fürsten vnndt Herrn, Herrn Christian Wilhelm Postuliertenn *Administratorn* der Ertz vnndt Stiffter Magdeburgh, vnndt Halberstadt, Marggraffen zue Brandenburgh, in Preussen Hertzogenn etc. Meinem gnädigstenn Fürstenn vnndt Herrn.

---

## IX.

Konung Gustaf II Adolf till markgrefve Kristian Wilheln af Brandenburg, Stralsund d. 16 Sept. (g. st.) 1630 (Orig.).

Gustaff Adolph von Gottes gnaden, der Schweden, Gothen vnd Wenden König, Grossfürst in Finland, Herzog zu Ehesten vnd Carelen, Herr vber Jngermanlandt etc.

Vnsern freundtlichen gruss, vnd wass wir der anverwandtnuss nach mehr liebs vnd gueths vermögen, allstehts zuuor, Hochwürdigster Hochgeborner Fürst, freundtlicher lieber Herr Vetter, Schwager vnd Sohn etc. E. Ld. Schreiben vnterm *Dato* den 28:ten *Augusti* Jüngsthin, ist vnns den 11:ten *hujus* von zeigern alhie wol eingelifert. Nun wollen Wir zu dem lieben Gott verhoffen, dass, wofern die Jenige Persohn, welche Wir an E. Ld. vnd die gute Statt Magdeburgh mit allerhand *instructionen*, auch ansehenlichen gelthmitteln vorlängst abgeordnet, bey Jhro noch nicht angelangt, es doch durch Göttliche Verleihung eheistes tags geschehen, da den ohnzweifenlich E. Ld. in einem vnd anderem behueffiger *particulier*bericht mehr geschehen wirdt. Wass vnss wider Vnsern Herzbegirigen willen von dem Versprochenen *secours* bissanhero abgehalten, dass haben Wir an den Rath der Statt Magdenburgkh auss leicht ermässenden Vrsachen *specialius* gelangen lassen, freundtlich bittende, E. Ld. wollen sich solch Schreiben so furt *communiciren* lassen, vnd Sie, wo rähtig, vnsers E. Ld. mehr- vnd wohlbekandten gegen die gemeine nothleidende Evangelische Sache tragenden vffrechten getreuen herzens, vnd Mensch-müglichen fleisses versicheren. E. Ld. belangendt, müssen Wir Jhro nebenst allen redlichen *Cavalliern* hochen vnd nidern Standts rühmblichen nachsagen, dass Sie Jhre Persohn nicht alleine tapfer *hazardirt*, besonderen auch Jhre gemeinnüzige *Actiones* mit solcher *prudentz* begleitet, dass Wir, so wohl alss die gesambte Evangelische Parthey, sambt bederseits *posteritet* E. Ld. dafür allen würckhlichen danckh, davon Sie Vnsers

theils im geringsten nicht zuzweiflen, zu ewigen zeiten schuldig sein; Jezo seind Wir gleichsamb in *procinctu*, zum fahln Wind vnd Wetter *secundum* [1]) will, den Feundt ansehenlich zu *divertirn*, vnd keine mühe zuersparen, wie wir einen Vesten *sedem belli* an der Elbe fürdersambst *formiren* vnd einrichten, also *per obliquum* wass vnss *per directum ex causis novis emergentibus* vnmüglich gefallen, durch die hilffliche hand Gottes, *effectuiren* möchten, allermassen vnss dann kein ding, alss die wahre müglicheit [2]) von solchem *Dessein* abführen soll. Wann vnss nun E. Ld. hoeher *valor* an Verstande, gemühte vnd *Courage*, die viel lieber für Gottes Ehre, *gloriose* zusterben, alss mit *disreputation* zuleben begehrt, gnuegsamb wissendt: So haben wir vnnöhtig erachtet, deroselben hierunter vil zuezusprechen. Verlassen vnss demnach zu E. Ld. gänzlichen, Sie werden in Jrem grossmächtigen Christlichen Vorhaben, wie einem rechten helde gepührt, vnwanckhelbar Loblich *continuiren*, vnd vnss getrauen, dass wir an vnserer Königlichen *Parola* mitt Gott nichts *manquiren* Lassen werden. E. Ld. damit dem allgewaltigen schuz Gottes getreulich empfehlend, *Datum* Strahlsundt den 16 *Septembris Ao.* 1630.

E. L.

getrewer Swager

Gustauus Adolphus mpr.

Dem Hochwürdigsten, Hochgebornen Fürsten, vnserem freundtlichen lieben Vettern Schwagern vnd Sohn Christian Wilhälmen *postulirten Administratorn* dess Priuat [3]) vnd Erz Stifftes Magdeburgk, *Coadiutorn* dess Stifftes Halberstatt, Marg Graffen zu Brandenburg, in Preissen, zu Stettin, Pommern, der Cassuben vnd Wenden, auch in Schlessien zu Crossen vnd Jegerndorff Herzogen, Burg Graffen zu Nürenberg, Fürsten zu Rügen etc.

*Praes:* Magdeb: den 9 8bris
Ao. 1630.

1) secundirn?
2) vnmüglichkeit?
3) *Primat.*

## X.

Konung Gustaf II Adolf till borgmästare och råd i staden Magdeburg, Frankfurt an der Oder d. 4 April (g. st.) 1631 (Afskr.).

„*Copia* Königlicher Maytt: in Schweden Schreibens ahn E. E. Rath der Statt Magdeburgk, *De Dato* in dem *Quartier* bey Frangkfurdt, den 4 *Aprilis Anno* 1631."

Gustaf Adolph von Gottes gnaden, der Schweden [Gothen] vnndt Wenden König, Grossfürst in Findtlandt, Herzogen zu Ehesten vndt Carelen, Herr über Inger[man]landt.

Vnsere Gnaden vndt geneigten willen zuvohr, Ehrenveste, Fürsichtige, auch Ehrsame besonders liebe,

Wier haben Euch neulichen in *Duplical* geschrieben, wass massen wier Eueren entsaz zu *maturiren*, vnss mitt vnser *Armée* naher Frangkfurt zuebegeben entschlossen wehren, in hoffnung den feindt zuer *battallie* zubringen, Vndt also nach selbiger, so Gott wolle, glücklichen erhaltung, den versprochnen *succurs* durchzubringen, haben darauff solchen mit der hülff Gottes nachgesezet, Vndt den feindt den 2. diess in der Mauern daselbst mit der grossen macht der *Jnfanterie* ahngetroffen, die Statt gestriegen Abendts ohne *breche* mit aller macht ahngefallen, vndt mit stürmender handt erobert.

Alls wier dann nuhn hierdurch eine solche *victorj* bekommen, welche einer hauppt *battalie* zugleichen, in deme nicht allein 7 Regimenter zu Fuss, mit verlust 18 Fehndell, so noch wissendt, vndt einer zu Pferde *ruiniret*, dess Feindes Feldt *Artolloria* vndt *General Magasin* mit viehlen hundert Tonnen Pulver erobert, Sondern auch die vohrnehmsten heupter der Keyserl: *Armea* geblieben, Schaumburgk, Herberstein, vndt Obriste Leutenant Behm thoot, Sparr, Waldt [?] vndt andere *officirer* gefangen, theilss ersoffen, vndt der Veldtmarschalch Tieffenbach selbsten gemüsset wirdt, haben wier nuhn so viehl weniger hinderung, die in *consternation* naher Schlesien geflüchte *Armée* zueverfolgen, die Stat Landsbergk zue *attaqviren*, Vndt also entwehder dem Keyser von allen seinen Mitteln der Orten zubringen, oder Tylli von euch abzuziehen, So wollen wier vnss getrösten, Jhr werdet euch mit vnss über solcher grossen *victorj* nicht allein herzlich erfreuen, Sondern auch zuegeben, dass wier dieselbe euch vndt gemeiner Wohlfahrt zuem besten vervolgen, vndt so viehl zeit gönnen, Aller massen Wier mit der hülff Gottes alles zu Euerer endtlichen *eliberation* richten, vndt auch die frucht desselben in ganz kurzem vehrzustellen [1]) Verhoffen, Euch immittelst mit beharlichen Gnaden wohl

1) vortzustellen?

beygethan vndt gewogen verbleibende, *Datum* in Vnserm *Quartier* bey Frankfurt den 4 *Aprilis Anno* 1631.

Gustauus Adolphus.

Denen Ehrenvesten, Fürsichtigen, auch Ehrsahmen, vnsern besonders lieben Bürgermeister vndt Rath der Stat Magdeburgk.

# Undersökning,

## om den af Professor Nilsson antagna dubbla klofällningen hos Riporna i verkligheten förekommer.

af

E. J. Bonsdorff.

---

Professor *Nilsson* har i 3:dje upplagan af sin Skandinaviska Fogel-Fauna anmärkt, att Riporna 2 gånger om året byta om klor, ett förhållande, som icke förekommer hos andra foglar eller däggdjur. Det teleologiska betraktelsesätt, från hvilket Professor N. utgår, kan väl icke anses såsom, ur vetenskaplig synpunkt, bevisande ett sådant faktum, som berörde klofällning vore i sig sjelf. Tvärtom är ett sådant betraktelsesätt egnadt, att hos "den tänkande och uppmärksamme naturforskaren" [1]), uppväcka sträfvande att enligt gällande naturlagar utreda orsaken till klornas olikhet hos Riporna om sommaren och vintern. Professor *Nilsson* anmärker l. c., att Riporna "om vintern, då skare (isskorpa) bildat sig på snön, gräfva genom denna för att komma åt sina födoämnen, och för detta ändamål behöfva spadlika, långa, breda, undertill urgröpta och derigenom skarpkantade klor, hvilka fällas fram på sommaren, då sommarklorna anläggas, hvilka åter fällas på hösten i slutet af Augusti eller början af September, hvarefter vinterklorna, som både till färg och ändamål äro mycket olika sommarklorna, utväxa." Då *Nilsson* anser denna klofällning såsom faktiskt bevisad, skulle man väl hafva billig anledning att förmoda, det ett sådant påstående skulle hvila på en i naturen gjord observation, men en närmare utredning häraf söker man förgäfves i den berömde författarens ofvan åberopade arbete, hvilken ingalunda skulle hafva uteblifvit, om han verkligen i naturen skulle hafva observerat denna un-

1) Nilsson l. c.

derbara klofällning; ty då en sådan klofällning, enligt hvad hitintills är bekant, skulle ibland foglarna endast förekomma undantagsvis hos Riporna, måste den i sanning benämnas *underbar*. Men låtom oss i det följande underkasta denna fråga en närmare granskning, ur fysiologisk och icke ur teleologisk synpunkt.

Att Dalripan om sommaren *oftast* är försedd med korta och trubbiga klor, om vintern deremot *alltid*, åtminstone här i norden, der marken under denna tid af året är betäckt af snö, är utrustad med långa, breda, undertill fördjupade och skarpkantade samt spetsiga klor, är ett allmänt erkändt förhållande. Klor, hofvar, klöfvar, fjädrar, hår, öfverhud (*epidermis*) m. m. höra, såsom väl bekant, till hornväfnaden, hvilken utmärker sig genom välkända anatomiska och fysiologiska karakterer. Alla dessa väfnader utvecklas ur celler, ehuru cellformationen i flere af dessa väfnader, i deras fullt utbildade tillstånd, blir mer eller mindre otydlig, tillfölje af en metamorfos af cellerne, hvilken beror af fysiska och kemiska förändringar af deras form och sammansättning. Men om ock cellformationen, vid mikroskopisk undersökning af någon af dessa väfnader, icke tydligt framträder, kan denna framkallas genom användande af vissa kemiska reagensmedel, såsom kaustikt natron, svafvelsyra m. m., hvarigenom cellformationen i dessa väfnader blifver satt utom allt tvifvel. Alla de delar, som höra till hornväfnaden, kunna ur en viss synpunkt, indelas i sådana, hvilka periodiskt falla bort, och sådana, der detta icke är fallet. Till den förra klassen höra epidermis, hår hos däggdjur och menniskan i en viss ålder, fjädrar hos foglar m. m., till den sednare naglar, klor, hofvar, klöfvar, horn hos hornboskapen m. m. Öfverallt, der dessa hornbildningar förekomma, äro de sammansatta af två lager, det *yttre*, som utgör det egentliga *hornlagret*, hvarest cellerna genom metamorfos mer eller mindre uppoffrat sin cellform, och det *inre* eller *cell-lagret* (*stratum Malpighii*), hvarest en sådan metamorfos ännu icke inträdt. Det förra eller hornlagret utvecklas ur cell-lagret, som genom exsudation ur de ytliga kapillarkärlen i den närbelägna delen af huden (*corium*) erhåller nytt material till cellernas förökande i cell-lagret. Såsom bekant, äger hos menniskan en affjällning af de yttersta epidermislagren rum, utan att denna process är bunden vid någon viss period. Förlusten af epidermis genom denna affjällning ersättes genom transformation af de närmast hornlagret belägna cellerna i cell-lagret. Denna process fortgår oafbrutet, genom mekaniska inflytelser; de yttre lagren af öfverhuden aflägsnas, dervid i samma förhållande de i cellagret ytligast belägna cellerna transfor-

meras till epidermis-fjäll eller celler. Hos menniskan förekommer denna process icke bunden vid vissa perioder, icke heller liktidigt å hela kroppsytan, utan å mer eller mindre inskränkta delar af huden, då deremot en sådan periodisk affjällning af hela hornbetäckningen å kroppen förekommer hos åtskilliga djur, bland hvilka jag såsom exempel blott vill anföra skalfällningen hos kräftorna, och hudfällningen hos ormarne, hvilka äro för hvar och en väl bekanta, så att jag icke närmare behöfver vidröra tillgången härvid.

Beträffande håret hos menniskan och däggdjuren, faller äfven detta under vissa förhållanden periodiskt bort, och ersättes genom nya framskjutande hår i stället för dem som affallit. Hårskaftet sänker sig med sin rot i huden och utvidgas i nedra ändan till den såkallade *hårlöken*, hvilken kan betraktas såsom en instjelpning af cell-lagret i öfverhuden, och i hvars nedersta ända inskjuter den såkallade *hårpapillen*, hvilken, såsom en vårtartad förlängning af den längs hårroten instjelpta läderhuden (*corium*), under nedersta delen af hårlöken (*bulbus pili*) skjuter in i en fördjupning af denna. Hårlöken omgifver sålunda hårpupillen såsom en hatt. Hårets första utveckling sker genom en flaskformig instjelpning af öfverhuds-cellerna i cell-lagret i läderhuden, dervid de samma omgifvas af en strukturlös membran, som utgör begränsningen af den flaskformiga fördjupningen i läderhuden. Denna tilltager i omfång och är fylld med celler, likartade med dem, som förekomma i öfverhudens cell-lager, dervid likväl cellerna äro mest hopade i bottnen af anmärkta flaskformiga fördjupning i läderhuden. Dessa i bottnen belägna celler begynna först att utvecklas till aflånga celler, af hvilka de, som ligga närmast den strukturlösa membranen i bottnen af den flaskformiga fördjupningen, transformeras till fibrer, som utgöra det första grundlaget till den sig nu utvecklande hårpapillen. Vid denna period af hårets utveckling hafva kapillarkärl bildats af celler i omkretsen af hårlöken och papillen, hvilka genom en vanlig endosmotisk process afgifva material till den vidare utvecklingen och förökningen af cellerna i hårlöken och omkring hårpapillen. Härigenom tilltaga cellerna i storlek och ökas till antal, samt framskjuta från bottnen af den flaskformiga fördjupningen, för att, under den vidare utvecklingen, med hvarandra förenas och transformeras till hårrot, som, under oafbruten utveckling och transformation af celler, fortgår till dess det nybildade håret skjuter fram genom huden, och växer vidare till en viss längd, så länge detsamma står i oafbrutet sammanhang med cellerna i hårlöken och papillen. Af denna utvecklingsprocess finner man, att hårlöken och papillen äro hvardera genom sina

celler, som erhålla material från de närgränsande kapillar-kärlen, ett nödvändigt vilkor för hårets tillväxt och lif, som gifver sig tillkänna genom materie-omsättning i dess väfnad. Atrofieras dessa delar af en eller annan orsak, genom brist på material från blodet, upphör äfven hårets utveckling och materie-omsättningen i detsamma, håret med andra ord vissnar bort och affaller från huden, på samma sätt som den vid tillräcklig tillgång på vatten och andra ämnen grönskande och frodiga växten på marken vidare tillväxer och utvecklas, men, då stark torka inträder, så att det nödiga materialet för materie-omsättningen i densamma saknas, vissnar bort, faller ned mot jorden och slutligen förmultnar. Ett sådant hårets affallande äger, såsom väl bekant, normalt rum hos däggdjur vid öfvergången från olika årstider. Tillgången härvid är följande.

Enligt oföränderliga lagar utvecklas de i bottnen af hårlöken, och den tillhörande så kallade yttre rotskidan (*vagina pili externa*), som utgör en oafbruten fortsättning af öfverhudens cell-lager, förekommande cellerna raskare och metamorfoseras så, att de bilda förlängningar, hvilka likasom upplyfta det förut färdigbildade håret från roten, så att det skiljes från sitt sammanhang med papillen. Det gamla håret, som sålunda icke erhåller material för sin tillväxt, vissnar härigenom bort. En ny hårlök bildas omkring papillen genom transformation af dessa ofvananmärkta cellförlängningar, och ur denna bildas på vanligt sätt ett nytt hår, som skjuter mer och mer mot den yttre huden, dervid det gamla vissnade håret med sin hårlök mekaniskt skjutes uppåt, under det det nya håret oafbrutet tillväxer och omsider med sin spets bryter genom den yttre huden. Det gamla håret med sin lök sitter, i detta stadium af utvecklingen, ganska löst vid den yttre huden och faller, beröfvadt allt tillskott af nytt material för materie-omsättningen i detsamma, slutligen bort. Ruggningen hos foglarne motsvarar hårfällningen hos däggdjuren och inträder på ett med hårfällningen fullkomligt analogt sätt, genom bildning af en ny fjäderlök i bottnen af den flaskformiga fördjupningen i huden omkring papillen. Papillen växer till, cellerna omkring denna öfvergå till hornväfnad genom en kemisk metamorfos, en del af cellerna bildas till kapillarkärl, som förlöpa i bottnen af papillen och äfven inträngа i densamma, afgifvande material för den nya pennans bildning och utveckling, dervid papillen tillika växer och intränger i den nybildade pennan, som härigenom, med stundom förvånande hastighet, utvecklas och skjuter uppåt emot den yttre huden. Mekaniskt skjuter densamma den gamla fjädern uppåt, denna skiljes från sitt sammanhang med

blodkärlen i fjäderlöken, vissnar sålunda, af brist på material för materie-omsättningen, bort, är slutligen endast löst fästad vid huden, under det den under densamma belägna nya pennan bryter genom den yttre huden. Denna är den med skäl så kallade *blodpennan*, som erhåller rikt material för sin utveckling ur blodkärlen. Om man under ruggningsperioden injicerar artererna hos en fogel, förvånas man öfver den rikedom på blodkärl som förefinnes i den anmärkta blodpennan, hvilken utmärker sig derigenom, att papillen jemte blodkärl inträngа i sjelfva pennan, hvars hornbeklädnad, såsom ett fodral, omgifver den förlängda papillen. Denna rikedom på blodkärl, som afgifva det för utvecklingen nödiga materialet, är orsaken dertill, att den unga pennan utvecklas med en sådan hastighet, som erfarenheten visat. Den ena generationen af fjädrar följer på den andra vid den årliga ruggningen hos foglarne, och här upprepas i den individuella organismen samma förhållande, som äger rum i det stora hela, der likaledes, enligt oföränderliga lagar, den yngre generationen af individer träder in och den äldre ut ur verlden. Hela denna hår- och fjäder-fällningsprocess hvilar således på fysiska, kemiska och fysiologiska lagar, som utgöra de oföränderliga naturlagarne. Normalt växer håret, om det icke afskäres, till en viss bestämd längd, olika för olika delar af kroppen der det förekommer, och, då denna längd blifvit uppnådd, upphör äfven dess tillväxt på längden. Men afskäres detsamma periodiskt, växer håret oafbrutet, så länge material från blodet genom kapillar-kärlen tillföres hårlöken och papillen. Då håren likasom fjädrarne icke innehålla blodkärl, utan endast hornsubstans, som förekommer i två lager, den så kallade kortikal- och medullar-substansen, hvilken sednare utgöres af celler, synes det såsom skulle det af blodkärlen i hårlöken och papillen erhållna materialet, medelst cellerne i medullar-substansen, blott inom en viss distans befordra materie-omsättningen i desamma. Såsom ett bevis derpå, att tillförsel af material från blodet är nödig för hårfällningen hos däggdjuren, vill jag blott i förbigående anmärka, att vinterhåret hos de tama husdjuren fälles först långt in på sommaren, om desamma blifvit svagt fodrade under vintern.

Låtom oss nu undersöka, huru förhållandet i detta afseende är med naglar, klor, klöfvar, hofvar m. m., hvilka alla, i afseende å sammansättning och utveckling, visa en fullkomlig öfverensstämmelse, och för sådant ändamål betrakta nagelns förhållande hos menniskan.

Nageln är, såsom öfverhuden, sammansatt af två lager, nemligen det yttre, den förhornade nageln, och det inre eller underliggande cell-

lagret. De öfre lagren af cell-lagret, som gränsa till hornlagret, ombildas till hornlager, utmärkt genom sin välbekanta lamellösa byggnad, i hvilken dock den cellulösa grundformationen kan framställas genom användande af alkalier. Nageln hvilar på den så kallade nagelbädden, hvilken, såsom en fortsättning af läderhuden, innehåller små longitudinelt förlöpande upphöjda lister eller kammar, skilde från hvarandra genom motsvarande fåror. Cell-lagret af nageln är beläget på dessa lister och i de anmärkta fårorna emellan desamma. Dessa celler fylla således rummet emellan listerna i nagelbädden och den andra ytan af nagelns hornlager. I omkretsen af nageln och i dess rot bildar läderhuden jemte öfverhuden ett veck, som betäcker ränderna och roten af nageln, och detta veck utgör den så kallade *nagelvallen*, som omgifver en motsvarande fåra. I denna fåra, som utgör den så kallade *nagelfalsen*, inskjuta ränderna och roten af nageln, hvilka äro tunnare än den så kallade nagelkroppen, och utgöras af hornceller. I nagelfalsen förekomma dylika kamartade upphöjningar, som i nagelbädden, med hvilka ränderna och roten af nageln, medelst det mellanliggande cell-lagret, stå i sådant sammanhang, som under ytan af nagelkroppen med de redan anmärkta listformiga upphöjningarne af huden i nagelbädden. Nageln växer genom transformation af cellerna i cell-lagret från roten, ränderna och nagelbädden, naturligtvis sålunda att dess bredd tilltager genom tillväxt från ränderna, längd från roten och tjocklek från nagelbädden. För denna tillväxt af nageln afgifver blodet genom kapillar-kärlen material, såsom vid hårets tillväxt. Men kapillar-kärlen förekomma endast i de ofvan anmärkta listerna i nagelbädden och falsen samt bottnen af de mellan desamma förekommande fårorna. Genom vanlig exosmotisk process afgifves sålunda material från blodet till cell-lagret, hvarest en starkare utveckling af celler, utmärkt genom deras förökning och transformation af de öfre cell-lagren till hornartade fjäll, förekommer. Denna utveckling är i de olika delarne af nageln noga öfverensstämmande med den större eller mindre rikedomen på blodkärl i nagelbädden m. m. Dessa kamartade lister kunna således, vid naglarne, betraktas såsom öfverensstämmande med hårpapillen i håret, en jemförelse som har så mycket mera grund, som hvardera, ehuru af olika form, utgör en bildning af läderhuden, så att de anmärkta hudkammarne i nagelbädden och falsen kunna hvar och en anses såsom en sammansatt papill, hvilken tillkommit genom flere papillers sammanväxning på längden. Dessa kammars normala förhållande utgör för nageln ett nödvändigt vilkor för dess

lif och utveckling, likasom papillen m. m. är det för håret, och denna utveckling beror af blodkärlens förekommande i dessa delar.

Nageln växer raskast från roten, men, såsom jag anmärkt, äfven från ränderna och nagelbädden. Nageln är med sina sidoränder och rot inkilad i nagelfalsen, såsom i en ram, och kan således icke tilltaga i bredd, emedan, vid fortfarande och raskare för sig gående tillväxt från roten, nageln med sin främre fria rand skjuter fram öfver fingerändan, under hvilken process den underifrån tillväxer i tjocklek. Afskäres icke nageln, växer den till en viss bestämd längd, såsom fallet äfven är med håret. Då den en gång framskjutit öfver fingerspetsen, växer denna del af nageln icke mer från sidorna, emedan dessa icke mera äro i beröring hvarken med något cell-lager, eller med blodkärl, hvilka skulle afgifva material för denna tillväxt.

Ett sådant periodiskt affallande af naglarne, som vid hår- och fjäder-fällningen förekommer hos däggdjur och foglar, *äger icke rum vid naglar eller klor, och har sin grund i sjelfva organisationen af de delar, som utgöra det nödvändiga vilkoret för nagelns utveckling, och materie-omsättningen i densamma*, hvilken, på sätt redan blifvit anfördt, afviker från förhållandet med håren och fjädrarne, isynnerhet i det afseende, att vid nageln något, som skulle motsvara den så kallade hårlöken (*bulbus pili*), saknas.

Om vid pathologisk förändring af nagelbädden eller falsen, genom mekanisk orsak m. m. t. ex. en blodutgjutning uppstår i nagelbädden eller falsen, så att den motsvarande delen af nageln lyftas från sitt sammanhang med den underliggande nagelbädden, vissnar denna del af nageln bort, och om detta pathologiska förhållande intager hela nagelbädden, vissnar hela nageln, som, sålunda beröfvad tillgång på nytt material för materie-omsättningen i densamma, faller bort, sedan den en tid legat såsom en död skida öfver nagelbädden. De öfversta lagren af cellerne i cell-lagret förvandlas vid sådant förhållande till hornväfnad och sålunda bildas en ny nagel i stället för den gamla. Men detta är ett pathologiskt förhållande, som ej får förväxlas med den normala periodiskt inträdande hårfällningen hos däggdjur och ruggningen hos foglar.

Jag har anmärkt, att nageln likasom håret, om det icke afskäres, växer endast till en bestämd längd. Men afskäres håret och naglarne, såsom bruket fordrar hos civiliserade nationer, växa dessa hornartade delar oafbrutet, för hvilken tillväxt de oafbrutet mottaga material från blodet. Detsamma är förhållandet med utvecklingen och tillväxten af klor, klöfvar, hofvar m. m. hos foglar, hornboskapen och hä-

sten m. m., hvilka växa enligt samma oföränderliga lagar, som nageln hos menniskan, och hvilka, om de icke afnötas under bruket, växa till en viss längd. Men klor, klöfvar, hofvar m. m. afnötas, då dessa djur begagna fötterna för att gå eller klifva, dervid afnötningen beror af beskaffenheten af den lokal, hvarest dessa djur röra sig. Hornboskap, som stallfodras hela året om och står på strö, erhåller stora klöfvar, emedan de lefva under sådana förhållanden, att de icke afnötas. De växa till en viss längd, som betydligt öfverträffar klöfvarne hos dem, som gå på bete på stenbunden mark, då klöfvarne afnötas. Så är det väl bekant, att klorna växa hos foglar, som hållas i bur, så att de icke eller med svårighet kunna gå på marken eller golfvet. Orsaken härtill är densamma, att de nemligen, i sitt instängda läge, icke lefva under sådana yttre förhållanden, som verka afnötande på klorna. De växa till sin bestämda längd och kröka sig i spetsen hos dem, som pläga vistas i träd, hvilket deremot icke är fallet hos sådana foglar, som vistas på marken i sumpiga trakter.

Men låtom oss, efter denna inledning, öfvergå till det egentliga ämnet för denna framställning, som är utredning af orsaken till den olika klobildning, som normalt förekommer hos Riporna om sommaren och vintern, hvilket är ett allmänt erkändt förhållande. Ripornas klor om sommaren äro *i de flesta fall* korta och trubbiga, stundom knappt öfverskjutande den sista tåfalangen, och om vintern *alltid* långa, med hvass spets och hvassa ränder, samt skålformigt fördjupade på den undre ytan af den del af klon, som skjuter öfver falangen. Denna fördjupning är ett uttryck af den konvexa nagelbädd, från hvilken den utvecklat sig, och de hvassa ränderna äro icke annat, än de tunna ränderna af nageln, som voro inbäddade i nagelfalsen, hvilka, sedan de skjutit ut från densamma, förhårdnat. Dalripans klo om vintern är således *formen på en klo, som, utan att skadas af mekaniska inflytelser, får tillfälle att växa ut till sin normala längd*, sålunda bibehållande sin normala form. Man finner derföre en fullkomlig öfverensstämmelse mellan formen och beskaffenheten af vinterklorna hos Ripor, som jag, till ett icke ringa antal, varit i tillfälle att se härstädes om vintrarne, och äfven förekomma hos de Ripor i vinterdrägt, som förvaras i Universitetets Finska fogelsamling.

Då Professor *Nilsson* ur den teleologiska synpunkten vill förklara orsaken till formen på Ripornas klor om vintern sålunda, att naturen i sin moderliga omvårdnad om sina alster försett dem med sådana klor om vintern, på det desamma må kunna genom isskorpan gräfva upp sina födoämnen, anser han dessa vinterklor alldeles nödvändiga för deras

existens. Emot ett sådant antagande eller påstående af Professor *Nilsson* kan och måste invändning göras af två skäl:

1:mo är det tydligt och klart, att, om Ripan skulle använda sina klor att gräfva genom isskorpan eller den tillfrusna snön, klorna icke skulle vara skarpkantade och långa med hvassa spetsar. Genom ett sådant användande af klorna måste de afnötas, och detta gifva sig tillkänna å klorna; ty klorna, såsom utgörande en hornväfnad, äro icke af den hårda beskaffenhet, som *Nilsson* tänkt sig desamma, att de icke skulle afnötas genom ett sådant användande för vinnande af det dagliga uppehället.

2:do är det väl kändt, att Riporna, åtminstone i norden, hela vintern lifnära sig af späda videgrenar, som de afbita från grenar, hvilka icke äro betäckta af snö. Vid starkare snöfall, då de mindre videbuskarne betäckas af snö, och snömassor förekomma å de större videbuskarne, får man derföre se Ripor parvis eller i mindre flockar, då de göra sin måltid, sitta på dessa snömassor och afbeta endast de grenar, som icke äro betäckte af snö. *Nilssons* påstående, att Riporna med klorna gräfva fram sina födoämnen under snön, saknar sålunda tillräcklig grund i verkligheten, såsom hvar och en, som varit i tillfälle att observera Ripor i naturen, och undersöka innehållet af kräfvan hos desamma om vintern, väl känner.

Ofvanföre har jag anmärkt, att icke alla Ripor om sommaren hafva korta klor, utan att dessa tvärtom till längd ganska mycket variera, såsom man ganska lätt finner, då man granskar klorna af ett större antal Ripor, som blifvit skjutna på olika tider om sommaren. Ja i Universitetets Finska fogelsamling finnas Ripor, skjutna den 3 Augusti, hvilka hafva föga kortare klor än som vanligt förekomma hos desamma om vintern. Och af två individer, som båda äro skjutna på samma dag den 19 Juli, har den ena ganska korta klor, den andra betydligt längre, ehuru icke så långa, som den, hvilken blef skjuten den 3 Augusti i en mosslupen äng. Dock skilja de sig från vinterklorna derigenom, att de icke äro så skarpkantade och tillfölje deraf äfven icke så fördjupade å den undre ytan, som om vintern, hvarutom de hafva mörkare färg. Detta förhållande skulle icke kunna förklaras, om en periodisk klofällning, såsom *Nilsson* påstår, skulle tillhöra Riporna. Härvid inträffar det egna förhållande, att, ehuru de flesta Dalripor om sommaren vistas på steniga, med buskväxter och småskog beväxta backar, dock några spridda par i vissa lokaler om sommaren uppehålla sig å med vidbuskar beväxta mosslupna ängar. Granskar man nu klornas förhållande hos dessa Ripor, som uppehålla

sig på sådana olika lokaler, skall man finna att Ripor, som om sommaren vistas på ängar, icke hafva korta, utan långa klor, om ock icke fullkomligt så långa som om vintern, då sådana, som uppehålla sig å steniga backar, hafva ganska trubbiga och korta klor, som knappt sträcka sig längre än den sista eller tredje falangen, på hvilken klon förekommer. Häraf synes man klarligen kunna draga den slutsats, att olikheten i klornas form om vintern och sommaren beror derpå, att desamma om vintern, då marken är betäckt med snö, *icke afnötas* och af sådan anledning utväxa till sin normala längd, då de, sedan snön försvunnit på marken, *afnötas*, hvilket inträffar olika på olika lokaler, allt efter markens mer eller mindre stenbundna beskaffenhet. Starkast är naturligtvis denna afnötning hos sådana Ripor, som uppehålla sig å steniga backar, så att då afnötningen nått sin höjd, klorna hos dessa knappt sträcka sig längre än tåfalangen, då deremot afnötningen är ingen eller ganska ringa hos de individer, som uppehålla sig å mosslupna ängar, Klornas olika form hos Riporna om sommaren kan sålunda med lätthet förklaras genom lokalens olika afnötande inflytande på desamma, likasom den hos alla individer likartade beskaffenheten af klorna om vintern finner en naturenlig förklaring derigenom, att dessa olika inflytelser icke äga rum om vintern, då marken, så olika den än må vara om sommaren, öfverallt är betäckt af snö, och de yttre inflytelserna på klorna således öfverallt likartade. Denna, såsom mig synes, ganska naturliga förklaring af förhållandet vinner full bekräftelse, derigenom att, om man å vinterklon af en Dalripa afskär de delar af klon, som öfverskjuta falangen, och filar bort de yttre lamellerne af hornbeklädnaden å klorna, klon erhåller fullkomligt samma form, som de så kallade sommarklorna i sin mest afnötta form, och att man, vid longitudinell genomskärning af klon jemte falangen hos Ripan, aldrig finner en annan nagel under den yttre, om man genomskär sommarklor om hösten eller vinterklor om våren, då de enligt Professor *Nilssons* uppgift borde fällas, hvilket nödvändigt måste vara fallet, om en sådan klofällning, som *Nilsson* omnämner, skulle äga rum i verkligheten. Fäster man sig åter vid nyttan af de långa klorna hos Dalripan om vintern, kan denna vara ingen annan än att med större lätthet kunna springa på den snöbetäckta marken, emedan de vid sådan form på klorna sjunka mindre djupt i snön, än om klorna vore kortare och trubbiga. De spela således hos Ripan samma rol om vintern, som de långa klorna hos vadare, som uppehålla sig å sumpiga trakter, såsom *Parra* m. fl. Sålunda synes mig den olika beskaffenheten af klorna hos Ripan på ett naturligt sätt, i öfverens-

stämmelse med fysiska lagar, kunna med lätthet förklaras, utan att man med *Nilsson* behöfver taga sin tillflykt till det teleologiska betraktelsesättet, som intet i verkligheten förklarar genom att framställa en sådan process såsom underbar m. m. Det underbara försvinner, då de naturliga lagarne, som ligga till grund för förhållandet, utredas. Om *Nilsson* verkligen observerat en klofällning hos någon enskild individ, äro två fall, såsom mig synes, möjliga, nemligen att den i något enskildt fall observerade klofällningen haft en pathologisk orsak, till följe deraf att klon blifvit stött och ett blodextravasat uppstått emellan undre ytan af klon och nagelbädden, eller berott på begynnande förruttnelse, då, såsom väl bekant, epidermis jemte fjädrarne på benen och äfven naglarne eller klorna lösas från sitt fasta sammanhang med det underliggande cell-lagret, i förra fallet af huden, i det sednare fallet af nagelbädden. Den normalt inträdande periodiska klofällningen bör icke förväxlas med den klofällning, som är en följd af sjuklig förändring i de delar, som gifva näring åt klon.

För att närmare upplysa det ämne, som ofvanföre blifvit i korthet afhandladt, torde det icke vara opassande att slutligen betrakta den ganska besynnerliga och välkända periodiska hornfällningen hos Hjortslägtet, som äfvenledes har en fysiologisk orsak, grundad i sjelfva hornets byggnad och sätt att tillväxa.

Såsom väl bekant, skiljer sig Hjortslägtet, med fästadt afseende å hornen, från den egentliga så kallade hornboskapen i det afseende att, då hos de sednare hornet är ihåligt och fylles af ett från pannbenets pannknöl (*Tuber frontale*) framskjutande utskott, i hvilket *sinus frontalis* i många fall fortsättes, och det egentliga hornet är beläget såsom ett foderal omkring detta benutskott, hornen hos de förra eller Hjortslägtet icke utgöras af hornsubstans, utan af ett slags ben, som står i sammanhang med pannbenet, hvarifrån det utvuxit, och med hvilket det i sitt fullt utvecklade tillstånd är ganska intimt förenadt. Hornet hos hornboskapen står genom blodkärl, som förgrena sig i det anmärkta benutskottet såväl i det inre som å ytan, i ett lika beskaffadt beroende af detsamma, som nageln af nagelbädden. Betraktar man ett sådant benutskott, som hos hornboskapen skjuter in i basen af hornet, så får man se, att ytan af detsamma visar mer eller mindre djupa fåror och hål, som antyda blodkärlens förlopp i det lefvande tillståndet, så att desamma förlöpa i fårorne längs ytan och äfven utträngа från benutskottets substans genom de här förekommande hålen. En del af de fåror och ojemnheter, som förekomma å detta ben, motsvara vecken eller listerna i nagelbädden, hvilka med de mellan de-

samma förekommande fördjupningarna förenas med de i det inre hornlagret förekommande bladen och fårorna. Dessa motsvara cell-lagret i nageln, och spela samma rol vid hornets tillväxt hos hornboskapen, som cell-lagret i nageln vid dess tillväxt. Cellerna i detta lager transformeras till hornceller och mottaga material för hornets tillväxt ur de närbelägna blodkärlen; ty, såsom väl bekant, förekomma aldrig blodkärl i någon hornväfnad. Likasom derföre nageln icke periodiskt affaller, så fäller icke heller hornboskapen, dit Antilopslägtet äfven bör räknas, periodiskt sina horn. Men om inflammation uppstår i det anmärkta benutskottet, som skjuter in i hornet, af inre eller mekanisk orsak, så att ett exsudat bildas emellan benutskottet och inre ytan af det ihåliga hornet, så att detta lossnar från sitt anatomiska sammanhang med blodkärlen, och sålunda icke af dessa erhåller material för sin tillväxt, faller hela hornet bort såsom en död del af organismen, hvarefter ett nytt horn mer eller mindre fullständigt kan bildas såsom ett foderal å det anmärkta benutskottet. Samma förhållande äger rum med klöfvarna hos alla dermed försedda djur.

Såsom välbekant, äro endast hanarne af de flesta arter, som höra till Hjortslägtet, försedda med horn, hvilka årligen fällas om våren, hvarefter de å nyo tillväxa. Detta förhållande skulle således synas utgöra ett undantag från den allmänna regeln, såsom fallet äfven skulle vara med den periodiska klofällning, som *Nilsson* antager hos Riporna. Hjortslägtets horn utgöras likväl icke endast af hornväfnad, utan till det mesta af ben blandadt med hornväfnad, hvilken företrädesvis förekommer i den yttre delen af Hjorthornet. Om detta förhållande kan man fullkomligen öfvertyga sig, om man efter en transversell eller longitudinell genomskärning slipar en skifva så tunn, att den kan undersökas med tillhjelp af det sammansatta mikroskopet. Vid denna undersökning får man se tydliga Haverska kanaler med inneliggande blodkärl, hvilka, i synnerhet vid transversell genomskärning, bilda ett ganska rikt nät, hvilket äfven gifver sig tillkänna å skifvor, erhållna genom longitudinel genomskärning. Vid transversell genomskärning ser man äfven, utom det anmärkta kärlnätet, tvärs afskurna Haverska kanaler omgifne af sådana concentriska lameller, som förekomma å benväfnaden. Äfven vid longitudinell genomskärning ser man den lamellösa byggnaden tydligare och starkare utvecklad, än å lika beskaffadt præparat af benväfnaden. Uti denna grundsubstans ser man likaledes ett rikt antal benceller med derifrån stjernlikt utgående kalkkanaler. Macererar man en sådan skifva med utspädd saltsyra, upplöses den i grundsubstansen afsatta kalken, dervid, då præparatet

betraktas med mikroskopet, en stark afsöndring af kolsyra äger rum. Skifvans ofvananmärkta struktur och maceration med saltsyra lemnar således intet tvifvel öfrigt, att den väfnad, som utgör Renhornets substans, är verklig benväfnad. Men då en tunn skifva macereras med saltsyra, är den återstående organiska substansen icke så mjuk, som då benväfnad underkastas samma behandling, emedan den hårda hornsubstansen qvarstår. Kokas præparatet nu med utspädd saltsyra, upplöses detsamma till största delen, och betraktar man denna upplösning med mikroskopet, ser man, jemte de från Haverska kanalerna frigjorda blodkärlen, hornceller och ifrån blodkärlen utträngda blodkulor med mer eller mindre ihopkrumpna väggar. Sköljes præparatet nu med vatten, och tillsättes kaustikt soda, tillsvälla horncellerna. Sådant är resultatet af den undersökning, jag anställt med Renhorn, hvilket således icke lemnar något tvifvel öfrigt, att Renhornet icke utgöres af hornväfnad, utan af benväfnad i förening med hornväfnad, hvarföre äfven Renhornet icke egentligen bör benämnas horn, och Tyskarne med skäl benämnt det *Geweihe*. Renhornet utväxer ifrån pannbenet, ifrån ett på detsamma befintligt kort, fast benutskott, som blifvit kalladt rosenstock, med hvilket Renhornet, i sitt fullt utvecklade tillstånd, är fullkomligt sammanväxt till ett ben, som ifrån de yttre grenarne af *carotis externa* erhåller de nutrierande blodkärlen, hvilka genom basen af hornet inträngа i dess substans och förgrena sig i de i Haverska kanalerna belägna blodkärlen. Då Renhornet är i sin tillväxt, är detsamma omgifvet af en hårbeväxt och på blodkärl rik hud, hvilken, sedan hornet uppnått kulminationen af sin utveckling, affaller. Ifrån denna kärlrika hud, hvilken å det sig utvecklande Renhornet spelar samma rol, som *periosteum* på benväfnaden, inträngа blodkärlen öfverallt å hornets yttre yta in i dess substans till de Haverska kanalerna, och bilda det rika kärlnät, som observeras vid transversell genomskärning af hornet, och hvilka på mångfaldigt sätt communicera med de blodkärl, som ifrån rosenstocken inträngа genom basen af hornet i de longitudinelt löpande Haverska kanalerna. Då den yttre hårbevuxna huden å hornet affaller, atrophieras en del af de blodkärl i hornets substans, som härifrån taga sitt ursprung. De hithörande Haverska kanalerna fyllas till en del med bensubstans, då äfven materie-omsättningen i hornets väfnad betydligt minskas. De longitudinellt i hornet förlöpande och ifrån rosenstocken kommande blodkärlen föra ännu blod, som de äfven afgifva till en del af de blodkärl, som tillhöra det transversella kärlnätet. Småningom inträder äf-

ven atrofi i de longitudinellt löpande blodkärlen, så att materie-omsättningen i hornets väfnad i samma förhållande förminskas, och då den uppnått sin kulmination, hvilken inträffar mot våren, sitter hornet fast vid rosenstocken, såsom en förtorkad gren å en trädstam. Om våren, då testiklarne hos Renhanen begynna svälla, utvidgas äfven, märkeligt nog, de grenar af carotis externa som öfvergå till rosenstocken, hvaraf följden är en starkare materie-omsättning i rosenstocken, hvilken starkast gifver sig tillkänna på gränsen emellan rosenstocken och det vidfästade hornet; en slags inflammation, med ökad resorption, uppträder, hvaraf följden är kalkjordens upplösning, med häraf härrörande uppmjukning af substansen på gränsen emellan rosenstocken och hornet. Blodkärlen här oblitereras, så att icke mera något sammanhang emellan rosenstocken och basen af hornet, medelst blodkärlen, äger rum. Den uppmjukade substansen emellan rosenstocken och hornet kan icke mera bära hornet, som, till följe af sin egen tyngd, eller vid minsta mekaniska verkan, affaller, då på den yta af rosenstocken, som var fästad vid hornet, bildas en mjuk blodkärlrik svulst. Ifrån denna utvecklas nu det nya hornet med en förvånande hastighet, till följe af det ökade tillopp af blod, som äger rum genom de ännu utvidgade, till rosenstocken löpande grenarne af *carotis externa*. Det nyutvecklade hornet är ännu mjukt som brosk, men småningom afsättes kalkjord i de först utvecklade delarne af hornet, dervid spetsen af hornet och grenarna benvandlas till sist, då hornets utveckling är fulländad, och äfven de till rostenstocken förlöpande grenarna af *carotis externa* återtaga samma vidd, som de hade förrän de, liktidigt med testiklarnes tillsvällning, utvidgades. Inom 10 à 12 veckor är det sålunda affallna Renhornet genom nybildning åter ersatt. Ganska märkvärdig är, vid detta Renhornets affallande och återväxt, den consensus med testiklarnes utveckling till parningstiden, hvilken tydligt gifver sig tillkänna äfven derigenom, att, om Renhanen kastreras vid den tidpunkt, då hornet affaller, ingen återbildning af hornet äger rum, likasom att, om kastrering företages vid den tidpunkt, då hornet är till hälften utbildadt, dess vidare utveckling afstadnar [1]). Hornens affallande hos Ren- och Hjortslägtet i allmänhet är således icke ett undantag ifrån det allmänt gällande förhållandet hos den egentliga hornboskapen, hvars horn icke periodiskt

1) Blumenbach Handbuch der vergleichenden Anatomie, Göttingen 1815. pag. 36—37.

affalla, utan har sin grund i Hjorthornens anatomiska byggnad och fysiologiska verksamhet. Såsom en mellanlänk emellan den egentliga hornboskapen och Hjorten, med fästadt afseende å hornen, kan man anse Giraffens horn, hvilka, såsom bekant, framskjuta från pannbenet, äro öfverklädda af en hårbetäckt hud, men icke periodiskt affalla, ty *natura non facit saltus*, hvilket dock skulle vara fallet, om Riporna, undantagsvis bland foglarne, periodiskt skulle fälla sina klor.

# Om de parasitiska Crustaceerna: LIRIOPE och PELTOGASTER, H. Rathke.

Af

W. LILLJEBORG.

Dessa parasitiska kräftdjur, af hvilka de af det förstnämnda slägtet höra till ordningen *Isopoda* och familjen *Bopyridae* och de af det sednare till *Cirripediernas* underklass, der de sluta sig närmast till ordningen *Apoda*, Darwin, och bilda en egen familj, om icke en egen ordning, hafva visserligen länge varit kände, och dithörande former hafva af Italienaren Cavolini redan under förra seklet blifvit beskrifne och afbildade, men man har dock allt hittills icke varit på det rena med dem. Af *Liriope* har den fullt utbildade moderformen icke varit känd, och om man än, på grund af öfverensstämmelsen mellan den kända formen och hanen af slägtet *Bopyrus*, ansett den för att vara en Bopyrid, så har man dock, tillfölje af bristen på kännedom om dess serskilda utvecklingsformer, derom icke kunnat hafva någon visshet. De till slägtet *Peltogaster*, H. Rathke, hörande parasitiska kräftdjuren har man till en början ansett vara en slags intestinalmaskar, som stodo närmast Trematoderna, ehuru skilda från dem; och derefter har man på sednare tiden ansett dem för Lernéartade kräftdjur. Ehuru man någon gång påpekat den öfverensstämmelse, som förefinnes mellan dess larver och larverna af Cirripedierna, så har man dock icke genom en mera genomförd jemförelse dem emellan, eller genom en mera detaljerad undersökning af det fullbildade djurets byggnad ådagalagt, att de äro Cirripedier. Det tillhör Magister G. Lindström att först hafva antydt den nämnda öfverensstämmelsen mellan larverna [1]).

1) Öfversigten af Kongl. Vetensk.-Akademiens Förh. 1855, p. 362, tab. XIII, fig. 1—3.

Uti Archiv für Naturgeschichte, herausgeg. von Troschel, 1859, p. 232, har Leuckart helt nyligen sysselsatt sig med *Pachybdella*, samt anfört, att den redan

Dessa djur äro särdeles anmärkningsvärda, derföre att de hvar i sin stad förete exempel på den högsta hittills kända graden af transformation, eller, såsom det blifvit benämndt, tillbakagående utveckling, eller tillbakagående förvandling. Och de af slägtet *Peltogaster* äro dessutom af största intresse, derföre att de utgöra den yttersta, minst utbildade, eller lägsta formen af alla hittills kända Articulater. Detta blir tydligt deraf, att Cirripedierna i allmänhet utgöra den lägsta gruppen af Articulaterna, och att slägtet *Peltogaster* påtagligen utgör den lägsta formen af Cirripedierna. Vi kunna icke tänka oss en mera ofullkomlig Articulat, än den, hvars hela kropp företer formen af en enkel oledad säck, utan tecken till segmenter, ben, mundelar, eller andra appendiculära delar, än ett i allmänhet skålformigt mer eller mindre hornartadt vidfästningsorgan, och der hela kroppen har blifvit förvandlad till en reservoir för ägg eller ungar. Djurets hela både tillvaro och organisation har uppgått, att jag så må säga, uti uppfyllandet af dess propagativa bestämmelse. Utan kännedom om deras larvtillstånd, och utan en närmare kännedom om deras inre byggnad, skulle det icke vara möjligt, att ens ana, att de äro articulater, och det är derföre ursägtligt, att Rathke ansåg dem för intestinalmaskar.

Hos den gamla honan af slägtet *Bopyrus*, som hittills utgjort den lägsta formen af Isopoderna, är den retrograda transformationen visserligen ganska stor, och kroppen synes till stor del hafva blifvit förvandlad till en äggreservoir eller äggkapsel, men man ser dock tydliga, om än transformerade, mundelar, ben och gälblad. Hos slägtet *Liriope* har denna transformation hunnit så långt, att mundelar, ben och gälblad helt och hållet försvunnit, och den bakre och största delen af kroppen har blifvit förvandlad till en äggkapsel. Isopod-typen har helt och hållet försvunnit. Hos ungarne finna vi emellertid Isopod-typen tydlig, och det är märkligt, att oaktadt moderdjurets så betydliga transformation tyckas dessa nästan förete en högre utbildningsform än ungarne af *Bopyrus*.

För att visa befogenheten af vårt påstående, att de till slägtet *Peltogaster* hörande formerna kunna betraktas såsom de lägsta af alla Articulater, vilja vi jemföra dem med några andra former som i allmänhet eljest anses för de lägsta. De till ordningen *Apoda* hörande Cirripedier, hvilka eljest äro de lägsta hittills kända Cirripedier, och hvilka äro de som af alla synas komma *Peltogaster* närmast, visa

---

1836 blifvit beskrifven af J. Thompson under namn af *Sacculina*. Men hvarken Leuckart eller Thompson hafva insett, att den är en Cirriped, utan ansett den för en Lerneid.

tydligen, att de stå på ett högre utvecklingsstadium, derigenom, att de hafva kroppen segmenterad, att munnen är försedd med appendiculära delar, och att de prehensila antennerna till en del äro permanenta. Bland de andra kräftdjuren hafva vi de lägsta och mest transformerade formerna inom Lerneidernas familj, och slägtet *Lernaea*. De greniga, såsom vidfästningsorganer tjenande bihang, hvaraf munnen är omgifven, hvilka tyckas vara transformerade antenner eller ben, och de i närheten till munnen inuti halsen befintliga rudimentära mundelarne, oeh de båda yttre äggsäckarne eller äggtrådarne visa tydligen, att de innehafva en högre organisation än *Peltogaster*, och att den tillbakagående förvandlingen hos dem, huru betydlig den än är, likväl hunnit mindre långt än hos sistnämnda slägte. Inom spindlarnes klass finna vi den högsta graden af transformation hos det parasitiska slägtet *Linguatula* eller *Pentastoma*, hvilken företer den största likhet med en del intestinalmaskar, och derföre varit räknad till dessa ända till dess man fick kännedom om dess larver. Då munnen är omgifven af fyra appendiculära mundelar, under form af hakar, och kroppen är mer eller mindre tydligt segmenterad, är den mera utbildad, eller, om man så vill, mindre transformerad, än *Peltogaster*. Hos alla andra fullt utbildade Articulater, än dessa nämnda, finna vi Articulat-typen mera utpräglad.

Den hos de ifrågavarande djuren i så hög grad framstående retrograda eller tillbakagående förvandlingen gifver mig anledning att yttra några ord om de parasitiska djurens utveckling i allmänhet, jemförd med utvecklingen af andra djur.

Vi veta, att de organiska varelserna bilda tvenne skilda riken: växtriket och djurriket, och att derföre alla dessa varelsers lifsyttringar kunna sammanfattas uti tvenne skilda afdelningar, eller räknas till tvenne skilda spherer: det organiska eller vegetativa, och det animala lifvets spher. Till den förra räknas alla de lifsyttringar eller lifsfunktioner, som endast hafva individens och artens underhåll och förkofran till sitt ändamål, och till den sednare alla de, som hafva till sitt åndamål, att sätta organismen i en *sjelfständig* förbindelse med sin omgifning, eller med andra ord, att gifva honom förmågan att emottaga och tillegna sig, eller också meddela intryck. Växterna äga endast det förra slaget, djuren äga båda. Det sednare slaget är således utmärkande för djuren, och det har derföre fått benämningen: det *animala*. Det är derföre tydligt, att ju mera detta hos djuren är utbildadt, desto högre plats i systemet bör man tilldela dem. Det är också tydligt, att det som uti denna förbindelse mellan djuren och deras omgifning för dem

isynnerhet är utmärkande, och gifver förbindelsen sin väsendtliga karakter, är sjelfständigheten, medelst hvilken djuren äga förmåga att i mer eller mindre grad modificera intrycken, och bestämma sitt förhållande till sin omgifning, eller med andra ord förmågan att göra sig mer eller mindre oberoende. Denna förmåga har hos menniskan ernått sin högsta fulländning. Hon är fri. Äfven hos växterna finna vi lifsyttringar, lifsfunktioner, som gå ut på att sätta dem i förbindelse med sin omgifning, men dessa sakna helt och hållet karakteren af sjelfständighet. Genom sina rötter hafva de förbindelse med jorden, och genom sina blad med luften, men denna förbindelse är ingen annan, än den, som hos djuren förefinnes mellan födoämnena och digestionskanalens slemhinna, och mellan luften och lungan. Då det icke är möjligt att kunna fatta de parasitiska djurens förhållande till andra djur, utan att hafva gjort sig reda för allt detta, hafva vi ansett det nödigt att förutskicka denna allmänna karakteristik. Då man, med afseende på den nämnda sjelfständigheten uti djurens förhållande till sin omgifning, jemför de parasitiska djuren med andra djur, så är det tydligt, att de förra äro mera beroende, eller mindre sjelfständiga, än dessa. De bero helt och hållet af de varelser, på hvilka de lefva såsom parasiter, från hvilka de hemta all sin näring, och på hvilka de hafva hela sin tillvaro. Vi finna derföre ofta på olika djurarter olika parasitiska djur, hvars formbildning blifvit, att jag så må säga, bunden af de djurs beskaffenhet, på hvilka de lefva. Detta är stundom så märkbart, att man velat bestämma arterna af de herbergerande djuren efter arterna af deras parasiter, och vice versa. Detta beroende är naturligtvis störst hos de parasiter, som för hela sitt lif äro fästade till en enda punkt på djuret, på hvilket de lefva, och mindre hos dem, som kunna röra sig fritt på sin värd. Denna de parasitiska djurens beroende ställning utöfvar på deras utveckling ett i hög grad hämmande inflytande, i öfverensstämmelse med den ofvannämnda lagen, att oberoendet och utvecklingen gå jemna steg med hvarandra. Om vi jemföra de parasitiska djuren med de andra af närstående klasser, eller af samma klass, eller också af samma ordning, så skola vi derföre alltid finna, att de stannat på en lägre utvecklingsgrad, än dessa sednare. Och om vi jemföra dem med hvarandra inbördes, så finna vi alltid, att de parasiter, som för hela sitt lif äro bundne till en och samma punkt, äro mindre utbildade än de, som kunna röra sig fritt på sin värd. Man jemföre t. ex. intestinalmaskarne med de andra maskarne, de parasitiska insekterna *Pulex*, *Nycteribia*, *Melophagus* och *Pediculus* med de andra insekterna af

ordningarne: *Diptera* och *Hemiptera*, de parasitiska Arachniderna *Sarcoptes*, *Demodex* och *Linguatula* med de andra Acariderna, de parasitiska kräftdjuren med de andra kräftdjuren, och bland de parasitiska kräftdjuren de af familjen *Lernaeidae* med *Caligidae*, o. s. v., och man skall finna detta på det tydligaste ådagalagdt.

Då de parasitiska djuren således i allmänhet stå på en jemförelsevis lägre utvecklingsgrad, än de andra, så står detta uti ett nödvändigt samband med de för deras utveckling ogynsamma förhållanden under hvilka de lefva. Äfven för andra djur kunna stundom förhållanden uppstå, som inverka hämmande på deras utveckling, och föranleda en eller annan ofullkomlighet, men de äro undantag, och icke regel. Så se vi t. ex. att grodlarverna, då de äro beröfvade ljuset, qvarstanna uti sitt larvtillstånd, och att åtskilliga andra djur, t. ex. fiskar och kräftor, under enahanda förhållande icke erhålla några ögon. Att ofullkomligheten hos parasiterne sålunda bör förklaras, visar sig dessutom äfven derigenom, att de såsom ungar, eller uti sitt larvtillstånd uppträda med lika fullständig utveckling, som andra med dem beslägtade djurs larver. De hafva då alla de karakterer, som tillhöra den djurgrupp, inom hvilken de hafva sin systematiska plats, och det är derföre efter beskaffenheten af deras larver, som de skola classificeras. Och det inträffar derföre med dem det egna, att de, med afseende på de animala lifsfunktionerna och dertill hörande organer, såsom larver innehafva en vida högre utvecklingsgrad, än såsom fullbildade. Såsom larver röra de sig fritt, och hafva för detta ändamål utbildade organer, såväl för rörelsen som för sensibiliteten, t. ex. simfötter, antenner, och öga hos dem, som lefva i vattnet. Efter att någon tid hafva rört sig fritt, fästa de sig på de djur, som skola herbergera dem, på den plats, instinkten drifver dem till, och under de derefter inträdande hudömsningarne, förlora de en efter annan af dessa det animala lifvets attributer, tills de slutligen stundom få utseende af en enkel säck, med uteslutande vegetativa, och företrädesvis propagativa lifsfunktioner. Sedan de hafva fästat sig, går till en början hela deras lifsverksamhet ut på en ansamling af näringsämnen, eller materialier för de sedermera sig framför allt annat utbildande fortplantningsorganerna. Och den sista akten af deras lifsprocess är framfödandet af en oändelig mängd ägg eller ungar. Detta är den så kallade retrograda, eller tillbakagående transformationen eller förvandlingen, eller också, om man så vill, utvecklingen. Det ändamål, som naturen genom denna utvecklingsgång synes företrädesvis hafva afsett, är framalstrandet af en utomordentligt talrik afföda. Vi känna ännu

icke mycket af parasitdjurens märkliga naturalhistoria, men hvad vi erfarit gifver vid handen, att deras öfverflyttning från ett djur till ett annat ofta är underkastad många vanskligheter, samt är i mer eller mindre mån beroende af tillfälligheter.

När vi jemföra denna utvecklingsgång med den af andra djur, finna vi, att den är dessas mycket olik. Hos andra djur är det vegetativa lifvet — nemligen den delen af detsamma, som afser individens näring och tillväxt — företrädesvis herrskande under det de äro ungar eller larver. Så se vi t. ex., att insekternas larver i allmänhet hafva en mycket lägre utvecklingsform, än de fullbildade insekterna, nemligen maskformen, och den glupskhet, hvarmed de äta, samt den hastiga tillväxten i volumen, utan någon motsvarande tillväxt i organisationen, bevisa nogsamt, att hela deras larvtillstånd går ut på ansamlandet af byggnadsmaterialier för pupptillståndet. Härvid bör det emellertid anmärkas, att de djur, som tillfölje af sin mindre grad af oberoende öfverensstämma mest med de parasitiska djuren, och i sådant afseende liksom de närma sig mest till växterna, och som, sedan de blifvit fullt utbildade, sitta fastvuxna för hela sitt lif på ett och samma ställe, också förete, liksom parasitdjuren, med afseende på den större rörligheten och det animala lifvets karakterer i allmänhet, en högre utveckling såsom ungar, eller larver, än då de äro fullbildade. Så t. ex. är det förhållandet med alla Cirripedier och Polyper eller Coraller.

Vi må nu öfvergå till en kort beskrifning af de här ifrågavarande kräftdjuren.

## Gen. LIRIOPE, H. Rathke.

Beiträge Z. Fauna Norwegens, Nova Acta Academiae Caesareo-Leopoldinae Naturae Curiosorum, 1843, vol. XX. pag. 60.

SLÄGTKARAKTER. *Kräftdjur af Isopodernas ordning och Bopyridernas familj.*

*Den gamla honan har kroppen afdelad i tvenne tydligen skilda delar; den främre delen, eller cephalothorax, som omfattar hufvudet och de 3:ne derpå följande segmenterna, är genom en slags hals förenad med den bakre, större, icke segmenterade kroppsdelen, hvilken gör tjenst såsom matrix, eller förvaringsställe för ägg och ungar. Ögon, yttre mundelar, antenner, ben och gälbihang saknas.*

*Ungen och troligen äfven hanen likna mycket dem af Bopyrus, och skilja sig från dem nästan endast genom formen af det sista paret bröstben, som äro försedda med en lång, nästan rät, och icke retractil klo.*

## LIRIOPE PYGMÆA, H. Rathke.

L. c.

*Den fullt utbildade honan:*

Längden från munnen till den motsatta kroppsändan, hvarest analöppningen tyckes hafva sin plats, vid den bakre sidan af matrix, ungefär 4 millim. Bredden från den ena sidan af matrix till den andra 7 millim., och tjockleken eller höjden af matrix 3 millim.

Cephalathorax är ofvan konvex, och der äro suturerna mellan segmenterna tydliga. Segmenternas sidodelar förena sig uti en något nedåt och bakåt riktad spets, och de båda bakre segmenterna hafva i bakre kanten 2:ne vinklar. Munnen visar sig såsom en transversel springa på undre sidan mellan första och andra segmentet.

Den bakre kroppsdelen har utseendet af en njurformig säck, som hos det lefvande djuret ofvan och under var slät, då den icke sammandrogs. På det döda i sprit förvarade djuret har den öfre sidan af denna säck flera tvärgående veck, med undantag af den medlersta delen, som är starkt konvex. Å undre sidan af matrix är en långsgående springa, som sträcker sig från analöppningen till halsen. Genom denna springa utgå ungarne.

Kroppsbetäckningen är temligen genomsigtig, men likväl tjock och fast.

*Hanen:*

Det är troligen en något yngre form af denne, som af Rathke blifvit beskrifven och afbildad. Han liknar i det aldra närmaste den yngre hanen af Bopyrus, enligt Kröyer.

*Den nyligen kläckta ungen:*

Längden knappt $\frac{1}{4}$ millim. Liknar mycket ungen af *Bopyrus*, har redan alla karakterer af en Isopod, och undergår såsom larv ingen metamorphos. Sedd ofvan är den oval eller aflångt oval, ju mera utbildad desto mera långsträckt. Kroppssegmenterna 14, af hvilka det första, eller hufvudet, är det största, och det sista, som under form af en liten skifva betäcker basen af caudalbenen, är det

minsta. Under sidodelarne af bröstsegmenternas tergaldelar syntes temligen tydliga epimerer. Stundom voro ögonen otydliga, och stundom visade de sig såsom 2:ne brunröda punkter. Det främre eller inre paret antenner helt små, med 4 leder. Det bakre eller yttre paret deremot stora, med 5 leder, och räcka, äfven då borsten vid deras spets afräknas, ungefär till kroppens midt. Det 3:dje ledet är det längsta. Å hvardera sidan af munnen har jag kunnat se en temligen tydlig mandibula! Bröstbenen äro 6 par, af hvilka de 5 första paren hafva ungefär samma form, och äro alla subcheliforma, d. v. s. ha det näst sista ledet något större än de andra, och det sista förvandladt till en retractil klo. Det 6:te paret har det näst sista ledet mera långsträckt än hos de andra benen, och klon är, såsom redan är nämndt, serdeles lång och nästan rät. Aldominalbenen äro 5 par, som alla äro lika, tvågreniga, den yttre grenen med 3 och den inre med 2 långa och cilierade simborst. Caudalbenen, som utgöra en slags stjertfena, äro större och tjockare än de andra, men liksom de tvågreniga, ehuru den ena grenen är mindre än den andra. Dessa grenar bära flera tjocka och något böjda cilierade borst.

Den fullbildade honan, som i sin matrix inneslöt de nu beskrifna ungarne, jemte okläckta ägg, fanns i Juli månad förlidet år (1858) vid Molde i Norge, på några famnars djup i hafvet, fästad på en *Peltogaster paguri* Rathke.

## Gen. PACHYBDELLA, Diesing.

Systema Helminthum, Vol. I. p. 435.

Rathkes *Peltogaster* omfattade äfven de till detta slägte hörande kräftdjur, men Diesing skilde dem derifrån, på grund af deras afvikande yttre form, och uppställde dem såsom ett eget slägte, under ofvan anförda namn. Genom undersökningen af deras inre byggnad hafva vi funnit denna generiska skilnad fullkomligt bekräftad.

SLÄGTKARAKTER: *Kräftdjur af Cirripediernas underklass, som lefva såsom parasiter under abdomen hos Crustacea Decapoda Brachyura.*

*Det fullbildade djuret är tjockt, säckformigt, transverselt elliptiskt, med en slät, mjuk, men fast hud, eller mantel, hvilken omsluter en tjock, mjuk och inuti glandulös kropp, utan tydlig digestionskavitet. På ena (undre) sidan af mantelsäcken är ett*

*skålformigt, hornartadt vidfästningsorgan, som har en mycket kort hals, med hvilken det är fästadt vid manteln. I midten af detta är munöppningen, som öfvergår uti en oesophagus. Ingen anus? Mellan manteln och den mjuka kroppen äro talrika yttre ovarier med form af greniga caeca; och inuti den mjuka kroppen äro de inre ovarierna. Ungefär midt emot munöppningen är på manteln en temligen stor, af veck af manteln omgifven öppning, som leder till kaviteten mellan manteln och de yttre ovarierna. De masculina generationsorganerna äro okända.*

*Ungarne likna dem af Cirripedierna, men hafva den bakre kroppsdelen mindre utdragen.*

Ännu är af detta slägte blott en art med säkerhet känd, nemligen

## PACHYBDELLA CARCINI, (H. Rathke).

Beiträge Z. Fauna Norw. Acta Leop. Vol. XX, p. 247, tab. XII, fig. 18 & 19,

hvilken blifvit funnen vid Norge, Bohuslän, England, i Medelhafvet, och i Svarta Hafvet.

## Gen. PELTOGASTER, H. Rathke.

Beträge Z. Fauna Norw. Acta Leop. Vol. XX, p. 244.

SLÄGTKARAKTER: *Kräftdjur af Cirripediernas underklass, som lefva såsom parasiter fästade på abdomen hos arter af slägtet Pagurus.*

*Det fullbildade djuret är säckformigt, aflångt, trindt, eller något plattadt, betäckt af en mer eller mindre genomsigtig hud eller mantel, utan tecken till segmenter, eller ledade appendiculära delar. På den ena (den undre) sidan af manteln är ett nästan trattformigt eller skålformigt, mer eller mindre hornartadt vidfästningsorgan, uti hvars midt munöppningen är belägen, och som genom en kort hals är fästadt vid manteln. Vid den ena (den främre) ändan af kroppen är en stundom stor och stundom liten öppning, som leder till den innanför manteln varande håligheten. Denna hålighet upptages i mer eller mindre grad, allt efter äggens utveckling, af en säck, hvars väggar förete en transverselt fibrös struktur. Inuti denna säck är en om ej flera strukturlösa chitinösa säcklika hinnor, som omsluta ovarierna, hvilka uti ett visst*

*stadium af deras utveckling tydligen förete utseendet af korta, greniga tuber, som vid basen äro sammansmälta, och tyckas vara ordnade uti tvenne långsåt kroppen gående parallela rader. När äggen blifvit fullt utbildade, utgå de från ovarierna, och fästa sig på inre sidan af den chitinösa säck, som närmast omslutit ovarierna, och både denna och den fibrösa säcken hafva nu blifvit så utspände, att de ligga nära intill manteln, och att hela kroppen synes uppfylld af äggen, ehuru der inuti densamma, åtminstone stundom, är ett tomrum, på bottnen af hvilket ovarierna hafva sitt läge. Äggen äro då fästade medelst ett klibbigt ämne, som troligen äfven bidragit till att bilda den tunna chitinösa hinna, hvaraf de äro omslutne, på samma sätt, som äggen uti en äggsäck hos Cyclops. Under ovarierna, nästan midtöfver vidfästningsorganet, äro på inre sidan af den chitinösa säck, som omsluter ovarierna, tvenne nästan klubbformiga eller punglika organer fästade, hvartdera med en temligen lång och smal hals. Då äggen hafva utgått ur ovarierna, har jag funnit dessa punglika organer mindre och tomma. Eljest har jag funnit deras innehåll segt och bestående af större och mindre blåsor, stundom med nucleus. Det är derföre troligt, att de äro körtelartade organer, bestämda till att afsöndra det klibbiga ämne, hvarmed äggen fästas, då de utgått från ovarierna* [1]).

Ungarne eller larverne likna dem af föregående slägte, och öfverensstämma således närmast med Cirripediernas, ehuru den bakre delen af kroppen är mindre utdragen eller afsmalnande, än hos dessa sednare.

Jag har funnit trenne former af detta slägte, hvilka tyckas vara skilda arter.

## 1. PELTOGASTER PAGURI, H. Rathke.

*Diagn. Vidfästningsorganet beläget på midten af kroppen, grenigt, och dess bas utbreder sig under form af en sköld på manteln. Största längden 16 millim.*

Hos denna arten är det isynnerhet tydligt, att vidfästningsorganet är bildadt genom cementafsöndring, och att dess kanter genom cementet sammansmält med huden på Pagurens abdomen.

1) De uti denna beskrifning förekommande afvikelser från den förut uti K. Vet.-Soc:s Acta lemnade beskrifningen äro en följd af sednare observationer å friska exemplar.

Funnen vid Norge och Bohuslän på åtskilliga arter af slägtet *Pagurus*.

## 2. PELTOGASTER SULCATUS, n. sp.

*Diagn. Vidfästningsorganet beläget bakom midten af kroppen, enkelt, med utvikne, radierade kanter, och utan sköld. Öppningen vid den främre kroppsändan stor och omgifven af veck af manteln. Längden 7—8 millim.*

Funnen vid kusterna af Norge på ett par arter af slägtet *Pagurus*, på *P. cuanensis* Thompson, Bell, och *P. chiracanthus* Lilljeb.

## 3. PELTOGASTER MICROSTOMA, n. sp.

*Diagn. Vidfästningsorganet beläget bakom midten af kroppen, enkelt och utan sköld, kanterne föga utvikne, och icke radierade. Öppningen vid den främre kroppsändan mycket liten, och icke omgifven af utstående veck af manteln. Längden 5—6 millim.*

Funnen vid Norge på *Pagurus chiracanthus*, och *P. laevis*, Thompson & Bell.

## Omarbetning af Duhamels bevis för Principe des vitesses virtuelles.

Med den omarbetning af Duhamels bevis för Principe des vitesses virtuelles, som i det följande framställes, åsyftas visserligen att genom en större utförlighet och anförda exempel bidraga till dess förtydligande, men det hufvudsakliga ändamålet är likväl ett annat. Då det nemligen är vanligt att grunda behandlingen af den ifrågavarande principen på theorien för oändligt små qvantiteter och definiera de för densamma väsendtliga kraftmomenterna på ett sådant sätt, att de först kunna sägas vara i egentlig mening virtuella momenter, när de upphört att äga någon verklig storlek, så är det isynnerhet för att uppvisa obehöfligheten af detta behandlingssätt och genom några små förändringar i definitioner m. m. bevara åt differentialer den betydelse, som Cauchy åt dem gifvit, och derigenom förvärfva åt de virtuella kraftmomenterna rättigheten att vara verkliga, från noll skilda qvantiteter af understundom ganska betydlig storlek, som nedanstående rader blifvit sammanskrifna. För uppnåendet af detta mål har det icke synts nödigt att vid behandlingen af den ifrågavarande principen gå mer i detalj, än Duhamel i sin framställning har gjort, och omarbetningen sträcker sig derföre i detta afseende icke längre, än det omarbetade, sysselsätter sig följaktligen icke med sådana fall, då afseende borde fästas vid friction, styfhet m. m. Deremot torde det vara behöfligt att uppvisa, hvilken geometrisk betydelse differentialer, sedda från Cauchyansk synpunkt, äga. Innan vi öfvergå till sjelfva ämnet, förutskicka vi derföre följande anmärkningar:

1. Då $x$, $y$, $z$ äro af hvarandra oberoende variabler, betyda $dx$, $dy$, $dz$ detsamma, som $\Delta x$, $\Delta y$, $\Delta z$.

2. Af differentialkalkylen är kändt, att man af

$$y = f(x) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

erhåller

$$\frac{dy}{dx} = \lim \frac{\Delta y}{\Delta x} = f'(x), \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

och Cauchy har visat, att det lika väl gäller om $dx$ och $dy$ i denna eqvation, som om $\xi$ och $\eta$ i en eqvation sådan som

$$\frac{\eta}{\xi} = f(x),$$

att de kunna antaga ganska höga värden. Den, som vill benämna dem oändligt små, måste följaktligen fatta uttrycket "oändligt liten" i den mening, hvari det i samme författares theori för infiniment petits förekommer, enligt hvilken hvarje variabel som har noll till gränsvärde, säges vara oändligt liten, den må för öfrigt kunna antaga hur stora värden som helst, ja till och med constanter kunna anses såsom oändligt små, ehuru af gradtalet noll. Åskådliggöra vi functionen $f(x)$ derigenom, att vi i ett plan upprita den kroklinie, som hänförd till ett rätvinkligt coordinatsystem utgör locus för eqvationen (1.), så finna vi t. ex. vidstående figur. Kallas vinkeln mellan tangenten i punkten $a$ och positiva $x$-axeln $\alpha$, så är, såsom vi af differential-kalkylens application på analytiska geometrien veta,

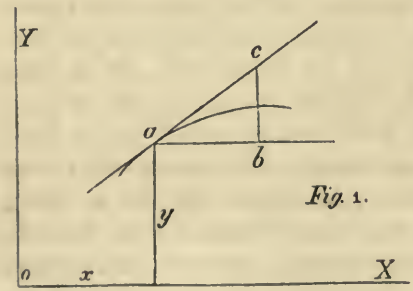


*Fig.* 1.

$$\operatorname{tg} \alpha = \lim \frac{\Delta y}{\Delta x} = f'(x).$$

Drages genom $a$ en med $x$-axeln parallel linie $ab$ och vidare mot denna en vinkelrät linie $bc$ från en punkt $c$ hvilken som helst af tangenten, så få vi ur den rätvinkliga triangeln $abc$

$$\frac{bc}{ab} = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{1} = f'(x).$$

Jemföres eqvationen (2) med denna eqvation, så synes, att om man gör

$$dx = ab,$$

så blifver

$$dy = bc\,.$$

Differentialerna $dx$ och $dy$ kunna följaktligen anses såsom löpande coordinater för tangenten i punkten $(x,y)$, om denna punkt sjelf tages till origo. Detta synes också af tangentens eqvation, som är

$$\eta - y = f'(x)\,(\xi - x),$$

om vi förflytta origo till tangeringspunkten, ty vi erhålla i detta fall

$$\eta = f'(x)\,.\,\xi,$$

en eqvation, som tydligen satisfieras af

$$\eta = dy,$$
$$\xi = dx.$$

3. Äro eqvationerna tvenne

$$x = f(z),$$
$$y = \varphi(z),$$

och utgöra de sålunda eqvationerna för en curva in spatio, så synes af jemförelsen mellan eqvationerna för denna curvas tangent, hänförd till tangeringspunkten sjelf såsom origo, eller

$$\xi = f'(z)\,\zeta,$$
$$\eta = \varphi'(z)\,\zeta,$$

och eqvationerna

$$dx = f'(z)\,dz,$$
$$dy = \varphi'(z)\,dz,$$

att om $dz$ poneras lika med $z$-coordinaten för någon punkt på tangenten, så äro $dx$ och $dy$ de till samme punkt hörande $x$- och $y$-coordinaterna. Differentialerna kunna således äfven i detta fall anses såsom de löpande coordinaterna för tangenten, hänförd till tangeringspunkten såsom origo.

4. Innehåller en eqvation trenne variabler, såsom t. ex.

$$z = f(x,y)\,. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

så betecknar den, såsom bekant är, en bugtig yta och har till differentialeqvation

$$dz = \frac{\partial f}{dx}\,dx + \frac{\partial f}{dy}\,dy\,. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Läggas genom punkten $x, y, z$, som vi för korthets skull vilja kalla $O_1$, trenne med coordinataxlarne parallela linier $O_1X_1$, $O_1Y_1$, $O_1Z_1$, så bildar genomskärningen mellan ytan och det plan, som innehåller linierna $O_1X_1$ och $O_1Z_1$, en plan curva, hvars eqvation vi naturligtvis

böra finna, om vi i eqv. (3) ponera $y$ constant. Denna curvas tangent i den nyssnämnde punkten gör vidare med linien $O_1X_1$ en vinkel $\alpha$, hvars trigonometriska tangent, såsom vi lätt inse, bör erhållas, om vi differentiera $z$ i afseende på $x$ under antagande, att $y$ är constant, således

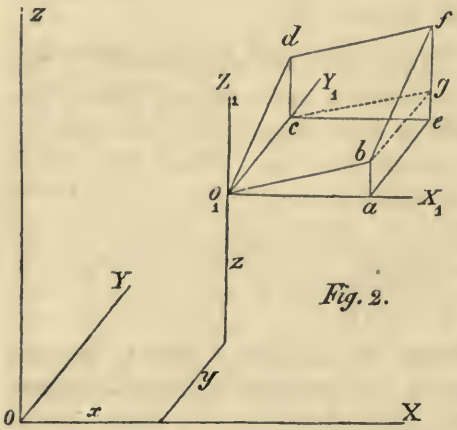



Fig. 2.

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\partial f}{dx}.$$

Afsätta vi nu på linien $O_1X_1$ ett stycke $O_1a$ och från punkten $a$ draga en med $z$-axeln parallel linie till en på den omtalade tangenten belägen punkt $b$, så måste till följe af den nyss gifna expressionen på $\operatorname{tg}\alpha$

$$ab = \frac{\partial f}{dx}.O_1a. \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

På samma sätt bildar genomskärningen mellan ytan och det plan, som går genom linierna $O_1Y_1$ och $O_1Z_1$, en plan curva, hvars eqvation vi erhålla, om vi ponera $x$ constant i eqv. (3), och hvars tangent i punkten $O_1$ gör med $O_1Y_1$ en vinkel, som till trigonometrisk tangent har partiella derivatan af $z$, tagen i afseende på $y$ såsom oberoende variabel. Förena vi tvenne vinkelrätt öfver hvarandra liggande punkter $c$ och $d$, af hvilka den förre tillhör linien $O_1Y_1$ och den sednare nyssnämnde tangent, med en rät linie $cd$, så är följaktligen tydligt, att

$$cd = \frac{\partial f}{dy}.O_1c. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Genom $a$ och $b$ draga vi nu tvenne med $O_1Y_1$ parallela linier $ae$ och $bg$, vidare genom $c$ en linie $ce$ parallel med $O_1X_1$ och genom $e$ en linie $ef$ parallel med $O_1Z_1$, slutligen genom $c$ och $d$ tvenne linier $cg$ och $df$ parallela med $O_1b$ och genom $b$ en linie $bf$ parallel med $O_1d$. Emedan tillfölje af vår construction $abge$ och $cdfg$ äro parallelogrammer, så är $eg = ab$ och $gf = cd$, samt följaktligen hela $ef = ab + cd$, och således på grund af eqvationerna (5) och (6)

$$ef = \frac{\partial f}{dx}.O_1a + \frac{\partial f}{dy}.O_1c.$$

Jemföres eqvationen (4) med denna eqvation, så synes, att om vi antaga sådana värden på $dx$ och $dy$, att

$$dx = O_1a,$$
$$dy = O_1c,$$

så blifver nödvändigt

$$dz = ef.$$

Observera vi nu, att $O_1bfd$ är en parallelogram, som innehåller tvenne tangenter, hvilka båda gå genom samme punkt $O_1$, så inse vi lätt, att den måste utgöra ett stycke af ytans tangentplan i punkten $O_1$, och att $f$ är en punkt i detta plan. Men häraf blifver åter tydligt, att $O_1a$, $O_1c$ och $ef$, hvilka, såsom lätt synes, äro coordinater för punkten $f$, om $O_1X_1$, $O_1Y_1$ och $O_1Z_1$ antagas vara coordinataxlar, på samma gång måste blifva coordinater för en punkt i tangentplanet, och på grund af det, som nyss ofvanföre blifvit sagdt, måste detsamma följaktligen äfven gälla om differentialerna $dx$, $dy$, $dz$. Vårt raisonnement har varit oberoende af den storlek, vi gifvit åt $O_1a$ och $O_1c$. Differentialerna $dx$, $dy$, $dz$ måste derföre kunna anses såsom coordinater icke blott för en viss punkt $f$, utan för hvilken punkt som helst i det tangentplan, som går genom punkten $(x, y, z)$; de kunna således betraktas såsom löpande coordinater för hela detta tangentplan, om tangeringspunkten tages till origo. Detta synes äfven af eqvationen för ytans tangentplan, om vi flytta origo för coordinataxlarna till tangeringspunkten $(x, y, z)$, ty vi finna i detta fall eqvationen

$$\zeta = \frac{\partial f}{dx} \cdot \xi + \frac{\partial f}{dy} \cdot \eta,$$

en eqvation, som tydligen satisfieras af

$$\xi = dx,$$
$$\eta = dy,$$
$$\zeta = dz.$$

5. Af den geometriska betydelse, som $dx$, $dy$, $dz$ enligt det föregående äga, följer, att numeriska värdet af $ds$ eller, som är detsamma, $\sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}$ betecknar numeriska storleken af den del af tangenten, som förenar tangeringspunkten med den punkt, hvars coordinater äro $dx$, $dy$, $dz$, då tangeringspunkten är origo.

6. Vid de i det följande förekommande bevisen förutsätta vi den vanliga, på läran om parallelogramma virium grundade, behandlingen af statiken såsom känd och åberopa oss dessutom på följande enkla lemma ur dynamiken:

"Om en punkt, som är i hvila på en yta, angripes af en kraft $P$ och tvingas att på ytan beskrifva en kroklinie, så sammanfaller rigtningen af kraftens tangentiella component $T$ med rigtningen hos den af punkten beskrifna krokliniens tangent."

Af detta lemma följer, att om en punkt, som är i hvila på en yta, af en kraft $P$ sättes i rörelse och tvingas att beskrifva en kroklinie i ytan, så skulle samma kraft $P$ sätta punkten i rörelse, om den i stället för att tillhöra ytan endast kunde röra sig på men ej frigöras från den ifrågavarande curvan. Denna curva kan nemligen lika litet som ytan upphäfva verkan af kraftcomponenten $T$, enär denna har tangentens rigtning, och curvan endast kan göra motstånd mot krafter, som verka normalt.

7. Vinkeln mellan tvenne gifna liniers rigtningar.

Om den ena linien gör med positiva coordinataxlarne, då hon utdrages i en viss rigtning, vinklar $\alpha$, $\beta$, $\gamma$, och den andra liniens rigtning vinklar $a$, $b$, $c$, så är vinkeln $V$ mellan dessa liniers rigtningar bestämd genom följande formel:

$$\text{Cos } V = \text{Cos } \alpha \text{ Cos } a + \text{Cos } \beta \text{ Cos } b + \text{Cos } \gamma \text{ Cos } c.$$

8. Om rigtningen af en linie går från en punkt $x$, $y$, $z$ till en annan $\xi$, $\eta$, $\zeta$ och gör med positiva coordinataxlarne vinklar $a$, $b$, $c$; om vidare absoluta storleken af afståndet mellan de båda punkterna är $m$: så är

$$\text{Cos } a = \frac{\xi - x}{m},$$

$$\text{Cos } b = \frac{\eta - y}{m},$$

$$\text{Cos } c = \frac{\zeta - z}{m}.$$

9. En rät determinerad linies projection utefter coordinataxlarne.

Dermed förstå vi producterna af liniens absoluta längd och cosinus för de vinklar, som hennes direction gör med positiva coordinataxlarna. Äro liniens ändpunkter $x, y, z$ och $\xi, \eta, \zeta$, dess rigtning från den förra till den sednare, $m$ absoluta längden och rigtningens vinklar med positiva coordinataxlarne $a$, $b$, $c$, så äro med stöd af föregående § projectionerna

$$\xi - x = m \operatorname{Cos} a,$$
$$\eta - y = m \operatorname{Cos} b,$$
$$\zeta - z = m \operatorname{Cos} c.$$

10. Tagas här

$$\xi = x + \Delta x,$$
$$\eta = y + \Delta y,$$
$$\zeta = z + \Delta z,$$

så blifva projectionerna

$$\Delta x = m \operatorname{Cos} a,$$
$$\Delta y = m \operatorname{Cos} b,$$
$$\Delta z = m \operatorname{Cos} c.$$

11. Gör man

$$\xi = x + dx,$$
$$\eta = y + dy,$$
$$\zeta = z + dz,$$

så blifva projectionerna

$$dx = m \operatorname{Cos} a,$$
$$dy = m \operatorname{Cos} b,$$
$$dz = m \operatorname{Cos} c.$$

12. Om

$$L = f(x, y, z) = 0$$

är en yta, hvars tangentplan i punkten $x$, $y$, $z$ är

$$\frac{\partial L}{dx}(\xi - x) + \frac{\partial L}{dy}(\eta - y) + \frac{\partial L}{dz}(\zeta - z) = 0,$$

så äro $x + dx$, $y + dy$, $z + dz$ coordinater för en punkt i detta plan, då vi nemligen förstå med $dx$, $dy$, $dz$ differentialer i vanlig mening, tagna ur ytans differentialeqvation

$$\frac{\partial L}{dx}dx + \frac{\partial L}{dy}dy + \frac{\partial L}{dz}dz = 0.$$

På samma sätt, om

$$L = f(x, y, z) = 0,$$
$$L_1 = f_1(x, y, z) = 0$$

äro eqvationerna för en curva, hvars tangent har till eqvationer

$$\frac{\partial L}{dx}(\xi - x) + \frac{\partial L}{dy}(\eta - y) + \frac{\partial L}{dz}(\zeta - z) = 0,$$
$$\frac{\partial L_1}{dx}(\xi - x) + \frac{\partial L_1}{dy}(\eta - y) + \frac{\partial L_1}{dz}(\zeta - z) = 0,$$

så äro $x + dx$, $y + dy$, $z + dz$ coordinater för en punkt hvilken som helst på denna tangent, då $dx$, $dy$, $dz$ betyda differentialer i vanlig mening, tagna ur eqvationerna

$$\frac{\partial L}{dx} dx + \frac{\partial L}{dy} dy + \frac{\partial L}{dz} dz = 0,$$

$$\frac{\partial L_1}{dx} dx + \frac{\partial L_1}{dy} dy + \frac{\partial L_1}{dz} dz = 0.$$

13. Virtuel rörelse.

Om en punkt är på sådant sätt förenad med en curva, att den kan röra sig på men icke frigöra sig från henne, och vidare denna punkt öfvergår från jemvigt till rörelse, så synes rörelsen i sitt första stadium försiggå så, som om punkten vore rörlig utefter den mot jemvigtsläget svarande tangenten, och vi skilja med anledning häraf mellan punktens verkliga rörelse i curvan och denna aldrig verkställda eller verkställbara men likväl antydda rörelse utefter tangenten och benämna den sednare "virtuel", för att med sjelfva namnet påminna om dess beskaffenhet. Om åter punkten är på ett likartadt sätt förenad med en bugtig yta och från jemvigt öfvergår till rörelse, så antyder denna rörelse i sin uppkomst en benägenhet att föra punkten ut i det till jemnvigtsläget hörande tangentplanet, och vi benämna äfven här denna overkställbara men liksom tillämnade rörelse i tangentplanet "virtuel". Om slutligen punkten hvarken är förenad med en curva eller med en yta, d. v. s. om den kan öfvergå från ett läge in spatio till ett annat, utan att följa någon viss kroklinie eller någon viss yta, så sker likväl hvarje dess verkliga rörelse utefter en curva, och den till denna curva hörande tangenten borde i enlighet med det, som nyss blifvit sagdt, angifva rigtningen hos punktens virtuella rörelse. Då emellertid den rigtning, som tangenten har, beror på den verkliga curvan, och denna kan vara hvilken som helst, så är förhållandet med tangentens rigtning detsamma, och häraf följer, att i det fall, då punkten kan röra sig åt hvilket håll som helst, är rigtningen af punktens virtuella rörelse hvilken rät linie som helst, om den blott går genom punktens jemvigtsläge.

14. Kraftens väg.

Om $x$, $y$, $z$ är en krafts applicationspunkt; $V$ den vinkel, som kraftens rigtning gör med rigtningen från $x$, $y$, $z$ till en annan punkt $\xi$, $\eta$, $\zeta$; $m$ numeriska valören af afståndet mellan båda dessa punkter: så benämna vi $m \operatorname{Cos} V$ "kraftens väg". Denna är tydligen lika med projectionen af $m$ utefter kraftens rigtning och måste följaktligen an-

ses såsom positiv, då den sträcker sig från $x$, $y$, $z$ utefter kraften i den rigtning, hvari denna sträfvar att föra applications-punkten. $(AB)$ är kraftens väg och anses i den första af närstående figurer vara positiv, i den andra negativ.

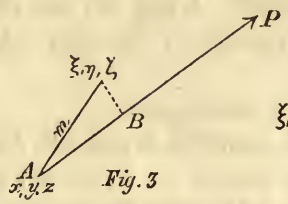


Fig. 3

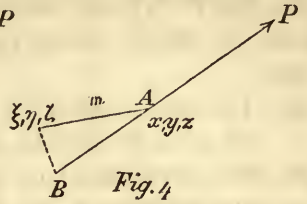


Fig. 4

Anm. 1. Benämningen "kraftens väg" må finna sin förklaring i den omständigheten, att om applicationspunkten tänktes röra sig från $x$, $y$, $z$ till $\xi$, $\eta$, $\zeta$, så skulle kraften i sin egen rigtning förflyttas ett stycke $m \operatorname{Cos} V$.

2. Med $(AB)$ förstå vi kraftens väg till både tecken och storlek, under det att $AB$ endast betecknar den linie, hvars storlek är lika med det numeriska värdet af kraftens väg.

15. Virtuel hastighet.

Om $\xi$, $\eta$, $\zeta$ ligger i rigtningen af applicationspunktens virtuella rörelse, så kallas $m \operatorname{Cos} V$ "kraftens virtuella väg" eller "applicationspunktens virtuella hastighet i kraftens rigtning". Om t. ex. applicationspunkten endast kan röra sig på men ej aflägsnas från en curva, och $m$ är ett stycke af tangenten, så är $(AB)$ applicationspunktens virtuella hastighet i kraftens rigtning och anses i första figuren såsom positiv, i den andra såsom negativ.

Fig. 5

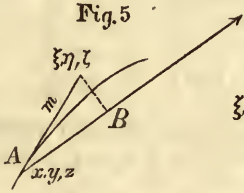
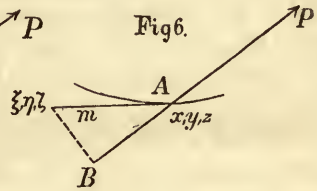



Fig 6.




Anmärkn. Den sednare benämningen blifver förklarlig, om vi tänka oss, att applicationspunkten kunde med uniform rörelse öfvergå från $x$, $y$, $z$ till $\xi$, $\eta$, $\zeta$ under loppet af tidsenheten.

16. Moment.

Med en krafts "moment" förstå vi producten af dess absoluta storlek och väg. Om t. ex. $P$ är den förra och $m \operatorname{Cos} V$ den sednare, så är momentet $Pm \operatorname{Cos} V$. $P \times (AB)$ är således i figg. (3) och (4) ett moment, och detta är i förstnämnda figur positivt, emedan $(AB)$ der är positiv, i den sednare negativt, emedan $(AB)$ der är negativ.

17. Virtuelt moment.

Om $m \operatorname{Cos} V$ är kraftens virtuella väg eller, som är detsamma, applicationspunktens virtuella hastighet i kraftens rigtning, så kallas $P m \operatorname{Cos} V$ "virtuelt moment". I figg. (5) och (6) är $P \times (AB)$ således ett virtuelt moment, positivt i den förra och negativt i den sednare.

18. Om uppdelning af ett kraftmoment.

Vi kalla $P$ absoluta storleken af en kraft, hvars rigtning gör med positiva coordinataxlarna vinklar $\alpha$, $\beta$, $\gamma$; $x$, $y$, $z$ nämnda krafts applicationspunkt; $\xi$, $\eta$, $\zeta$ en punkt någonstädes in spatio; $m$ absoluta afståndet mellan $x$, $y$, $z$ och $\xi$, $\eta$, $\zeta$; $a$, $b$, $c$ de vinklar, som rigtningen från $x$, $y$, $z$ till $\xi$, $\eta$, $\zeta$ gör med positiva coordinataxlarna; $V$ vinkeln mellan kraftens rigtning och rigtningen från $x$, $y$, $z$ till $\xi$, $\eta$, $\zeta$; $\Delta p$ kraftens väg: då kan, såsom bekant är, kraften $P$ sönderläggas i

$$X = P \operatorname{Cos} \alpha,$$
$$Y = P \operatorname{Cos} \beta,$$
$$Z = P \operatorname{Cos} \gamma,$$

hvaraf

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{Cos} \alpha &= \frac{X}{P}, \\ \operatorname{Cos} \beta &= \frac{Y}{P}, \\ \operatorname{Cos} \gamma &= \frac{Z}{P}. \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

Vidare är enligt det föregående, om man sätter

$$\xi = x + \Delta x,$$
$$\eta = y + \Delta y,$$
$$\zeta = z + \Delta z,$$

$$\Delta x = m \operatorname{Cos} a,$$
$$\Delta y = m \operatorname{Cos} b,$$
$$\Delta z = m \operatorname{Cos} c,$$

hvaraf

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{Cos} a &= \frac{\Delta x}{m}, \\ \operatorname{Cos} b &= \frac{\Delta y}{m}, \\ \operatorname{Cos} c &= \frac{\Delta z}{m}. \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (8).$$

Enligt § 7. kan nu med stöd af eqvationerna (7) och (8) vinkeln $V$ bestämmas. Man får nemligen

$$\text{Cos } V = \frac{X}{P} \cdot \frac{\Delta x}{m} + \frac{Y}{P} \cdot \frac{\Delta y}{m} + \frac{Z}{P} \cdot \frac{\Delta z}{m},$$

och af denna fås vidare kraftens väg, nemligen

$$\Delta P = \frac{X}{P} \cdot \Delta x + \frac{Y}{P} \cdot \Delta y + \frac{Z}{P} \cdot \Delta z,$$

och momentet

$$P.\Delta p = X.\Delta x + Y.\Delta y + Z.\Delta z.$$

19. $\Delta x$, $\Delta y$, $\Delta z$, som äro projectionerna af $m$ utefter coordinataxlarna, äro stundom kraftcomponenternas vägar, stundom icke. Om nemligen någon af dessa componenter $X$, $Y$, $Z$ är positiv, så sammanfaller dess rigtning med den motsvarande positiva axelns, tillfölje hvaraf projectionen af $m$ utefter den sednare blifver densamma, som utefter den förra, och i detta fall lika med kraftcomponentens väg. Om deremot kraftcomponenten är negativ, så är dess rigtning rakt motsatt den positiva axelns, och projectionen af $m$ utefter axeln måste i denna händelse tagas med ombytt tecken för att blifva lika med den ifrågavarande kraftcomponentens väg. I hvilketdera fallet som helst äro likväl $X\Delta x$, $Y\Delta y$, $Z\Delta z$ behöriga kraftmomenter. Ty om t. ex. $X$ är positiv, så är dess absoluta storlek oförändradt $X$ och kraftcomponentens väg $\Delta x$; således momentet $X\Delta x$. Om deremot $X$ är negativ, så är dess absoluta värde $-X$, men också componentens väg $-\Delta x$; momentet således oförändradt $X\Delta x$. Hvarje kraftmoment kan derföre sönderläggas i trenne andra, nemligen

$$P.\Delta p = X.\Delta x + Y.\Delta y + Z.\Delta z.$$

20. Att denna uppdelning kan ske på flerfaldigt olika sätt, synes deraf, att $P\Delta p$ blifver oförändradt, sålänge man väljer punkterna $\xi$, $\eta$, $\zeta$ så, att de ligga i ett och samma mot kraften $P$ vinkelräta plan.

21. I det följande förstå vi med $X$, $Y$, $Z$ endast componenter af sådana krafter, som äro directe applicerade till en punkt $x$, $y$, $z$, deremot icke sådana, som bero på en ytas eller curvas normala motstånd.

22. För att icke afvika från ett allmänt antaget bruk, att nemligen vid framställningen af principe des vitesses virtuelles begagna beteckningarne $\delta x$, $\delta y$, $\delta z$, komma äfven vi att i det följande använda dem, likväl i alldeles samma betydelse som $dx$, $dy$, $dz$.

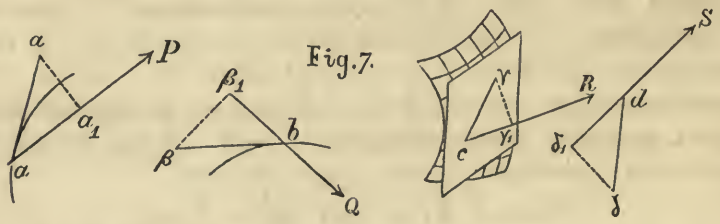
23. Innehållet af principe des vitesses virtuelles.

Principe des vitesses virtuelles består nu deri, att om ett system af punkter $(x, y, z)$, $(x_1, y_1, z_1)$, $(x_2, y_2, z_2)$ . . . . . angripes af krafter, så är nödvändigt men också tillräckligt för jemvigten, att summan af samtliga krafternas virtuella momenter är noll, förutsatt att vi välja de punkter, som bestämma momenternas storlek, på ett sådant sätt, att alla i deras coordinater $(x + \delta x, y + \delta y, z + \delta z)$, $(x_1 + \delta x_1, y_1 + \delta y_1, z_1 + \delta z_1)$, $(x_2 + \delta x_2, y_2 + \delta y_2, z_2 + \delta z_2)$ ..... ingående differentialer samtidigt satisfiera de eqvationer, hvilka genom differentiation erhållas af eqvationerna, som angifva sambandet mellan applicationspunkterna och de banor, som dessa under sin rörelse måste följa.

Om således punkterna $a$, $b$, $c$, $d$ .... angripas af krafter $P$, $Q$, $R$, $S$ .... och vidare $\alpha$, $\beta$, $\gamma$, $\delta$ .... äro mot hvarandra svarande och i öfverensstämmelse med de eqvationer, som uttrycka sambandet mellan applicationspunkterna, valda punkter i dessa sednares virtuella rörelserigtningar, så innebär principe des vitesses virtuelles, att det för jemvigt hos systemet är nödvändigt och tillräckligt, att eqvationen

$$P \times (a\alpha_1) + Q \times (b\beta_1) + R \times (c\gamma_1) + S \times (d\delta_1) \ldots\ldots = 0$$

är sann för hvarje möjligt punktsystem $\alpha$, $\beta$, $\gamma$, $\delta$ ....




24. Om krafter, som äro applicerade till en enda punkt.

1:o Punkten på så sätt förenad med ytan

$$L = f(x, y, z) = 0,$$

att den väl kan röra sig på men icke frigöra sig från henne.

Emedan ytans differentialeqvation är

$$\frac{\partial L}{dx}\delta x + \frac{\partial L}{dy}\delta y + \frac{\partial L}{dz}\delta z = 0, \ldots\ldots \quad (9)$$

så måste, om krafternas applicationspunkt är $x$, $y$, $z$, eqvationen för tangentplanet i denna punkt blifva

$$\frac{\partial L}{dx}(\xi - x) + \frac{\partial L}{dy}(\eta - y) + \frac{\partial L}{dz}(\zeta - z) = 0,$$

hvilken eqvation tydligen satisfieras af

$$\xi = x + \delta x,$$
$$\eta = y + \delta y,$$
$$\zeta = z + \delta z,$$

då man med $\delta x$, $\delta y$, $\delta z$ förstår differentialer tagna ur eqvationen (9).

A. Vi antaga först, att punkten är i jemvigt.

Då är kändt, att antingen finnes ingen resultant, eller ock är den normal mot ytan. I förra fallet följer af jemvigten, att

$$\Sigma X = 0,$$
$$\Sigma Y = 0,$$
$$\Sigma Z = 0.$$

Multiplicera vi dessa eqvationer respective med qvantiteter $x_1$, $y_1$, $z_1$ hvilka som helst och addera dem, så visar den härigenom uppkomna eqvationen

$$\Sigma (Xx_1 + Yy_1 + Zz_1) = 0,$$

att summan af de i punkten $x$, $y$, $z$ applicerade krafternas momenter är noll, hvarhelst den punkt $x + x_1$, $y + y_1$, $z + z_1$ må vara belägen, som bestämmer kraftmomenternas storlek, och således äfven, då vi förlägga honom i tangentplanet, eller som är detsamma, taga virtuella momenter. Vi erhålla följaktligen

$$\Sigma (X\delta x + Y\delta y + Z\delta z) = 0.$$

Finnes åter en mot ytan normal kraftresultant $N$, så kan dess storlek bestämmas förmedelst eqvationerna

$$\Sigma X = N \frac{\partial L}{dx} : A,$$
$$\Sigma Y = N \frac{\partial L}{dy} : A,$$
$$\Sigma Z = N \frac{\partial L}{dz} : A,$$

der
$$A = \pm \sqrt{\left(\frac{\partial L}{dx}\right)^2 + \left(\frac{\partial L}{dy}\right)^2 + \left(\frac{\partial L}{dz}\right)^2}.$$

Multiplicera vi dessa eqvationer respective med $\delta x$, $\delta y$, $\delta z$ och addera dem, så erhålla vi tillfölje af eqvationen (9)

$$\Sigma (X\delta x + Y\delta y + Z\delta z) = 0, \ldots . \quad (10)$$

och denna eqvation visar, att summan af de i punkten $x$, $y$, $z$ applicerade krafternas virtuella momenter är noll.

B. Är åter denna summa noll, så måste punkten vara i jemvigt. Ty i motsatt fall kan jemvigten åstadkommas derigenom, att man inför en kraft af lämplig storlek och rigtning. Vi vilja kalla densamma $R$ och dess vinklar mot positiva coordinataxlarne $A$, $B$, $C$. Förmedelst denna kraft bör nu jemvigt äga rum och tillfölje af jemvigten eqvationen

$$\Sigma (X\delta x + Y\delta y + Z\delta z) + R(\mathrm{Cos}\, A\delta x + \mathrm{Cos}\, B\delta y + \mathrm{Cos}\, C\delta z) = 0 \ldots (11)$$

vara sann för alla $\delta x$, $\delta y$, $\delta z$, som kunna tagas ur eqvationen (9). Men då enligt antagande

$$\Sigma (X\delta x + Y\delta y + Z\delta z) = 0,$$

så måste således äfven

$$R(\mathrm{Cos}\, A\delta x + \mathrm{Cos}\, B\delta y + \mathrm{Cos}\, C\delta z) = 0$$

satisfieras, och denna eqvation visar, att den kraft, som vi ponerat behöflig för jemvigten, måste vara noll eller vinkelrät mot ytan, och att således i sjelfva verket ingen ny kraft behöfves.

Obs. Den för punktens jemvigt på ytan nödvändiga men också tillräckliga eqvationen

$$\Sigma (X\delta x + Y\delta y + Z\delta z) = 0$$

betyder, att Cosinus för vinkelen mellan tangentplanet i $x, y, z$ och rigtningen af de i denna punkt applicerade krafternas resultant är noll, och således resultanten normal mot ytan.

Exempel 1.

Om en punkt, som kan röra sig på en sfer, attraheras af 2:ne krafter, som hafva sina attractionscentra, den ena i en punkt på $z$-axeln, den andra i en punkt på $x$-axeln, så vill man veta, hvarest punkten är i jemvigt.

Sferens eqvation må heta

$$x^2 + y^2 + z^2 = r^2.$$

Coordinaterna för de båda attractionscentra äro $x = 0$, $y = 0$, $z = a$ och $x = b$, $y = 0$, $z = 0$ samt krafterna $P$ och $Q$ sjelfva directe proportionella mot de attraherande punkternas massor och inverse proportionella mot afståndens qvadrater, således

$$P = \frac{fm}{x^2 + y^2 + (z-a)^2},$$

$$Q = \frac{fm_1}{(x-b)^2 + y^2 + z^2}.$$

Cosinus för de vinklar $\alpha$, $\beta$, $\gamma$ och $\alpha_1$, $\beta_1$, $\gamma_1$, som krafterna $P$ och $Q$ göra med positiva coordinataxlarne äro gifna genom följande eqvationer:

$$\frac{\text{Cos}\,\alpha}{-x} = \frac{\text{Cos}\,\beta}{-y} = \frac{\text{Cos}\,\gamma}{a-\mathfrak{z}} = \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+(\mathfrak{z}-a)^2}},$$

$$\frac{\text{Cos}\,\alpha_1}{b-x} = \frac{\text{Cos}\,\beta_1}{-y} = \frac{\text{Cos}\,\gamma_1}{-\mathfrak{z}} = \frac{1}{\sqrt{(x-b)^2+y^2+\mathfrak{z}^2}}.$$

Den förra kraftens componenter utefter coordinataxlarne äro följaktligen

$$P\,\text{Cos}\,\alpha = X = -\frac{x}{A},$$

$$P\,\text{Cos}\,\beta = Y = -\frac{y}{A},$$

$$P\,\text{Cos}\,\gamma = Z = \frac{a-\mathfrak{z}}{A},$$

då
$$A = \frac{1}{fm}\left\{x^2+y^2+(\mathfrak{z}-a)^2\right\}^{3/2}.$$

Den sednares åter äro

$$Q\,\text{Cos}\,\alpha_1 = X_1 = \frac{b-x}{B},$$

$$Q\,\text{Cos}\,\beta_1 = Y_1 = -\frac{y}{B},$$

$$Q\,\text{Cos}\,\gamma_1 = Z_1 = -\frac{\mathfrak{z}}{B},$$

då
$$B = \frac{1}{fm_1}\left\{(b-x)^2+y^2+\mathfrak{z}^2\right\}^{3/2}.$$

Jemvigts-eqvationen är således

$P\text{Cos}\alpha\delta x + P\text{Cos}\beta\delta y + P\text{Cos}\gamma\delta\mathfrak{z} + Q\text{Cos}\alpha_1\delta x + Q\text{Cos}\beta_1\delta y + Q\text{Cos}\gamma_1\delta\mathfrak{z} = 0$

eller enligt föregående eqvationer

$$-\left\{\frac{x}{A}+\frac{x-b}{B}\right\}\delta x-\left\{\frac{1}{A}+\frac{1}{B}\right\}y\delta y+\left\{\frac{a-\mathfrak{z}}{A}-\frac{\mathfrak{z}}{B}\right\}\delta\mathfrak{z} = 0,$$

der differentialerna böra tagas ur eqvationen

$$x\delta x + y\delta y + \mathfrak{z}\delta\mathfrak{z} = 0.$$

Elimineras $\delta\mathfrak{z}$ mellan de båda sista eqvationerna, så erhålla vi

$$(A\,b\,\mathfrak{z} - B\,a\,x)\,\delta x - B\,a\,y\,\delta y = 0.$$

Emedan denna är den enda återstående eqvation, som vi äga, så kan den icke satisfieras med mindre än att

$$A\,b\,\mathfrak{z} - B\,a\,x = 0,$$

$$B\,a\,y = 0.$$

Sista eqvationen gifver

$$y = 0,$$

och tillfölje häraf blifver den föregående

$$\frac{m\,a\,x}{\{x^2 + (z - a)^2\}^{3/2}} = \frac{m_1\,b\,z}{\{(b-x)^2 + z^2\}^{3/2}},$$

som tillsamman med sferens eqvation för $y = 0$, eller

$$x^2 = z^2 = r^2,$$

gifver de värden på $x$ och $z$, som tillhöra jemvigts-läget.

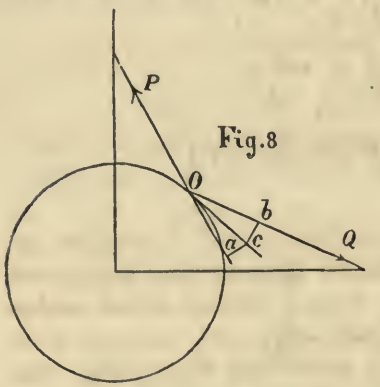


Fig. 8

Jemvigtseqvationen betyder, att om man ifrån en punkt $c$ hvilken som helst i det mot applications-punkten svarande tangentplanet fäller vinkelräta linier $ca$ och $cb$ mot krafterna $P$ och $Q$, så bör man alltid erhålla

$$P.(Oa) + Q.(Ob) = 0,$$

der således den ena af $(Oa)$ och $(Ob)$ är positiv och den andra negativ, om jemvigt äger rum i punkten $O$.

Exempel 2.

Om i föregående exempel krafterna antagas vara directe proportionella mot afstånden och de attraherande massorna lika stora, så få vi

$$X = -f m\ x,$$
$$Y = -f m.y,$$
$$Z = f m\,(a - z),$$
$$X_1 = f m\,(b - x),$$
$$Y_1 = -f m\,y,$$
$$Z_1 = -f m\,z$$

och jemvigtseqvationen

$$(b - 2x)\,\delta x - 2y\,\delta y + (a - 2z)\,\delta z = 0$$

samt sferens differentialeqvation

$$x\,\delta x + y\,\delta y + z\,\delta z = 0.$$

Elimineras $\delta z$, så få vi, sedan vi satt coefficienterna för $\delta x$ och $\delta y$ lika med noll,

$$bz - ax = 0,$$
$$ay = 0,$$

hvaraf

$$y = 0,$$

$$z = \frac{a}{b} x.$$

Insättas dessa värden på $y$ och $z$ i sferens eqvation, så erhålles

$$x^2 = \frac{b^2 r^2}{a^2 + b^2}$$

och således

$$x = \pm \frac{b r}{\sqrt{a^2 + b^2}},$$

$$z = \pm \frac{a r}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$

Anmärkning.

Om en punkt är på så sätt förenad med en yta, att den kan af normala krafter i en rigtning aflägsnas från henne, men deremot af normala krafter med motsatt rigtning endast hårdare tryckes mot ytan, så kan på alldeles samma sätt, som nyss ofvanföre, bevisas, att eqvationen (10) måste följa af jemvigten. Deremot gäller omvändningen blott så vidt som de på punkten applicerade krafternas resultant icke söker aflägsna punkten från ytan. Af eqvationen (11) få vi visserligen på samma sätt som ofvan

$$R (\text{Cos } A \delta x + \text{Cos } B \delta y + \text{Cos } C \delta z) = 0,$$

men af denna eqvation följer icke, att det i ifrågavarande fall är öfverflödigt att införa någon ny kraft för åstadkommande af jemvigt. Den visar blott, att ingen annan än en normal kraft kan vara behöflig; men naturligtvis är äfven en sådan obehöflig, om de på punkten applicerade krafterna pressa punkten mot ytan och denna sålunda utöfvar sitt motstånd i samma rigtning, i hvilken den normala kraften annars hade bort införas. Så ofta derföre som af ett problems natur genast kan inses, att de på en punkt applicerade krafterna motverka punktens aflägsnande från ytan inom ett visst gebit af densamma, kunna vi behandla problemet så, som om punkten inom detta gebit alldeles icke kunde frigöras från ytan.

Exempel.

En punkt rör sig inuti en ihålig sfer och angripes af en kraft $P$, hvars rigtning gör vinklarna $\alpha$, $\beta$, $\gamma$ med positiva coordinataxlarna. Man söker den punkt, der jemvigt inträder.

Sferens eqvation är

$$x^2 + y^2 + z^2 = r^2,$$

som differentierad ger

$$x\,\delta x + y\,\delta y + z\,\delta z = 0.$$

Jemvigtseqvationen är

$$P(\operatorname{Cos}\alpha\,\delta x + \operatorname{Cos}\beta\,\delta y + \operatorname{Cos}\gamma\,\delta z) = 0.$$

Elimineras $\delta z$ mellan denna och föregående eqvation, så får man en enda

$$(z\operatorname{Cos}\alpha - x\operatorname{Cos}\gamma)\,\delta x + (z\operatorname{Cos}\beta - y\operatorname{Cos}\gamma)\,\delta y = 0,$$

som bör satisfieras oberoende af värdena på $\delta x$ och $\delta y$ och derföre ger

$$z\operatorname{Cos}\alpha - x\operatorname{Cos}\gamma = 0,$$
$$z\operatorname{Cos}\beta - y\operatorname{Cos}\gamma = 0,$$

hvaraf

$$\frac{x}{\operatorname{Cos}\alpha} = \frac{y}{\operatorname{Cos}\beta} = \frac{z}{\operatorname{Cos}\gamma} = r.$$

Solutionen

$$\frac{x}{\operatorname{Cos}\alpha} = \frac{y}{\operatorname{Cos}\beta} = \frac{z}{\operatorname{Cos}\gamma} = -r$$

hör icke till vårt problem, emedan kraften $P$ skulle lösrycka punkten från sferens yta, om han hade det läge, som af denna solution bestämmes.

2:o Punkten på sådant sätt förenad med en curva, hvars eqvationer äro

$$L = f(x,y,z) = 0,$$
$$L_1 = f_1(x,y,z) = 0,$$

att den kan röra sig på men icke aflägsnas från henne.

På ett med det föregående analogt sätt låter med lätthet bevisa sig, att nödvändiga men också tillräckliga vilkoret för jemvigt är, att

$$\Sigma (X\delta x + Y\delta y + Z\delta z) = 0$$

är sann för alla värden på $\delta x$, $\delta y$, $\delta z$, som kunna tagas ur eqvationerna

$$\frac{\partial L}{dx}\delta x + \frac{\partial L}{dy}\delta y + \frac{\partial L}{dz}\delta z = 0,$$

$$\frac{\partial L_1}{dx}\delta x + \frac{\partial L_1}{dy}\delta y + \frac{\partial L_1}{dz}\delta z = 0.$$

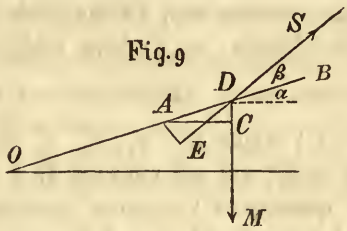
Exempel.

Med en linie $OB$, hvars lutning mot horizonten är $\alpha^0$, är en materiel punkt $D$ så förenad, att den ej kan lösgöras från men väl röra sig på henne, och angripes af en kraft $M$, verkande nedåt i vertikal rigtning. Punkten hålles i hvila förmedelst ett snöre, hvilket ligger i det vertikalplan, som går genom $OB$, och lutar $\beta^0$ mot denna linie. Man vill lära känna spänningen $S$ hos snöret.

Eqvationen för linien $OB$ är

$$y = \operatorname{tg}\alpha \,.\, x.$$

Fig. 9




Spänningens componenter äro

$$X = S\operatorname{Cos}(\alpha + \beta),$$
$$Y = S\operatorname{Sin}(\alpha + \beta),$$

och således jemvigts-eqvationen

$$S\operatorname{Cos}(\alpha + \beta)\,\delta x + \{S\operatorname{Sin}(\alpha + \beta) - M\}\,\delta y = 0,$$

der differentialerna böra tagas ur

$$\delta y = \operatorname{tg}\alpha \,.\, \delta x.$$

Elimineras $\delta y$, så får man

$$S\operatorname{Cos}(\alpha + \beta) + S\operatorname{Sin}(\alpha + \beta)\operatorname{tg}\alpha - M\operatorname{tg}\alpha = 0,$$

hvaraf

$$S = M\frac{\operatorname{Sin}\alpha}{\operatorname{Cos}\beta}.$$

I detta problem sammanfaller punktens verkliga och virtuella rörelse med hvarandra och jemvigtseqvationen betyder, att om man från en punkt $A$ hvilken som helst på linien $OB$ fäller tvenne vinkelräta linier $AC$ och $AE$ mot krafterna $M$ och $S$, så bör

$$M \times (DC) + S \times (DE) = 0,$$

och projectionen af $AD$ utefter den ena kraften följaktligen blifva positiv, utefter den andra negativ. Spänningen $S$ bör således äfven blifva fjerde proportionalen i analogien

$$DE : DC = M : S.$$

3:o Punkten fullkomligt fri.

A. Då punkten är i jemvigt, gifva de på densamma applicerade krafterna, såsom bekant är, ingen resultant, och man får följaktligen

$$\Sigma X = 0,$$
$$\Sigma Y = 0,$$
$$\Sigma Z = 0$$

och således äfven, om dessa eqvationer multipliceras med $x_1$, $y_1$, $z_1$ och adderas,

$$\Sigma (Xx_1 + Yy_1 + Zz_1) = 0,$$

hvilka värden man än må gifva åt $x_1$, $y_1$, $z_1$. Af punktens jemvigt följer sålunda, att vi böra erhålla

$$\Sigma (X\delta x + Y\delta y + Z\delta z) = 0,$$

om vi i stället för $x_1$, $y_1$, $z_1$ skrifva $\delta x$, $\delta y$, $\delta z$, och denna eqvation visar, att om punkten är i jemvigt, så är summan af de på punkten applicerade krafternas momenter noll, hur helst den punkt $x+\delta x$, $y+\delta y$, $z+\delta z$ må vara belägen, som bestämmer deras storlek.

B. Är åter denna momentsumma noll, så är punkten i jemvigt; ty då ingen eqvation finnes, som bestämmer någon relation mellan $\delta x$, $\delta y$, $\delta z$, så måste af eqvationen

$$\Sigma (X\delta x + Y\delta y + Z\delta z) = 0$$

följa, att

$$\Sigma X = 0,$$
$$\Sigma Y = 0,$$
$$\Sigma Z = 0,$$

och dessa eqvationer visa, att de på punkten verkande krafterna icke gifva någon resultant och att således punkten måste vara i jemvigt.

Exempel.

Om tvenne krafter $P$ och $Q$ verka i en punkt på ett sådant sätt, att $P$ gör vinklarna $\alpha$, $\beta$, $\gamma$ och $Q$ vinklarna $\lambda$, $\mu$, $\nu$ med positiva coordinataxlarna, så sökes storlek och rigtning hos den kraft, som i förening med $P$ och $Q$ håller punkten i jemvigt.

Kalla den sökta kraften $R$ och dess vinklar mot positiva coordinataxlarna $a$, $b$, $c$. Emedan jemvigt skall inträda, sedan man infört $R$, så måste

$$(P\mathrm{Cos}\alpha+Q\mathrm{Cos}\lambda+R\mathrm{Cos}a)\delta x+(P\mathrm{Cos}\beta+Q\mathrm{Cos}\mu+R\mathrm{Cos}b)\delta y+(P\mathrm{Cos}\gamma+Q\mathrm{Cos}\nu+R\mathrm{Cos}c)\delta z=0$$

vara sann, hvilka värden man än må gifva åt $\delta x$, $\delta y$, $\delta z$. Men detta kan endast inträffa, om

$$\left.\begin{aligned} P\mathrm{Cos}\,\alpha + Q\,\mathrm{Cos}\,\lambda + R\,\mathrm{Cos}\,a &= 0\,, \\ P\mathrm{Cos}\,\beta + Q\,\mathrm{Cos}\,\mu + R\,\mathrm{Cos}\,b &= 0\,, \\ P\mathrm{Cos}\,\gamma + Q\,\mathrm{Cos}\,\nu + R\,\mathrm{Cos}\,c &= 0\,. \end{aligned}\right\} \ldots\ldots (12)$$

Följaktligen måste dessa eqvationer äfven satisfieras och gifva i förening med

$$\mathrm{Cos}^2 a + \mathrm{Ces}^2 b + \mathrm{Cos}^2 c = 1$$

fullständigt våra obekanta $R$, $a$, $b$, $c$. Kallas de vinklar, som den mot $P$ och $Q$ gemensamma perpendikeln gör med positiva coordinataxlarna $A$, $B$, $C$, så äro

$$\begin{aligned} \mathrm{Cos}\,\alpha\,\mathrm{Cos}\,A + \mathrm{Cos}\,\beta\,\mathrm{Cos}\,B + \mathrm{Cos}\,\gamma\,\mathrm{Cos}\,C &= 0\,, \\ \mathrm{Cos}\,\lambda\,\mathrm{Cos}\,A + \mathrm{Cos}\,\mu\,\mathrm{Cos}\,B + \mathrm{Cos}\,\nu\,\mathrm{Cos}\,C &= 0\,, \end{aligned}$$

och häraf följer, att om eqvationerna (12) multipliceras respective med $\mathrm{Cos}\,A$, $\mathrm{Cos}\,B$, $\mathrm{Cos}\,C$ och adderas, så finna vi

$$\mathrm{Cos}\,a\,\mathrm{Cos}\,A + \mathrm{Cos}\,b\,\mathrm{Cos}\,B + \mathrm{Cos}\,c\,\mathrm{Cos}\,C = 0\,,$$

en eqvation, som visar, att $R$ bör ligga i samma plan, som $P$ och $Q$. Hvad storleken af $R$ beträffar, så är den

$$R = \sqrt{P^2+Q^2+2PQ\{\mathrm{Cos}\alpha\mathrm{Cos}\lambda+\mathrm{Cos}\beta\mathrm{Cos}\mu+\mathrm{Cos}\gamma\mathrm{Cos}\nu\}}$$

och således lika med diagonalen i den parallelogram, som uppritas öfver $P$ och $Q$ såsom närliggande sidor.

Af formlerna

$$\mathrm{Cos}\;a = -\frac{P\mathrm{Cos}\,\alpha + Q\,\mathrm{Cos}\,\lambda}{R}\,,$$

$$\mathrm{Cos}\;b = -\frac{P\mathrm{Cos}\,\beta + Q\,\mathrm{Cos}\,\mu}{R}\,,$$

$$\mathrm{Cos}\;c = -\frac{P\mathrm{Cos}\,\gamma + Q\,\mathrm{Cos}\,\nu}{R}$$

synes, att $R$ äfven till rigtning sammanfaller med diagonalens förlängning utanför parallelogrammen.

Jemvigtseqvationen uttrycker, att om man från en punkt $m$ hvilken som helst in spatio fäller vinkelräta linier $ma$, $mb$, $mc$ mot krafterna $P$, $Q$, $R$, så måste

$$P \times (Oa) + Q \times (Ob) + R \times (Oc) = 0,$$

hvaraf synes, att åtminstone en af projectionerna $(Oa)$, $(Ob)$, $(Oc)$ måste blifva negativ, eller som är detsamma, ligga i förhållande till applicationspunkten i motsatt rigtning mot sin kraft.

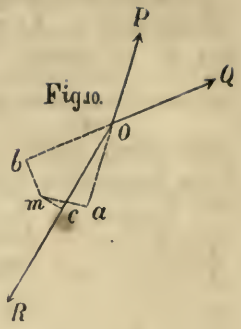


Fig 10.

25. Det, som i föregående § blifvit sagdt, kunna vi numera sammanfatta till följande uttryck: "för jemvigt hos en punkt, på hvilken krafter blifvit applicerade, är nödvändigt men tillräckligt, att summan af alla med punktens rörelse förenliga virtuella momenter är noll."

26. Om icke uttryckligen säges, att en punkt tillhör en yta, en curva, eller är fri, men i det stället vissa eqvationer uppgifvas, som bestämma relationer mellan punktens coordinater, så är likväl äfven i detta fall principe des vitesses virtuelles användbar. Om nemligen ifrågavarande eqvationer äro trenne, så bestämma de blott ett enda värde på hvardera af punktens coordinater, och denna är således fix och alltid i jemvigt, för hvilka krafter han än må utsättas. Här fordras således ingenting för jemvigten. Äro eqvationerna tvenne, så betyder detta, att punkten rör sig utefter den curva, som genom dem representeras. Finnes blott en enda eqvation, så innebär denna, att punkten tillhör en yta. Existerar slutligen ingen eqvation, så är punkten fullkomligt fri. Vi kunna derföre uttrycka en punkts jemvigtsvilkor på följande sätt: "för en punkts jemvigt är nödvändigt och tillräckligt, att summan af alla, med relationerna mellan punktens coordinater förenliga, virtuella momenter är noll."

Exempel.

På ett snöre, fästadt med ena ändan i $o$ och med den andra i en punkt, hvars coordinater äro $x_1$ och $y_1$, hänger en tyngd $P$. Denna kan glida utefter snöret, hvars längd må heta $l$. Man vill lära känna coordinaterna för den punkt, der tyngden kommer i jemvigt. Kalla dessa $x$ och $y$. Den relation, som förenar dem, är tydligen

$$\sqrt{x^2+y^2} + \sqrt{(x-x_1)^2+(y-y_1)^2} = l. \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

Jemvigtseqvationen är

$$P\,\delta y = 0$$

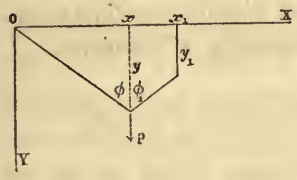
och $\delta y$ måste tagas ur differentialeqvationen af (13), nemligen

$$\frac{x\delta x + y\delta y}{\sqrt{x^2 + y^2}} + \frac{(x-x_1)\delta x + (y-y_1)\delta y}{\sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2}} = 0$$

eller

$$\left\{\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} + \frac{y-y_1}{\sqrt{(x-x_1)^2+(y-y_1)^2}}\right\}\delta y + \left\{\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} + \frac{x-x_1}{\sqrt{(x-x_1)^2+(y-y_1)^2}}\right\}\delta x = 0.$$

Fig. 11.




Emedan $P$ icke är noll, så måste $\delta y$ vara noll för alla möjliga värden på $\delta x$, och således

$$\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} + \frac{x-x_1}{\sqrt{(x-x_1)^2+(y-y_1)^2}} = 0\,.$$

Denna eqvation, som uttrycker, att $\mathrm{Sin}\,\varphi = \mathrm{Sin}\,\varphi_1$ eller $\varphi = \varphi_1$, bestämmer tillsamman med eqv. (13) fullständigt värdena på $x$ och $y$ och ger

$$x = \frac{y_1 + \sqrt{l^2 - x_1^2}}{2\sqrt{l^2 - x_1^2}} \cdot x_1\,,$$

$$y = \frac{y_1 + \sqrt{l^2 - x_1^2}}{2}\,.$$

Obs. Att $\delta y$ är noll för alla möjliga värden på $\delta x$ betyder, att om tangeringspunkten tages till origo, så är tangenten sjelf $x$-axel och således parallel med den ursprungliga $x$-axeln.

27. Om jemvigt hos en till sin längd och form oföränderlig rät linie, i hvars ändpunkter krafter äro applicerade.

1:o Liniens ändpunkter kunna röra sig på men ej aflägsnas från kroklinier, hvilkas eqvationer äro

$$L = f(x, y, z) = 0,$$
$$L_1 = f_1(x, y, z) = 0$$

och

$$M = \varphi(x_1, y_1, z_1) = 0\,,$$
$$M_1 = \varphi_1(x_1, y_1, z_1) = 0\,.$$

Liniens constanta längd bestämmer eqvationen

$$(x—x_1)^2 + (y—y_1)^2 + (z—z_1)^2 = l^2,$$

af hvilken genom differentiation erhålles

$$(x—x_1)(\delta x—\delta x_1) + (y—y_1)(\delta y—\delta y_1) + (z—z_1)(\delta z—\delta z_1) = 0 \ldots (14)$$

A. Vi antaga först, att linien är i jemvigt.

Utom de till punkten $x$, $y$, $z$ directe applicerade krafterna, hvilkas componenter äro $X \ldots$ $Y \ldots$ $Z \ldots$ och den kraft $N$, som curvan utöfvar i normal rigtning, kan äfven i denna punkt en kraft verka, som beror af kraftsystemet i $x_1$, $y_1$, $z_1$ och hvilken kraft vi vilja kalla $T$. Denna, som verkar i liniens rigtning, gör med positiva coordinataxlarna vinklar $A$, $B$, $C$, som enligt § 8 äro bestämda af formlerna

$$\text{Cos } A = \pm \frac{x_1—x}{l},$$

$$\text{Cos } B = \pm \frac{y_1—y}{l},$$

$$\text{Cos } C = \pm \frac{z_1—z}{l},$$

och således äro dess componenter

$$\pm \frac{T}{l}(x_1—x), \quad \pm \frac{T}{l}(y_1—y), \quad \pm \frac{T}{l}(z_1—z).$$

Emedan det naturligtvis är förmedelst denna kraft, som krafterna $X \ldots$ $Y \ldots$ $Z \ldots$ och ytans normala motstånd hålla punkten $x$, $y$, $z$ i jemvigt, så kan kraftsystemet i $x_1$, $y_1$, $z_1$ borttagas, utan att jemvigten störes i förstnämnda punkt, om blott kraften $T$ införes, och af jemvigten följer, att summan af alla på punkten $x$, $y$, $z$ applicerade krafters virtuella momenter är noll, eller att

$$\Sigma(X\delta x + Y\delta y + Z\delta z) \pm \frac{T}{l}\left\{(x_1-x)\delta x + (y_1-y)\delta y + (z_1-z)\delta z\right\} = 0, \ldots (15)$$

der $\delta x$, $\delta y$, $\delta z$ fås ur eqvationerna

$$\frac{\partial L}{dx}\delta x + \frac{\partial L}{dy}\delta y + \frac{\partial L}{dz}\delta z = 0,$$

$$\frac{\partial L_1}{dx}\delta x + \frac{\partial L_1}{dy}\delta y + \frac{\partial L_1}{dz}\delta z = 0,$$

och således den punkt $x + \delta x$, $y + \delta y$, $z + \delta z$, som bestämmer momenternas storlek, är en punkt hvilken som helst på tangenten till curvan $L = 0$, $L_1 = 0$.

På samma sätt som i $x$, $y$, $z$, så finnes äfven i $x_1$, $y_1$, $z_1$ utom krafterna $X_1 \ldots$ $Y_1 \ldots$ $Z_1 \ldots$ och curvans normala motstånd en kraft, som beror af kraftsystemet i $x$, $y$, $z$. Att denna ej kan vara någon annan än $-T$, är kändt, och, då liniens ändpunkt förmedelst samma kraft är i jemvigt i $x_1$, $y_1$, $z_1$, följer, att

$$\Sigma(X_1\delta x_1+Y_1\delta y_1+Z_1\delta z_1) \mp \frac{T}{l}\left\{(x_1-x)\delta x_1+(y_1-y)\delta y_1+(z_1-z)\delta z_1\right\}=0\,, \quad (16)$$

der $\delta x_1$, $\delta y_1$, $\delta z_1$ fås ur eqvationerna

$$\frac{\partial M}{dx_1}\,\delta x_1 + \frac{\partial M}{dy_1}\,\delta y_1 + \frac{\partial M}{dz_1}\,\delta z_1 = 0\,,$$

$$\frac{\partial M_1}{dx_1}\,\delta x_1 + \frac{\partial M_1}{dy_1}\,\delta y_1 + \frac{\partial M_1}{dz_1}\,\delta z_1 = 0\,,$$

och således den punkt $x_1+\delta x_1$, $y_1+\delta y_1$, $z_1+\delta z_1$, af hvars läge momenternas storlek beror, är en punkt hvilken som helst på tangenten till curvan $M=0$, $M_1=0$.

Bestämmer man relationen mellan de punkter $x+\delta x$, $y+\delta y$, $z+\delta z$ och $x_1+\delta x_1$, $y_1+\delta y_1$, $z_1+\delta z_1$, med afseende på hvilka momenterna äro tagna, genom eqvationen (14), så får man genom addition af (15) och (16) och såsom följd af jemvigten

$$\Sigma\,(X\delta x + Y\delta y + Z\delta z + X_1\delta x_1 + Y_1\delta y_1 + Z_1\delta z_1) = 0\,,$$

der $\delta x$, $\delta y$, $\delta z$, $\delta x_1$, $\delta y_1$, $\delta z_1$ tagas ur eqvationerna

$$\left.\begin{aligned} \delta L &= 0\,,\\ \delta L_1 &= 0\,,\\ \delta M &= 0\,,\\ \delta M_1 &= 0\,,\\ \delta\left\{(x_1-x)^2+(y_1-y)^2+(z_1-z)^2\right\} &= 0\,. \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (17)$$

Observerar man, att eqvationen

$$l^2 = (x_1-x)^2 + (y_1-y)^2 + (z_1-z)^2$$

innebär, att en rörelse hos punkten $x$, $y$, $z$ har till följd en motsvarande rörelse hos $x_1$, $y_1$, $z_1$, så kan förutnämnda resultat tolkas sålunda: "Om linien är i jemvigt, så är summan af alla med ändpunkternas rörelse och inbördes samband förenliga virtuella momenter noll".

B. Antages åter, att

$$\Sigma (X\delta x + Y\delta y + Z\delta z + X_1\delta x_1 + Y_1\delta y_1 + Z_1\delta z_1) = 0$$

för alla de värden på differentialerna, som kunna fås ur eqvationerna (17), så kan linien bevisas vara i jemvigt. Ty om den ej vore i jemvigt, så kunde den bringas dertill, derigenom att man införde en kraft af lämplig storlek och rigtning. Antag, att man t. ex. i punkten $x$, $y$, $z$ applicerat en dylik $K$, som ger jemvigt åt linien, och att dess vinklar med positiva coordinataxlarna äro $\alpha$, $\beta$, $\gamma$. Enär nu linien är i jemvigt, så bör enligt det föregående

$$\Sigma (X\delta x + \ldots X_1\delta x_1 \ldots) + K(\mathrm{Cos}\,\alpha\delta x + \mathrm{Cos}\,\beta\delta y + \mathrm{Cos}\,\gamma\delta z) = 0$$

och således äfven till följe af vårt antagande

$$K = 0,$$

eller

$$\mathrm{Cos}\,\alpha\,\delta x + \mathrm{Cos}\,\beta\,\delta y + \mathrm{Cos}\,\gamma\,\delta z = 0.$$

Vi se häraf, att antingen ingen ny kraft $K$ erfordras eller också en kraft, som är normal mot curvan, hvilket sednare, så väl som det förra, betyder, att jemvigt redan äger rum.

Nödvändiga och tillräckliga vilkoret för jemvigt hos en linie af constant längd, hvars ändpunkter endast kunna glida utefter kroklinier och i hvars ändpunkter man applicerat krafter, är således, att summan af alla med ändpunkternas rörelse och inbördes samband förenliga virtuella momenter är noll.

Anmärkningar. Vi observera

1:o att de punkter $x + \delta x$, $y + \delta y$, $z + \delta z$ och $x_1 + \delta x_1$, $y_1 + \delta y_1$, $z_1 + \delta z_1$, af hvilkas läge de virtuella momenternas storlek beror, äro punkter, af hvilka den ena ligger på tangenten i $x$, $y$, $z$ och den andra på tangenten i $x_1$, $y_1$, $z_1$.

2:o att då man godtyckligt valt den ena, den andra kan beräknas. Ur de fem eqvationerna

$$L = 0,$$
$$L_1 = 0,$$
$$M = 0,$$
$$M_1 = 0,$$
$$(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2 + (z_1 - z)^2 = l^2,$$

som tillsamman innehålla sex variabler, kan nemligen genom elimination fås en eqvation med tvenne variabler, af hvilka den ena är en coordinat för punkten $x, y, z$, den andra för punkten $x_1, y_1, z_1$. Antag $\Psi(z, z_1) = 0$. Genom differentiation af denna erhåller man en eqvation, som för hvarje godtyckligt valdt $\delta z$ ger ett motsvarande och till sitt värde bestämdt $\delta z_1$. Mot $\delta z$ svarar en punkt på tangenten i $x, y, z$, som liksom $\delta z$ är arbiträr; på tangenten i $x_1, y_1, z_1$ åter bestämmes af $\delta z_1$ en punkt, som liksom $\delta z_1$ är beroende.

3:o att afståndet $\lambda$ mellan $x + \delta x$, $y + \delta y$, $z + \delta z$ och $x_1 + \delta x_1$, $y_1 + \delta y_1$, $z_1 + \delta z_1$ icke i allmänhet är detsamma, som mellan $x, y, z$ och $x_1$, $y_1$, $z_1$. Det förra ger nemligen

$$\lambda^2 = \{x_1 - x + (\delta x_1 - \delta x)\}^2 + \{y_1 - y + (\delta y_1 - \delta y)\}^2 + \{z_1 - z + (\delta z_1 - \delta z)\}^2,$$

det sednare åter

$$l^2 = (x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2 + (z_1 - z)^2,$$

hvaraf genom subtraction och med stöd af

$$(x_1 - x)(\delta x_1 - \delta x) + (y_1 - y)(\delta y_1 - \delta y) + (z_1 - z)(\delta z_1 - \delta z) = 0$$

erhålles

$$\lambda^2 - l^2 = (\delta x_1 - \delta x)^2 + (\delta y_1 - \delta y)^2 + (\delta z_1 - \delta z)^2$$

och

$$\lambda - l = \frac{(\delta x_1 - \delta x)^2 + (\delta y_1 - \delta y)^2 + (\delta z_1 - \delta z)^2}{\lambda + l}.$$

Denna eqvation visar, att $\lambda - l$ icke kan blifva noll, såvidt icke vi göra differentialerna till nollor, eller hafva $\delta x_1 = \delta x$, $\delta y_1 = \delta y$, $\delta z_1 = \delta z$ och således curvornas tangenter parallela.

4:o att i enlighet med föregående observation ändpunkterna på den af krafter angripna linien icke kunna förflyttas så, att de liktidigt sammanträffa med de punkter, af hvilkas läge de virtuella momenters storlek bestämmes, hvilkas summa, ponerad lika med noll, utgör vilkoret för liniens jemvigt.

5:o att om man med $\delta s$ och $\delta s_1$ betecknar $\sqrt{\delta x^2 + \delta y^2 + \delta z^2}$ och $\sqrt{\delta x_1^2 + \delta y_1^2 + \delta z_1^2}$, så betyder equationen

$$(x_1 - x)(\delta x_1 - \delta x) + (y_1 - y)(\delta y_1 - \delta y) + (z_1 - z)(\delta z_1 - \delta z) = 0,$$

att projectionerna af $\delta s$ och $\delta s_1$ utefter den på curvorna hvilande

linien äro lika stora. Man kan nemligen skrifva denna eqvation under formen

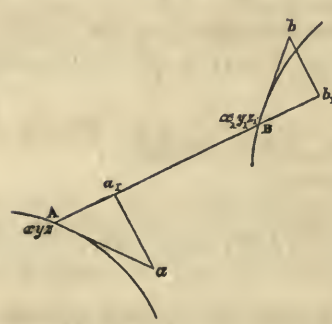
$$\delta s\left\{\frac{x_1-x}{l}\cdot\frac{\delta x}{\delta s}+\frac{y_1-y}{l}\cdot\frac{\delta y}{\delta s}+\frac{z_1-z}{l}\cdot\frac{\delta z}{\delta s}\right\}=\delta s_1\left\{\frac{x_1-x}{l}\cdot\frac{\delta x_1}{\delta s_1}+\frac{y_1-y}{l}\cdot\frac{\delta y_1}{\delta s_1}+\frac{z_1-z}{l}\cdot\frac{\delta z_1}{\delta s_1}\right\},$$

eller, om vinkeln mellan $\delta s$ och linien kallas $V$ och vinkeln mellan $\delta s_1$ och linien $V_1$,

$$\delta s \operatorname{Cos} V = \delta s_1 \operatorname{Cos} V_1$$

6:o att, om $a$ är den godtyckligt valda punkt på tangenten i $x, y, z$, på hvilken storleken af de i $x, y, z$ verkande krafternas virtuella momenter beror, den motsvarande punkten $b$ på tangenten i $x_1, y_1, z_1$ följaktligen bör fås såsom skärningspunkt mellan sistnämnda tangent och ett mot linien $AB$ vinkelrätt plan, hvars afstånd från $x_1, y_1, z_1$ är lika med afståndet mellan $x, y, z$ och projectionen $a_1$ af punkten $a$ på linien $AB$.

Fig. 12.




Exempel.

Eqvationen för den kroklinie sökes, i hvilken en stång af längden $l$ är i hvilket läge som helst i jemvigt, om dess ena ändpunkt endast kan röra sig på kroklinien och den andra på $y$-axeln.

Eqvationen för den sökta kroklinien är t. ex.

$$y_1 = f(x_1) \ldots\ldots\ldots (18)$$

Eqvationen för $y$-axeln är $x = 0$. Den eqvation, som uttrycker, att liniens längd är constant, är

$$x_1^2 + (y_1 - y)^2 = l^2 \ldots\ldots\ldots (19)$$

Jemvigtseqvationen är, om liniens tyngd kallas $m$,

$$-\frac{m}{2}\delta y - \frac{m}{2}\delta y_1 = 0 \ldots\ldots\ldots (20)$$

Differentiera vi eqv. (18) och (19), så få vi

$$\delta y_1 = f'(x_1)\delta x_1,$$
$$x_1\delta x_1 + (y_1 - y)(\delta y_1 - \delta y) = 0.$$

Af dessa erhålles vidare

$$\{x_1 + f'(x_1)(y_1 - y)\}\delta y_1 - f'(x_1)(y_1 - y)\delta y = 0.$$

Elimineras mellan denna eqvation och eqv. (20), så finner man

$$\{x_1 + 2f'(x_1)(y_1 - y)\}\delta y_1 = 0,$$

och således, emedan $\delta y_1$ är arbiträr,

$$x_1 + 2f'(x_1)(y_1 - y) = 0,$$

eller med stöd af eqv. (19)

$$x_1 \pm 2f'(x_1)\sqrt{l^2 - x_1^2} = 0.$$

Denna eqvation ger, om den integreras, en ellips

$$(2y_1 - c)^2 + x_1^2 = l^2.$$

Skall denna ellips gå genom origo, så måste $c = l$. Flyttas origo till $y = \frac{l}{2}$, $x = 0$, så blifver eqvationen

$$\frac{x^2}{l^2} + \frac{y^2}{\left(\frac{l}{2}\right)^2} = 1.$$

Den sista af eqvationerna (20), som kan skrifvas på följande sätt

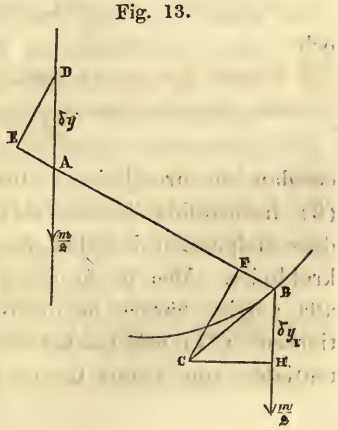
$$\sqrt{\delta x_1^2 + \delta y_1^2}\left\{\frac{x_1}{l}\cdot\frac{\delta x_1}{\sqrt{\delta x_1^2 + \delta y_1^2}} + \frac{y_1 - y}{l}\cdot\frac{\delta y_1}{\sqrt{\delta x_1^2 + \delta y_1^2}}\right\} = \frac{y_1 - y}{l}\cdot\delta y,$$

betyder, att om $AD$ tages godtyckligt, så måste $BC$ satisfiera

$$BC \operatorname{Cos} ABC = AD \operatorname{Cos} EAD,$$

och att således projectionerna af $AD$ och $BC$ nemligen $EA$ och $FB$, måste vara lika. Emedan vidare enligt jemvigtseqvationen $\delta y_1 = -\delta y$, så bör $(BH)$ till numeriskt värde vara lika med $(AD)$. Den sökta kroklinien skall följaktligen vara sådan, att om man från punkterna $H$ och $F$ drager tvenne vinkelräta linier, som skära hvarandra i punkten $C$, så måste denna punkt tillhöra tangenten; en omständig-

Fig. 13.



het, som ger oss medel i handen att, då läget af linien $AB$ är gifvet bestämma krokliniens mot samma läge svarande rigtning.

2:o Då linien stödjer sig med sina båda ändpunkter på ytor, hvilkas eqvationer äro

$$L = f(x, y, z) = 0,$$
$$M = \varphi(x_1, y_1, z_1) = 0.$$

A. På ett med det föregående analogt sätt finna vi, att nödvändiga följden af liniens jemvigt är

$$\Sigma\,(X\delta x + Y\delta y + Z\delta z + X_1\delta x_1 + Y_1\delta y_1 + Z_1\delta z_1) = 0,$$

der $\delta x$, $\delta y$, $\delta z$, $\delta x_1$, $\delta y_1$, $\delta z_1$ tagas ur eqvationerna

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial L}{dx}\delta x + \frac{\partial L}{dy}\delta y + \frac{\partial L}{dz}\delta z &= 0, \\ \frac{\partial M}{dx_1}\delta x_1 + \frac{\partial M}{dy_1}\delta y_1 + \frac{\partial M}{dz_1}\delta z_1 &= 0, \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \quad (21)$$

$$(x_1 - x)(\delta x_1 - \delta x) + (y_1 - y)(\delta y_1 - \delta y) + (z_1 - z)(\delta z_1 - \delta z) = 0 \; . \; . \quad (22)$$

B. Om åter

$$\Sigma\,(X\delta x + Y\delta y + Z\delta z + X_1\delta x_1 + Y_1\delta y_1 + Z_1\delta z_1) = 0, \; .. \quad (23)$$

så är linien i jemvigt. Ty om den icke vore i jemvigt, så skulle den komma att röra sig på tvenne kroklinier, hvilkas eqvationer tydligen böra vara af formen

$$L = f(x, y, z) = 0,$$
$$L_1 = f_1(x, y, z) = 0$$

och

$$M = \varphi(x_1, y_1, z_1) = 0,$$
$$M_1 = \varphi_1(x_1, y_1, z_1) = 0,$$

emedan de äro linier i ytorna $L = 0$ och $M = 0$. Enligt det i § (6) framställda lemma måste då också linien komma i rörelse, om dess ändpunkter i stället för att tillhöra ytorna tillhöra nyssnämnda kroklinier. Men nu är detta omöjligt, ty eqvationen (23) är sann för alla möjliga värden på differentialerna, om blott dessa tagas ur eqvationerna (21) och (22), och således a fortiori sann för alla de differentialer, som kunna fås ur eqvationerna

$$\frac{\partial L}{dx}\delta x + \frac{\partial L}{dy}\delta y + \frac{\partial L}{dz}\delta z = 0,$$

$$\frac{\partial L_1}{dx}\delta x + \frac{\partial L_1}{dy}\delta y + \frac{\partial L_1}{dz}\delta z = 0,$$

$$\frac{\partial M}{dx_1}\delta x_1 + \frac{\partial M}{dy_1}\delta y_1 + \frac{\partial M}{dz_1}\delta z_1 = 0,$$

$$\frac{\partial M_1}{dx_1}\delta x_1 + \frac{\partial M_1}{dy_1}\delta y_1 + \frac{\partial M_1}{dz_1}\delta z_1 = 0,$$

$$(x_1 - x)(\delta x_1 - \delta x) + (y_1 - y)(\delta y_1 - \delta y) + (z_1 - z)(\delta z_1 - \delta z) = 0,$$

och detta betyder, såsom vi af det föregående veta, att linien är i jemvigt på curvorna. Följaktligen måste linien äfven vara i jemvigt på ytorna.

Anmärkningar.

1. Om af ett problems beskaffenhet följer, att de på en linie applicerade krafterna icke tillåta henne att lösgöra sig från vissa gebit af de ytor, till hvilka ändpunkterna höra, så kan på alldeles samma sätt som här ofvan bevisas, att nödvändiga men också tillräckliga vilkoret för jemvigt inom samma gebit är, att

$$\Sigma(X\delta x + Y\delta y + Z\delta z + X_1\delta x_1 + Y_1\delta y_1 + Z_1\delta z_1) = 0,$$

då differentialerna tagas ur eqvationerna (21) och (22).

2. I enlighet med observationerna vid föregående fall anmärka vi här, att punkterna $x + \delta x$, $y + \delta y$, $z + \delta z$ och $x_1 + \delta x_1$, $y_1 + \delta y_1$, $z_1 + \delta z_1$, med afseende på hvilka de virtuella momenterna äro tagna, icke äro af hvarandra fullt oberoende punkter i de båda ytornas tangentplan. Man kan nemligen i det första tangentplanet välja en godtycklig punkt, hvarigenom de trenne differentialerna $\delta x$, $\delta y$, $\delta z$ blifva bestämda. Insätta vi dessa i eqvationen (22), så ger denna, tillsamman med nästföregående, tvenne eqvationer för bestämmandet af de tre qvantiteterna $\delta x_1$, $\delta y_1$, $\delta z_1$. Man kan således icke godtyckligt välja både $\delta x_1$ och $\delta y_1$ och derefter bestämma $\delta z_1$, utan man kan blott taga den ena af dem arbiträrt, hvarefter de båda andras storlek blifver bestämd. Punkten $x_1 + \delta x_1$, $y_1 + \delta y_1$, $z_1 + \delta z_1$ tillhör således en mot punkten $x + \delta x$, $y + \delta y$, $z + \delta z$ svarande linie i tangentplanet, och vi se häraf, att mot en arbiträr punkt i det ena tangentplanet svarar ett helt system af punkter i det andra, men deremot icke hvarje punkt i hela detta plan.

3. Vidare anmärka vi, att afståndet mellan ändpunkterna icke i allmänhet är detsamma, som mellan punkterna $x+\delta x$, $y+\delta y$, $z+\delta z$ och $x_1+\delta x_1$, $y_1+\delta y_1$, $z_1+\delta z_1$.

4. Ytterligare, att om man genom punkterna $x+\delta x$, $y+\delta y$, $z+\delta z$ och $x_1+\delta x_1$, $y_1+\delta y_1$, $z_1+\delta z_1$ lägger tvenne mot den af krafter angripna linien vinkelräta plan, så visar eqvationen

$$(x_1-x)(\delta x_1-\delta x)+(y_1-y)(\delta y_1-\delta y)+(z_1-z)(\delta z_1-\delta z)=0,$$

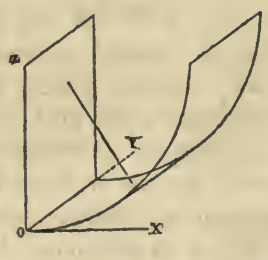
att dessa äro lika långt aflägsna från hvar sin af punkterna $x$, $y$, $z$ och $x_1$, $y_1$, $z_1$.

5. Slutligen, att om $x+\delta x$, $y+\delta y$, $z+\delta z$ är en godtyckligt vald punkt i det till $x$, $y$, $z$ hörande tangentplanet, så är i enlighet med anmärkningarna (2) och (4) den motsvarande punkten $x_1+\delta x_1$, $y_1+\delta y_1$, $z_1+\delta z_1$ en punkt hvilken som helst på genomskärningan mellan tangentplanet i $x_1$, $y_1$, $z_1$ och ett mot den på ytorna hvilande linien vinkelrätt plan, hvars afstånd från $x_1$, $y_1$, $z_1$ är lika med afståndet mellan punkten $x$, $y$, $z$ och det plan, som är vinkelrätt mot sistnämnda linie och innehåller punkten $x+\delta x$, $y+\delta y$, $z+\delta z$.

Exempel.

En stång $l$ är lutande mot $yz$-planet och hvilar på en cylindrisk yta, hvars projection i $xz$-planet är en halfcirkel. Man vill veta hvad ställning stången bör hafva, för att den må stå i jemvigt.

Fig. 14.




Obs. Detta problem kan behandlas så, som om ändpunkterna icke kunde aflägsnas från de ytor, mot hvilka stången stödjer sig, så länge som stångens nedre ända hvilar på cylinderytans nedre hälft.

Den cylindriska ytans eqvation är

$$x=\sqrt{2rz-z^2}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (24)$$

Den eqvation, som uttrycker, att stångens längd är constant, är

$$x^2+(y-y_1)^2+(z-z_1)^2=l^2. \quad . \quad . \quad . \quad (25)$$

Jemvigtseqvationen är, om stångens tyngd $m$ fördelas så, att hälften deraf förlägges till hvardera ändpunkten,

$$-\frac{m}{2}\delta z-\frac{m}{2}\delta z_1=0,$$

eller

$$\delta z + \delta z_1 = 0 .$$

Differentieras eqvationerna (24) och (25), så erhållas

$$\delta x = \frac{r - z}{\sqrt{2rz - z^2}} . \delta z$$

och

$$x\delta x + (y - y_1)(\delta y - \delta y_1) + (z - z_1)(\delta z - \delta z_1) = 0 .$$

Mellan dessa och jemvigtseqvationen böra differentialerna elimineras, så långt ske kan. Vi finna

$$(r + z - 2z_1) . \frac{x}{r - z} \delta x + (y - y_1)(\delta y - \delta y_1) = 0 ,$$

en eqvation, som bör satisfieras af alla möjliga värden på $\delta x$, $\delta y$ och $\delta y_1$, hvaraf följer, att antingen

$$r + z - 2z_1 = 0 ,$$

$$y - y_1 = 0$$

eller

$$x = 0 ,$$

$$y - y_1 = 0 .$$

De tvenne första eqvationerna gifva följande coordinater för liniens ändpunkter i jemvigtsläget:

$$x = \sqrt{\frac{4l^2 - r^2}{3}} ,$$

$$z = r - 2\sqrt{\frac{r^2 - l^2}{3}} ,$$

$$z_1 = r - \sqrt{\frac{r^2 - l^2}{3}} ,$$

$$y = y_1 = \text{arbiträr.}$$

Dessa coordinater blifva imaginära, om $l > r$ eller $< \frac{r}{2}$, och jemvigt är i detta fall endast möjligt, då liniens ändpunkter hafva de lägen, som af de båda andra eqvationerna bestämmas, nemligen:

$$x = 0,$$
$$z = 0,$$
$$z_1 = l,$$
$$y = y_1 = \text{arbiträr.}$$

3:o Liniens ändpunkter fullkomligt fria.

A. Vi antaga först, att linien är i jemvigt. Då är resultanten af de krafter, som verka i punkten $x$, $y$, $z$, lika med resultanten af de krafter, som verka i $x_1$, $y_1$, $z_1$. Dessa resultanter verka också mot hvarandra och i liniens rigtning. Således följer af jemvigten, att

$$(\Sigma X)^2 + (\Sigma Y)^2 + (\Sigma Z)^2 = (\Sigma X_1)^2 + (\Sigma Y_1)^2 + (\Sigma Z_1)^2 = R^2,$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{\Sigma X}{R} &= \frac{x-x_1}{l}, \\ \frac{\Sigma Y}{R} &= \frac{y-y_1}{l}, \\ \frac{\Sigma Z}{R} &= \frac{z-z_1}{l}, \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (26)$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{\Sigma X_1}{R} &= -\frac{x-x_1}{l}, \\ \frac{\Sigma Y_1}{R} &= -\frac{y-y_1}{l}, \\ \frac{\Sigma Z_1}{R} &= -\frac{z-z_1}{l}. \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (27)$$

Multipliceras nu eqvationerna (26) respective med $\Delta x$, $\Delta y$, $\Delta z$ och eqvationerna (27) med $\Delta x_1$, $\Delta y_1$, $\Delta z_1$ och adderas, så blifva summorna

$$\frac{1}{R}\Sigma\left\{X\Delta x + Y\Delta y + Z\Delta z + X_1\Delta x_1 + Y_1\Delta y_1 + Z_1\Delta z_1\right\}$$

och

$$\frac{1}{l}\left\{(x-x_1)(\Delta x-\Delta x_1) + (y-y_1)(\Delta y-\Delta y_1) + (z-z_1)(\Delta z-\Delta z_1)\right\}$$

lika, och om vi här gifva åt differenserna de värden, som tillkomma differentialerna i eqvationen

$$(x-x_1)(\delta x-\delta x_1) + (y-y_1)(\delta y-\delta y_1) + (z-z_1)(\delta z-\delta z_1) = 0, \ldots (28)$$

så få vi såsom följd af jemvigten

$$\Sigma\,(X\delta x + Y\delta y + Z\delta z + X_1\delta x_1 + Y_1\delta y_1 + Z_1\delta z_1) = 0. \ . \ . \quad (29)$$

B. Om vi för det andra antaga, att eqvationen (29) är sann för alla de värden på differentialerna, som kunna tagas ur eqvationen (28), så är linien i jemvigt. Ty af vårt antagande följer, att venstra membra i eqvationerna (28) och (29) blott kunna skilja sig från hvarandra på en constant factor, och att således

$$\frac{\Sigma X}{x-x_1} = \frac{\Sigma Y}{y-y_1} = \frac{\Sigma Z}{z-z_1} = \frac{\Sigma X_1}{x_1-x} = \frac{\Sigma Y_1}{y_1-y} = \frac{\Sigma Z_1}{z_1-z} = k,$$

der man tydligen bör erhålla

$$k = \pm\frac{\sqrt{(\Sigma X)^2+(\Sigma Y)^2+(\Sigma Z)^2}}{l} = \pm\frac{\sqrt{(\Sigma X_1)^2+(\Sigma Y_1)^2+(\Sigma Z_1)^2}}{l}$$

$$= \frac{R}{l}.$$

Men af dessa eqvationer följer, att

$$(\Sigma X)^2+(\Sigma Y)^2+(\Sigma Z)^2 = (\Sigma X_1)^2+(\Sigma Y_1)^2+(\Sigma Z_1)^2 = R^2,$$

$$\frac{\Sigma X}{R} = \frac{x-x_1}{l},$$

$$\frac{\Sigma Y}{R} = \frac{y-y_1}{l},$$

$$\frac{\Sigma Z}{R} = \frac{z-z_1}{l},$$

$$\frac{\Sigma X_1}{R} = -\frac{x\ \ x_1}{l},$$

$$\frac{\Sigma Y_1}{R} = -\frac{y-y_1}{l},$$

$$\frac{\Sigma Z_1}{R} = -\frac{z-z_1}{l}$$

och att således resultanterna af de krafter, som äro anbragta i liniens ändpunkter, äro lika stora, hafva liniens rigtning och motverka hvarandra, hvadan jemvigt bör äga rum.

Nödvändiga och tillräckliga vilkoret för jemvigt hos en linie, hvars ändpunkter äro fullkomligt fria, är följaktligen, att

$$\Sigma (X\delta x + Y\delta y + Z\delta z + X_1\delta x_1 + Y_1\delta y_1 + Z_1\delta z_1) = 0$$

satisfieras, då differentialerna tagas ur eqvationen

$$(x—x_1)(\delta x—\delta x_1) + (y—y_1)(\delta y—\delta y_1) + (z—z_1)(\delta z—\delta z_1) = 0 .$$

Anmärkning.

Hvad förut vid (3) och (4) blifvit anmärkt gäller äfven här, och i enlighet med sistnämnda obs. ligger den punkt $x_1+\delta x_1$, $y_1+\delta y_1$, $z_1+\delta z_1$, som motsvarar den godtyckligt valda punkten $x+\delta x$, $y+\delta y$, $z+\delta z$, hvar som helst i ett plan, hvilket är vinkelrätt mot den af krafter angripna linien och beläget på ett afstånd från den sistnämnde punkten, som är lika med liniens längd $l$.

Nödvändiga men också tillräckliga vilkoret för jemvigt hos en linie är äfven i följande trenne fall, att summan af alla med ändpunkternas rörelse och inbördes samband förenliga virtuella momenter är noll.

4:o Då liniens ena ändpunkt hvilar på en yta, hvars eqvation är

$$L = f(x, y, z) = 0 ,$$

och den andra på en curva

$$M = \varphi (x_1, y_1, z_1) = 0 ,$$

$$M_1 = \varphi_1 (x_1, y_1, z_1) = 0 .$$

Beviset så, som i första händelsen.

5:o Då liniens ena ändpunkt är fri och den andra tillhör en curva, hvars eqvationer äro

$$L = f(x, y, z) = 0 ,$$

$$L_1 = f_1(x, y, z) = 0 .$$

A. Beviset så, som i första händelsen.

B. Om

$$\Sigma (X\delta x + Y\delta y + Z\delta z + X_1\delta x_1 + Y_1\delta y_1 + Z_1\delta z_1) = 0$$

är sann för alla värden på differentialerna, som kunna fås ur eqvationerna

$$\left.\begin{aligned} &(x-x_1)(\delta x-\delta x_1)+(y-y_1)(\delta y-\delta y_1)+(z-z_1)(\delta z-\delta z_1)=0\,,\\ &\frac{\partial L}{dx}\delta x+\frac{\partial L}{dy}\delta y+\frac{\partial L}{dz}\delta z=0\,,\\ &\frac{\partial L_1}{dx}\delta x+\frac{\partial L_1}{dy}\delta y+\frac{\partial L_1}{dz}\delta z=0\,, \end{aligned}\right\} \quad (30)$$

så kan på följande sätt bevisas, att linien är i jemvigt.

Emedan de eqvationer, ur hvilka differentialerna böra tagas, blott äro trenne, men differentialerna sex, så äga vi naturligtvis rättighet att ponera $\delta x$ lika med noll, hvaraf först och främst följer, att $\delta y = 0$ och $\delta z = 0$, och vidare, att eqvationen

$$\Sigma\,(X_1\delta x_1 + Y_1\delta y_1 + Z_1\delta z_1) = 0$$

måste vara sann för alla differentialer, som kunna fås ur eqvationen

$$(x—x_1)\delta x_1 + (y—y_1)\delta y_1 + (z—z_1)\delta z_1 = 0\,.$$

Detta visar, att de båda sista eqvationerna endast kunna skilja sig från hvarandra i afseende på en constant factor, och att således

$$\frac{\Sigma X_1}{x-x_1}=\frac{\Sigma Y_1}{y-y_1}=\frac{\Sigma Z_1}{z-z_1}\,,$$

och detta åter, att resultanten af de i $x_1$, $y_1$, $z_1$ applicerade krafterna har liniens egen rigtning och således skulle kunna förflyttas till punkten $x$, $y$, $z$, samt att följaktligen liniens jemvigt skulle kunna åstadkommas, om den icke redan ägde rum, derigenom att man i punkten $x$, $y$, $z$ införde en kraft $K$ af lämplig storlek och rigtning. Låtom oss införa en sådan kraft och kalla dess vinklar mot positiva coordinataxlarna $\alpha$, $\beta$, $\gamma$. Numera bör linien vara i jemvigt och således på grund af $A$

$$\Sigma\,(X\delta x+Y\delta y+Z\delta z+X_1\delta x_1+Y_1\delta y_1+Z_1\delta z_1)+K(\mathrm{Cos}\alpha\delta x+\mathrm{Cos}\beta\delta y+\mathrm{Cos}\gamma\delta z)=0$$

vara sann, sålänge differentialerna tagas ur eqvationerna (30) samt sålunda äfven tillfölje af vårt första antagande

$$K\,(\mathrm{Cos}\alpha\delta x + \mathrm{Cos}\beta\delta y + \mathrm{Cos}\gamma\delta z) = 0\,,$$

hvilket gifver antingen

$$K = 0\,,$$

eller

$$\mathrm{Cos}\alpha\delta x + \mathrm{Cos}\beta\delta y + \mathrm{Cos}\gamma\delta z = 0\,.$$

Vi se häraf, att antingen bör ingen ny kraft införas, eller också måste den göras normal mot curvan. Följaktligen är hon alltid öfverflödig och linien henne förutan i jemvigt.

6:o Då liniens ena ändpunkt är fri och den andra kan glida utefter men ej lösgöras från en yta, hvars eqvation är

$$L = f(x, y, z) = 0 .$$

Beviset nästan ord för ord lika med föregående.

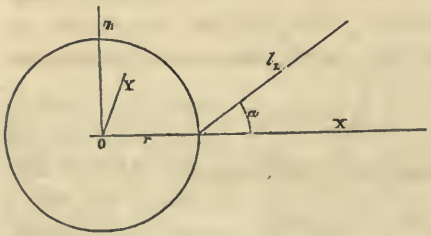
Anmärkning.

För de trenne sista i denna paragraf förekommande händelser gälla anmärkningar, som äro likartade med dem, som blifvit gjorda vid de trenne första.

Exempel.

I en rät linies ändpunkter, af hvilka den ena kan röra sig på en i $xz$-planet liggande cirkel och den andra är fri, skola krafterna $P$ och $Q$ appliceras på sådant sätt, att linien tillfölje af deras verkan kommer i jemvigt i cirkelns plan och får det läge, som vidstående figur utvisar. Man vill lära känna de rigtningar, som åt $P$ och $Q$ böra gifvas.

Fig. 15.




Cirkelns eqvation är

$$x^2 + z^2 = r^2 ,$$
$$y = 0 .$$

Coordinaterna för liniens ändpunkter äro $x = r$, $y = o$, $z = o$ och $x_1 = r + l_1 \operatorname{Cos} \alpha$, $y_1 = o$, $z_1 = l_1 \operatorname{Sin} \alpha$.

De obekanta vinklar, som krafterna $P$ och $Q$ böra göra med positiva coordinataxlarna, kalla vi $l$, $m$, $n$ och $\lambda$, $\mu$, $\nu$. Kraftcomponenterna äro således

$$X = P \operatorname{Cos} l ,$$
$$Y = P \operatorname{Cos} m ,$$
$$Z = P \operatorname{Cos} n ,$$

och

$$X_1 = P \operatorname{Cos} \lambda ,$$
$$Y_1 = P \operatorname{Cos} \mu ,$$
$$Z_1 = P \operatorname{Cos} \nu$$

samt jemvigtseqvationen

$$P\{\mathrm{Cos}\, l\delta x + \mathrm{Cos}\, m\delta y + \mathrm{Cos}\, n\delta z\} + Q\{\mathrm{Cos}\, \lambda\delta x_1 + \mathrm{Cos}\, \mu\delta y_1 + \mathrm{Cos}\, \nu\delta z_1\} = 0\,,$$

der differentialerna böra bestämmas genom eqvationerna

$$x\delta x + z\delta z = 0\,,$$

$$\delta y = 0\,,$$

$$(x - x_1)(\delta x - \delta x_1) + (y - y_1)(\delta y - \delta y_1) + (z - z_1)(\delta z - \delta z_1) = 0\,,$$

sedan vi i dem insatt ändpunkternas coordinater, således genom

$$\delta x = 0\,,$$

$$\delta y = 0\,,$$

$$\mathrm{Cos}\, \alpha\,.\,\delta x_1 - \mathrm{Sin}\, \alpha\,.\,\delta z + \mathrm{Sin}\, \alpha\, \delta z_1 = 0\,.$$

Transformeras nu jemvigtseqvationen med tillhjelp af de trenne sista eqvationerna, så få vi

$$\frac{P\,\mathrm{Cos}\, n\,\mathrm{Cos}\, \alpha + Q\,\mathrm{Cos}\, \lambda\,\mathrm{Sin}\, \alpha}{\mathrm{Sin}\, \alpha}\,\delta x_1 + Q\,\mathrm{Cos}\mu\delta y_1 + (P\,\mathrm{Cos}\, n + Q\,\mathrm{Cos}\, \nu)\delta z_1 = 0$$

och, emedan denna eqvation bör vara sann oberoende af differentialernas värden,

$$\mathrm{Cos}\ \mu\ =\ 0\,,$$

$$P\,\mathrm{Cos}\, n\,\mathrm{Cos}\, \alpha\ =\ -\,Q\,\mathrm{Cos}\, \lambda\,\mathrm{Sin}\, \alpha,$$

$$P\,\mathrm{Cos}\, n\ =\ -\,Q\,\mathrm{Cos}\, \nu\,.$$

Tillfölje af den första eqv. bör kraften $Q$ ligga i $xz$-planet och således

$$\mathrm{Cos}\, \nu\ =\ \pm\ \mathrm{Sin}\, \lambda$$

samt följaktligen enligt de båda sednare

$$\mathrm{tg}\, \lambda\ =\ \pm\ \mathrm{tg}\, \alpha\,,$$

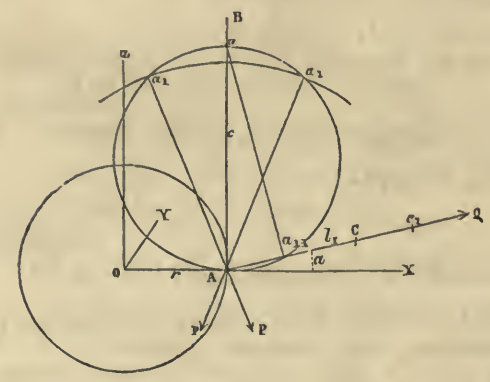
hvilket betyder, att $Q$ bör hafva liniens rigtning, ehuru det lemnas obestämdt, om den bör gå från $x$, $y$, $z$ till $x_1$, $y_1$, $z_1$ eller tvärtom. Den sista eqvationen åter visar, att man bör gifva åt $P$ en sådan rigtning, att

$$\mathrm{Cos}\, n\ =\ \mp\ \frac{Q}{P}\,\mathrm{Sin}\, \lambda\,.$$

Med storleken af $l$ och $m$ behöfver man ej befatta sig.

Genom följande geometriska construction kunna vi bestämma ett par af de för jemvigt erforderliga lägena hos krafterna $P$ och $Q$. Emedan $Q$ bör verka i liniens rigtning, så afsätta vi antingen på sjelfva $AC$ eller på dess förlängning och från $C$ räknadt en linie, hvars storlek må representera denna kraft. Antag att vi afsatt henne så, som figuren utvisar. På tangenten $AB$ taga vi nu en punkt $a$ efter behag och fälla derifrån en vinkelrät linie $Aa_{II}$ mot $AC$. På förlängningen af $AC$ afsätta vi vidare ett stycke $Cc_1 = Aa_{II}$. Hvarje punkt i hela det plan, som är vinkelrätt mot $AC$ och går genom punkten $c_1$, motsvarar denna enda punkt $a$ på tangenten $AB$, och kraftmomentet i $C$ blifver $Q \times (Cc_1)$. Jemvigtseqvationen är, om vi kalla kraftens väg i $A$ $Aa_I$,

Fig. 16.




$$P \times (Aa_1) + Q \times (Cc_1) = 0,$$

och denna eqvation visar, att emedan vi gjort $Cc_I$ positiv, så bör $Aa_I$ vara negativ och till numerisk valör lika med fjerde proportionalen i analogien

$$P : Q = Cc_1 : \zeta.$$

Representeras kraften $P$ genom en rät linie och den ifrågavarande fjerde proportionalen sökes, samt med denna såsom radie och med $A$ till medelpunkt en cirkel uppritas; om vidare på $Aa$ en annan cirkel beskrifves; ytterligare från skärningspunkterna $a_I$ tvenne räta linier $Aa_I$ dragas; samt slutligen på deras förlängningar afsättas stycken af längden $P$: så betecknar hvar och en af rigtningarna $AP$ en sådan rigtning, i hvilken kraften $P$ tillsamman med $Q$ håller linien i jemvigt.

28. Analogt med det, som sades i § (26), behöfver icke heller i fråga om en linies jemvigt uttryckligen tillkännagifvas, att liniens ändpunkter röra sig utefter curvor, ytor eller äro fria; det är nog, om detta implicit ligger i de eqvationer, som uttrycka relationerna mellan ändpunkternas coordinater, och så ofta detta är förhållandet, är nöd-

vändiga men också tillräckliga vilkoret för liniens jemvigt, att summan af alla med ändpunkternas rörelse och inbördes samband förenliga virtuella momenter är noll.

29. Om jemvigt hos krafter, som äro applicerade till tvenne punkter $m$ och $m_1$, hvilka kunna röra sig endast utefter bestämda curvor och sinsemellan äro förenade genom något visst samband.

Vi antaga, att coordinaterna för $m$ och $m_1$ äro $x$, $y$, $z$ och $x_1$, $y_1$, $z_1$ och att eqvationerna för de curvor, på hvilka dessa punkter kunna röra sig, äro

$$x = f(z),$$

$$y = f_1(z)$$

och

$$x_1 = \varphi(z_1),$$

$$y_1 = \varphi_1(z_1),$$

samt att det samband, som förenar dem, uttryckes genom

$$F(z, z_1) = 0.$$

Af denna sista eqvation synes, att mot en godtyckligt vald punkt på den ena curvan svarar i allmänhet en viss punkt på den andra.

Om vi differentiera föregående eqvationer, så erhålla vi

$$\left.\begin{aligned} \delta x &= f'(z)\,\delta z, \\ \delta y &= f'_1(z)\,\delta z, \\ \delta x_1 &= \varphi'(z_1)\,\delta z_1, \\ \delta y_1 &= \varphi'_1(z_1)\,\delta z_1, \\ \frac{\partial F}{dz}\,\delta z &+ \frac{\partial F}{dz_1}\,\delta z_1 = 0, \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (31)$$

och dessa eqvationer visa, att i allmänhet mot hvarje godtyckligt valdt värde på $\delta z$ svarar ett bestämdt värde på $\delta z_1$, och att således mot hvarje godtyckligt vald punkt på den till punkten $x$, $y$, $z$ hörande tangenten svarar en bestämd punkt på tangenten i $x_1$, $y_1$, $z_1$.

Om vi nu på en yta, hvars eqvation må vara

$$\chi(\xi, \eta, \zeta) = 0,$$

valt en på henne rörlig punkt $\mu$ och förenat denna med punkterna $m$

och $m_1$ medelst tvenne till längd och form oföränderliga räta linier $l$ och $l_1$, och detta på ett sådant sätt, att nämnde linier icke äro normala mot de krooklinier, till hvilka punkterna $m$ och $m_1$ höra, så är klart, att om punkten $m$ sättes i rörelse och tillfölje af sitt samband med $m_1$ tvingar denna punkt att röra sig, punkten $\mu$ äfvenledes måste komma i rörelse och beskrifva en på ofvannämnda yta liggande curva, hvilken vi för korthets skull vilja kalla $C(m, m_1)$. Åtminstone är det tydligt, att så bör vara förhållandet, så vidt vi icke göra vårt val af $\mu$ så illa, att en rörelse hos punkterna $m$ och $m_1$ tvingar denna punkt att lösgöra sig från ytan, något som naturligtvis alltid kan undvikas, enär vi äga full frihet såväl i valet af punkten $\mu$ som af sjelfva den yta, vid hvilken han bör vara förenad. Denna curvas eqvationer böra naturligtvis erhållas ur eqvationerna

$$\left.\begin{aligned} x &= f(z), \\ y &= f_1(z), \\ x_1 &= \varphi(z_1), \\ y_1 &= \varphi_1(z_1), \\ F(z, z_1) &= 0, \\ (x-\xi)^2+(y-\eta)^2+(z-\zeta)^2 &= l^2, \\ (x_1-\xi)^2+(y_1-\eta)^2+(z_1-\zeta)^2 &= l_1^2, \\ \chi(\xi, \eta, \zeta) &= 0, \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (32)$$

om man ur dem bortelimminerar $x$, $y$, $z$ och $x_1$, $y_1$, $z_1$. Till en del kan denna elimination genast verkställas. Vi finna nemligen

$$\left.\begin{aligned} \{f(z)-\xi\}^2 + \{f_1(z)-\eta\}^2 + \{z-\zeta\}^2 &= l^2, \\ \{\varphi(z_1)-\xi\}^2 + \{\varphi_1(z_1)-\eta\}^2 + \{z_1-\zeta\}^2 &= l_1^2, \\ F(z, z_1) &= 0, \\ \chi(\xi, \eta, \zeta) &= 0. \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (33)$$

Om det nu också icke står i vår förmåga att solvera de tvenne första af dessa eqvationer i afseende på $z$ och $z_1$, så synes likväl, att nämnde variabler äro functioner af $\xi$, $\eta$, $\zeta$, och det är tydligt, att om dessa functioner insättas i stället för $z$ och $z_1$ i eqvationen (33), vi härigenom erhålla en eqvation i $\xi$, $\eta$, $\zeta$, som tillsamman med

$$\chi(\xi, \eta, \zeta) = 0$$

är eqvationen för den kroklinie $C(m, m_1)$, på hvilken den för linierna $l$ och $l_1$ gemensamma ändpunkten $\mu$ rör sig, under det att deras öfriga ändpunkter $m$ och $m_1$ röra sig utefter sina respective curvor med bibehållande af det inbördes samband, som är bestämdt genom eqvationen

$$F(z, z_1) = 0.$$

Låtom oss nu antaga, att ändpunkten $\mu$ är förenad med den i frågavarande curvan $C(m, m_1)$ på ett sådant sätt, att den väl kan röra sig på men ej lösgöra sig från henne. Det är då först och främst tydligt, att punkterna $m$ och $m_1$ icke af sitt samband med $\mu$ i minsta mån förhindras från att röra sig, enär sistnämnda punkt endast tvingas att följa den curva, som han äfven utan tvång skulle hafva följt. Vidare är tydligt, att nyssnämnda samband icke förändrar den ursprungligt gifna lag, som bestämmer det samtidiga läget hos punkterna $m$ och $m_1$, enär under uppkomsten af curvan $C(m, m_1)$ eqvationen (33) aldrig upphört att vara gällande. Äfvenledes är klart, att om man differentierar eqvationerna (32), hvarigenom man erhåller

$$\left.\begin{aligned} \delta x &= f'(z)\,\delta z, \\ \delta y &= f_1'(z)\,\delta z_1, \\ \delta x_1 &= \varphi'(z_1)\,\delta z_1, \\ \delta y_1 &= \varphi_1'(z_1)\delta z_1, \\ \frac{\partial F}{dz}\,\delta z + \frac{\partial F}{dz_1}\,\delta z_1 &= 0, \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (34)$$

$$\left.\begin{aligned} (x-\xi)(\delta x-\delta\xi) + (y-\eta)(\delta y-\delta\eta) + (z-\zeta)(\delta z-\delta\zeta) &= 0, \\ (x_1-\xi)(\delta x_1-\delta\xi) + (y_1-\eta)(\delta y_1-\delta\eta) + (z_1-\zeta)(\delta z_1-\delta\zeta) &= 0, \end{aligned}\right\} \quad .. \quad (35)$$

$$\frac{\partial\chi}{d\xi}\,\delta\xi + \frac{\partial\chi}{d\eta}\,\delta\eta + \frac{\partial\chi}{d\zeta}\,\delta\zeta = 0, \quad \ldots\ldots \quad (36)$$

så gifva dessa eqvationer värdena på de mot ett godtyckligt valdt $\delta z$ svarande differentialerna $\delta x$, $\delta y$, $\delta x_1$, $\delta y_1$, $\delta z_1$ alldeles lika med dem, som fås ur eqvationerna (31), hvaraf följer, att den punkt på tangenten i $x_1$, $y_1$, $z_1$, som motsvarar en godtyckligt vald punkt på tangenten i $x, y, z$, blifver densamma, antingen han beräknas directe medelst eqvationerna (31), eller medelbart derigenom, att man först söker den punkt på tangenten i $\xi$, $\eta$, $\zeta$, som svarar mot den valda. Slutligen är äfven tydligt, att ingendera af linierna $l$ och $l_1$ kan vara

normal mot curvan $C(m, m_1)$, ty då de enligt antagande icke äro normala mot de curvor, vid hvilka punkterna $m$ och $m_1$ äro förenade, så kunna icke eqvationerna

$$(x—\xi)\delta x + (y—\eta)\delta y + (z—\zeta)\delta z = 0,$$

$$(x_1—\xi)\delta x_1 + (y_1—\eta)\delta y_1 + (z_1—\zeta)\delta z_1 = 0,$$

och således icke heller, tillfölje af (35), eqvationerna

$$(x—\xi)\delta\xi + (y—\eta)\delta\eta + (z—\zeta)\delta\zeta = 0,$$

$$(x_1—\xi)\delta\xi + (y_1—\eta)\delta\eta + (z_1—\zeta)\delta\zeta = 0$$

vara satisfierade. Men dessa sista eqvationer uttrycka just vilkoret för, att linierna $l$ och $l_1$ äro normala mot curvan $C(m, m_1)$.

A. Vi antaga först, att punkterna $m$ och $m_1$ äro i jemvigt och att componenterna af de krafter, som äro applicerade till dessa punkter, äro respective $\Sigma X$, $\Sigma Y$, $\Sigma Z$ och $\Sigma X_1$, $\Sigma Y_1$, $\Sigma Z_1$.

Låtom oss i detta fall förena punkterna $m$ och $m_1$ medelst linierna $l$ och $l_1$ med den på curvan $C(m, m_1)$ liggande punkten $\mu$. Emedan, såsom nyss är nämndt, detta nya föreningsband mellan $m$ och $m_1$ ej står i ringaste strid med det, som är gifvet genom eqvationen $F(z, z_1) = 0$, så är tydligt, att det hvarken befordrar eller motverkar dessa punkters jemvigt. Låtom oss vidare till ändpunkterna af linien $l$ och i hennes rigtning applicera tvenne lika stora krafter $T$ och $—T$, som verka mot hvarandra, och gifva åt dem en sådan storlek, att kraften $T$ i förening med $\Sigma X, \Sigma Y, \Sigma Z$ skulle hålla $m$ i jemvigt, om denna punkt vore fri från sitt samband med de öfriga och endast tvungen att, i fall den rörde sig, följa den curva, på hvilken han nu hvilar. Detta är alltid möjligt, emedan linien $l$ enligt antagande icke är normal mot denna curva. Låtom oss på samma sätt applicera till ändpunkterna af linien $l_1$ och i hennes rigtning tvenne lika stora och hvarandra motsatta krafter $T_1$ och $—T_1$ och gifva åt dessa en sådan storlek, att $T_1$ i förening med $—T$ skulle hålla punkten $\mu$ i jemvigt, om denna vore fri från sitt samband med de öfriga punkterna och endast tvungen att, ifall den rörde sig, följa curvan $C(m, m_1)$. Äfven detta är alltid möjligt, enär, såsom nyss är visadt, ingendera af linierna $l$ och $l_1$ är normal mot sistnämnda curva.

Derigenom att dessa fyra krafter blifvit införda, har jemvigten icke blifvit rubbad, ty de förstöra hvarandra inbördes två och två. Men nu upphäfva krafterna $\Sigma X$, $\Sigma Y$, $\Sigma Z$ och $T$ hvarandras verkan på punk-

ten $m$ och kunna derföre utan skada för jemvigten tagas bort. På samma sätt upphäfva äfven krafterna $-T$ och $T_1$ hvarandras verkan på punkten $\mu$ (naturligtvis med tillhjelp af den normala kraft, som curvan $C(m, m_1)$ alstrar) och kunna äfvenledes borttagas, utan att jemvigten derigenom störes. Följaktligen måste de återstående krafterna $\Sigma X_1$, $\Sigma Y_1$, $\Sigma Z_1$ och $-T_1$, som numera äro de enda, som verka på punktsystemet, hålla punkten $m_1$ i jemvigt, ty i annat fall skulle denna punkt komma i rörelse och rycka med sig de öfriga, som icke vidare hafva någon förmåga att göra motstånd. Af jemvigten hos punkterna $m$ och $m_1$ följer således, att kraften $-T_1$ skulle i förening med $\Sigma X_1$, $\Sigma Y_1$, $\Sigma Z_1$ hålla punkten $m_1$ i jemvigt, om denna punkt vore fri från sitt samband med de öfriga punkterna och endast kunde röra sig på men ej lösgöras från den curva, på hvilken han enligt antagande hvilar.

Tillfölje af vårt sätt att bestämma storleken af $T$, och emedan denna krafts componenter tydligen äro

$$\pm\ T.\frac{\xi-x}{l}, \qquad \pm\ T.\frac{\eta-y}{l}, \qquad \pm\ T.\frac{\zeta-z}{l},$$

måste nu eqvationen

$$\pm\ \frac{T}{l}\left\{(\xi-x)\delta x+(\eta-y)\delta y+(\zeta-z)\delta z\right\}+\Sigma\,(X\delta x+Y\delta y+Z\delta z)=0\,. \quad (37)$$

vara sann, om vi blott gifva åt $\delta x$, $\delta y$, $\delta z$ sådana värden, som motsvara någon punkt på tangenten i $x$, $y$, $z$.

På samma sätt måste också i följd af det förhållande, vi antagit, mellan krafterna $-T$ och $T_1$ och emedan deras componenter äro

$$\mp\ T.\frac{\xi-x}{l}, \qquad \mp\ T.\frac{\eta-y}{l}, \qquad \mp\ T.\frac{\zeta-z}{l}$$

och

$$\pm\ T_1\frac{\xi-x_1}{l_1}, \qquad \pm\ T_1\frac{\eta-y_1}{l_1}, \qquad \pm\ T_1\frac{\zeta-z_1}{l_1},$$

eqvationen

$$\mp\ \frac{T}{l}\left\{(\xi-x)\delta\xi+(\eta-y)\delta\eta+(\zeta-z)\delta\zeta\right\}\pm\frac{T_1}{l_1}\left\{(\xi-x_1)\delta\xi+(\eta-y_1)\delta\eta+(\zeta-z_1)\delta\zeta\right\}=0\,(38)$$

vara sann, om vi gifva åt $\delta\xi$, $\delta\eta$, $\delta\zeta$ värden, som motsvara någon punkt på tangenten i $\xi$, $\eta$, $\zeta$.

Slutligen måste också, emedan krafterna $\Sigma X_1$, $\Sigma Y_1$, $\Sigma Z_1$ och $T_1$, såsom nyss är bevisadt, hålla punkten $m_1$ i jemvigt, eqvationen

$$\mp \frac{T_1}{l_1}\left\{(\xi-x_1)\delta x_1+(\eta-y_1)\delta y_1+(\zeta-z)\delta z_1\right\}+\Sigma(X_1\delta x_1+Y_1\delta y_1+Z_1\delta z_1)=0\,. \quad (39)$$

satisfieras at sådana värden på $\delta x_1$, $\delta y_1$, $\delta z_1$, som motsvara någon punkt på tangenten i $x_1$, $y_1$, $z_1$.

Taga vi nu samtidigt differentialerna utur eqvationerna (34), (35) och (36), så äro vilkoren för giltigheten af eqvationerna (37), (38) och (39) uppfyllda och vi erhålla genom deras addition

$$\Sigma\,(X\delta x + Y\delta y + Z\delta z + X_1\delta x_1 + Y_1\delta y_1 + Z_1\delta z_1) = 0\,.$$

Tillfölje af punktsystemets jemvigt måste således denna eqvation satisfieras af alla de värden på differentialerna, som fås ur eqvationerna (34), (35) och (36). Men då i densamma $\delta\xi$, $\delta\eta$ och $\delta\zeta$ icke förekomma, och sistnämnda eqvationer icke gifva några andra värden $\delta x$, $\delta y$, $\delta z$, $\delta x_1$, $\delta y_1$, $\delta z_1$, än dem, som fås ur eqvationerna (31), följer äfven af jemvigten hos punkterna $m$ och $m_1$, att eqvationen

$$\Sigma\,(X\delta x + Y\delta y + Z\delta z + X_1\delta x_1 + Y_1\delta y_1 + Z_1\delta z_1) = 0$$

är sann för alla de värden på differentialerna, som erhållas ur eqvationerna

$$\left.\begin{aligned} \delta x &= f'(z)\,\delta z\,,\\ \delta y &= f'_1(z)\,\delta z\,,\\ \delta x_1 &= \varphi'(z_1)\,\delta z_1\,,\\ \delta y_1 &= \varphi'_1(z_1)\,\delta z_1\,,\\ \frac{\partial F}{dz}\,\delta z + \frac{\partial F}{dz_1}\,\delta z_1 &= 0\,, \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ (40)$$

och att således summan af alla med punkternas rörelse och deras inbördes samband förenliga virtuella momenter är noll.

B. Om åter eqvationen

$$\Sigma\,(X\delta x + Y\delta y + Z\delta z + X_1\delta x_1 + Y_1\delta y_1 + Z_1\delta z_1) = 0\,,$$

är sann för alla de värden på differentialerna, som fås ur eqvationerna (40), så är punktsystemet i jemvigt. I motsatt fall skulle jemvigt kunna åstadkommas derigenom, att man till någondera af punkterna $m$ och $m_1$ applicerade en kraft $K$ af lämplig storlek och

rigtning. Antag då, att man till punkten $m$ applicerat en sådan kraft och att dess vinklar mot coordinataxlarna äro $\alpha$, $\beta$, $\gamma$. Emedan numera jemvigt äger rum, måste eqvationen

$$\Sigma(X\delta x+Y\delta y+Z\delta z+X_1\delta x_1+Y_1\delta y_1+Z_1\delta z_1)+K(\mathrm{Cos}\alpha\delta x+\mathrm{Cos}\beta\delta y+\mathrm{Cos}\gamma\delta z)=0$$

vara sann för alla de differentialer, som fås ur eqv. (40). Men till följe af vårt antagande är

$$\Sigma(X\delta x+Y\delta y+Z\delta z+X_1\delta x_1+Y_1\delta y_1+Z_1\delta z_1)=0,$$

och således måste äfven

$$K(\mathrm{Cos}\alpha\delta x+\mathrm{Cos}\beta\delta y+\mathrm{Cos}\gamma\delta z)=0,$$

hvaraf synes, att antingen bör ingen kraft införas, eller också måste man införa en kraft, som är normal mot den curva, på hvilken punkten $m$ hvilar, hvilket sednare betyder, att ingen kraft är behöflig för tillvägabringande af jemvigt.

Sammanfatta vi detta och hvad som nyss förut blifvit sagdt, så finna vi, att nödvändiga men också tillräckliga vilkoret för jemvigt hos tvenne punkter, som endast kunna röra sig utefter hvar sin curva och sinsemellan äro förenade genom något visst samband, är, att summan af alla med dessa punkters rörelse och inbördes samband förenliga virtuella momenter är noll.

Anmärkning.

Curvornas eqvationer skulle naturligtvis, i stället för att hafva den ofvan angifna formen, lika väl kunna vara

$$L=f(x,y,z)=0,$$
$$L_1=f_1(x,y,z)=0,$$
$$M=\varphi(x_1,y_1,z_1)=0,$$
$$M_1=\varphi_1(x_1,y_1,z_1)=0,$$

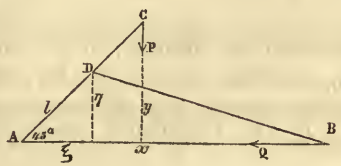
och sambandet uttryckas genom eqvationen

$$F(x,y,z,x_1,y_1,z_1)=0.$$

Exempel.

I ena ändan af den fixa linien $AB$ är ett gångjern, som sammanbinder henne med $AC$, och i $D$ ännu ett, från hvilken linien $DB$ utgår. Om nu i $C$ är applicerad en vertikal kraft $P$ och i $B$ en horizontal $Q$, verkande den första ned-

Fig. 17.



åt, den andra mot $A$, så vill man veta, hur stor $Q$ bör vara, för att jemvigt må inträffa, då vinkeln $CAB$ är 45°.

Sättes $AC = r$, så rör sig punkten $C$ på en cirkel

$$x^2 + y^2 = r^2. \quad \ldots \ldots \ldots \quad (41)$$

Kallas vidare $AB = x_1$ och $DB = m$, så är

$$x_1 = \sqrt{m^2 - \eta^2} + \xi,$$

eller, emedan

$$\xi = \frac{l}{r} x \qquad \text{och} \qquad \eta = \frac{l}{r} y,$$

$$x_1 = \frac{l}{r} x + \sqrt{m^2 - \frac{l^2}{r^2} y^2}. \quad \ldots \ldots \quad (42)$$

Jemvigtseqvationen är

$$- P \delta y - Q \delta x_1 = 0.$$

Differentieras (41) och (42), så får man

$$x \delta x + y \delta y = 0,$$

$$\delta x_1 = \frac{l}{r} \delta x - \frac{l^2}{r^2} \frac{y \delta y}{\sqrt{m^2 - \frac{l^2}{r^2} y^2}}. \quad \ldots \ldots \quad (43)$$

Utelimineras $\delta x$ och $\delta x_1$ mellan dessa båda och nästföregående eqvationer, så får man, då man sätter coefficienten för $\delta y$ lika med noll,

$$P = Q \frac{l}{r} \left\{ \frac{y}{x} + \frac{y l}{\sqrt{r^2 m^2 - l^2 y^2}} \right\}.$$

Emedan i jemvigtsläget vinkeln $CAB$ bör vara 45°, så är $y = x = \frac{r}{\sqrt{2}}$ och således vår sökta kraft

$$Q = \frac{P r \sqrt{2m^2 - l^2}}{l \left\{ \sqrt{2m^2 - l^2} + l \right\}}.$$

Problemet är orimligt, om $l > m\sqrt{2}$, såsom också lätt synes af figuren.

$Q$ kan bestämmas genom följande geometriska construction.

Af $\xi = \frac{l}{r} x$ och $\eta = \frac{l}{r} y$

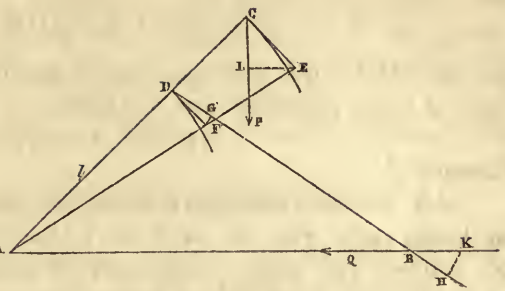
få vi

$\delta\xi = \frac{l}{r} \delta x$ och $\delta\eta = \frac{l}{r} \delta y$

och således

$$\sqrt{\delta\xi^2+\delta\eta^2} = \frac{l}{r}\sqrt{\delta x^2+\delta y^2}.$$

Fig. 18.




Om derföre på tangenten i $C$ afsättes ett stycke $CE = \sqrt{\delta x^2+\delta y^2}$ och linien $AE$ drages, hvarigenom punkten $F$ på tangenten i $D$ bestämmes, så är $DF = \sqrt{\delta\xi^2+\delta\eta^2}$. Af eqvationerna (42) och (43) få vi

$$(x_1 - \frac{l}{r} x)(\delta x_1 - \frac{l}{r} \delta x) = -\frac{l^2}{r^2} y\delta y$$

eller

$$(x_1 - \xi)(\delta x_1 - \delta\xi) = -\eta\delta\eta,$$

som kan skrifvas under följande form

$$\frac{x_1-\xi}{m}\delta x_1 = \left\{\frac{x_1-\xi}{m}\cdot\frac{\delta\xi}{\sqrt{\delta\xi^2+\delta\eta^2}} - \frac{\eta}{m}\cdot\frac{\delta\eta}{\sqrt{\delta\xi^2+\delta\eta^2}}\right\}\sqrt{\delta\xi^2+\delta\eta^2}$$

eller

$$\delta x_1 \operatorname{Cos} ABD = \sqrt{\delta\xi^2+\delta\eta^2} \operatorname{Cos} FDB. \quad . \quad . \quad . \quad (44)$$

Om man nu från punkten $F$ fäller en vinkelrät linie $FG$ mot $DB$ och vidare, från $B$ räknadt, afsätter ett stycke $BH$ lika med $DG$, samt slutligen från punkten $H$ drager mot $DB$ en vinkelrät linie, så är

$$BH = DG,$$

$$BH = BK \operatorname{Cos} ABD,$$

$$DG = \sqrt{\delta\xi^2+\delta\eta^2} . \operatorname{Cos} FDB$$

och således

$$BK \operatorname{Cos} ABD = \sqrt{\delta\xi^2+\delta\eta^2} \operatorname{Cos} FDB.$$

Jemföres denna eqvation med eqv. (44), så synes, att $BK = \delta x_1$. Vi kunna således genom ritning finna den punkt $K$, som svarar mot den

på tangenten i $C$ godtyckligt valda punkten $E$, och jemvigten fordrar, att

$$P \times (CL) + Q \times (BK) = 0$$

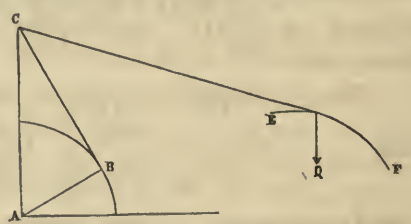
och att således det ena momentet är positivt och det andra negativt samt $Q$ fjerde proportionalen i analogien

$$BK : CL = P : Q.$$

Exempel. 2.

$AB$ är en vindbrygga, hvars ena ända $B$ kan höjas medelst en kedja, som går om en trissa i $C$ och är förenad med en tyngd $Q$, hvilken kan glida utefter men ej aflägsnas från curvan $EF$, en curva, som anses ligga i samma plan som $ABC$. Man vill lära känna eqvationen för denna curva, då hon är sådan, att vindbryggan i hvilket läge som helst håller jemvigt mot tyngden $Q$.

Fig. 19.




Eqvationen för den linie, på hvilken $B$ kan röra sig, är tydligen

$$x_1^2 + y_1^2 = r^2.$$

Den sökta kroklinien må heta

$$y = f(x).$$

Den eqvation, som uttrycker sambandet mellan brons ändpunkt och den punkt, i hvilken $Q$ verkar, måste tydligen vara

$$\sqrt{x^2 + (y-a)^2} + \sqrt{x_1^2 + (y_1-a)^2} = l \quad . \quad . \quad . \quad (45)$$

eller

$$x_1^2 + (y_1-a)^2 = (l - \sqrt{x^2 + (y-a)^2})^2,$$

om vi med $l$ förstå kedjans längd, med $a$ beteckna längden $AC$ samt med $x_1$, $y_1$ och $x, y$ coordinaterna för brons ändpunkt och applicationspunkten för kraften $Q$. Jemvigtseqvationen är, om brons tyngd tänkes fördelad så, att hälften deraf förlägges till hvardera ändpunkten,

$$- P\delta y_1 - Q\delta y = 0, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (46)$$

der differentialerna böra tagas ur eqvationerna

$$x_1 \delta x_1 + y_1 \delta y_1 = 0$$

$$\delta y = f'(x)\delta x$$

$$2x_1\delta x_1 + 2(y_1-a)\delta y_1 = \frac{d(l-\sqrt{x^2+(y-a)^2})^2}{dx}\delta x.$$

Elimineras mellan dessa eqvationer och jemvigtseqvationen, så finna vi

$$\frac{2aQ}{P} \cdot f'(x)\,\delta x = \frac{d\,(l - \sqrt{x^2 + (y-a)^2})^2}{dx}\,\delta x,$$

hvaraf

$$2aQ\,dy = P\,d(l - \sqrt{x^2 + (y-a)^2})^2$$

och genom integration

$$\{2aQy + k\} = P(l - \sqrt{x^2 + (y-a)^2})^2,$$

som sålunda är den sökta curvan. Vilja vi, att denna skall gå genom någon punkt $x = b$, $y = c$, så kan härigenom constanten $k$ bestämmas, ty vi böra i denna händelse hafva

$$\{2aQc + k\} = P\,(l - \sqrt{b^2 + (c-a)^2})^2,$$

en eqvation, som utom $k$ innehåller endast kända qvantiteter.

Om vi differentiera (45), erhålla vi

$$\frac{x\delta x + (y-a)\delta y}{\sqrt{x^2 + (y-a)^2}} + \frac{x_1\delta x_1 + (y_1-a)\delta y_1}{\sqrt{x_1^2 + (y_1-a)^2}} = 0,$$

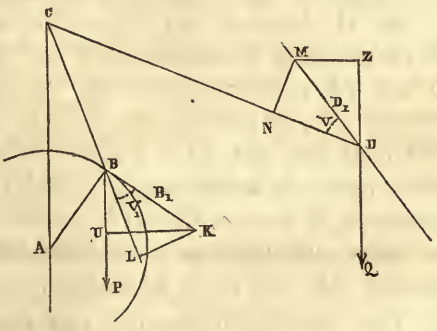
eller, om man för enkelhets skull tecknar

$$\delta s = \sqrt{\delta x^2 + \delta y^2},$$

$$\delta s_1 = \sqrt{\delta x_1^2 + \delta y_1^2},$$

$$\delta s_1\,\frac{x_1\delta x_1 + (y_1-a)\,\delta y_1}{\delta s_1\sqrt{x_1^2 + (y_1-a)^2}} = \delta s\,\frac{-x\delta x + (a-y)\,\delta y}{\delta s\,\sqrt{x^2 + (a-y)^2}}.$$

Fig. 20.




Betecknar man nu med $V_1$ den spetsiga vinkeln mellan tangenten i punkten $x_1$, $y_1$, och rigtningen af den linie, som går till samma punkt från $C$, och vidare med $V$ den spetsiga vinkeln mellan tangenten i punkten $x$, $y$ och rigtningen af den räta linie, som går från denna punkt till $C$, så utmärker den sist gifna eqvationen, att

$$\delta s_1 \operatorname{Cos} V_1 = \delta s \operatorname{Cos} V. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (47)$$

Af denna eqvation är tydligt, att om man på tangenten i $x_1$, $y_1$ afsätter ett stycke $BK$ eller $\delta s_1$ efter behag, då följaktligen $BL$ blifver $\delta s_1 \operatorname{Cos} V_1$, så bör man för att finna den mot $K$ svarande momentpunkten (d. v. s. den af hvars läge ett moments storlek beror) på tangenten i $xy$ afsätta ett stycke $DM$ eller $\delta s$ af sådan storlek, att dess projection $DN$ eller, som är detsamma, $DM \operatorname{Cos} V$ blifver lika med $BL$. Den mot en på tangenten i $x_1 y_1$ godtyckligt vald momentpunkt $K$ svarande momentpunkten $M$ på tangenten i $x, y$ kan således med lätthet genom construction bestämmas, då kroklinien $EF$ är uppritad. Då åter denna kroklinie icke är uppritad, kan eqvationen (47) i förening med jemvigtseqvationen anvisa ett sätt att erhålla en någorlunda noggrann teckning af henne. Vi antaga, att linien bör gå genom $D$, och sedan vi godtyckligt valt punkten $K$ på tangenten i $x_1, y_1$, afsätta vi på $CD$ ett stycke $DN = BL$. Vidare fälla vi från $K$ en linie $KU$ vinkelrät mot kraften $P$, hvars storlek vi på figuren representerat genom en rät linie. Då blifver $BU$ till numerisk valör lika med $\delta y_1$. Till $Q$, hvars storlek och rigtning vi genom en rät linie representerat, $P$ och $BU$ söka vi fjerde proportionalen $DZ$, som enligt eqv. (46) måste till numeriskt värde blifva lika med $\delta y$, och afsätta denna på förlängningen af $Q$. Att vi icke afsätta den på sjelfva $Q$, beror derpå, att kraftmomenterna $P \delta y_1$ och $Q \delta y$ böra hafva motsatta tecken. Slutligen draga vi från punkterna $N$ och $Z$ vinkelräta linier och förena den punkt $M$, der dessa träffas, med punkten $D$. Linien $MD$ blifver då tangent till den sökta kroklinien. Antaga vi nu, att en på tangenten $MD$ och i närheten af $D$ liggande punkt $D_1$ tillhör samma kroklinie, ett antagande, som naturligtvis icke är fullt rigtigt, men som blifver mindre origtigt, i den mån vi göra afståndet mellan $D$ och $D_1$ litet, så finna vi först och främst lätt den punkt $B_1$, i hvilken $P$ befinner sig, då $Q$ blifvit förflyttad till $D_1$, om vi observera, att $CB_1 + CD_1$ måste vara lika med $CB + CD$, och kunna sedan på samma sätt, som nyss förut, bestämma läget hos den mot $D_1$ svarande tangenten. Antaga vi, att äfven denna tangent har ännu en punkt $D_2$ gemensam med den sökta kroklinien, så kunna vi finna den mot denna punkt svarande tangenten på samma sätt, som vi funnit de föregående, och det är oss sålunda möjligt att genom upprepande af samma förfarande construera ut den ena punkten efter den andra, alla tillhörande ett punktsystem, som i det närmaste sammanfaller med den sökta krokliniens.

30. Om jemvigt hos krafter, som äro applicerade till ett system af punkter $m$, $m_1$, $m_2$, ... $m_{n-1}$, $m_n$, hvilka kunna röra sig utefter hvar

sin curva och sinsemellan äro på så sätt förenade, att mot hvarje läge, som en af dem kan intaga, svara bestämda lägen för alla de öfriga.

Coordinaterna för en punkt $m_r$ benämna vi $x_r$, $y_r$, $z_r$ och de i samma punkt applicerade krafternas componenter $\Sigma X_r$, $\Sigma Y_r$, $\Sigma Z_r$. Såväl curvorna som sambandet punkterna emellan uttryckas genom följande eqvationer:

$$\begin{aligned}
y &= f(z), \\
x &= \varphi(z), \\
F(z, z_1) &= 0, \\
y_1 &= f_1(z_1), \\
x_1 &= \varphi_1(z_1), \\
F_1(z_1, z_2) &= 0, \\
&\cdots\cdots\cdots \\
&\cdots\cdots\cdots \\
&\cdots\cdots\cdots \\
F_{n-2}(z_{n-2}, z_{n-1}) &= 0, \\
y_{n-1} &= f_{n-1}(z_{n-1}), \\
x_{n-1} &= \varphi_{n-1}(z_{n-1}), \\
F_{n-1}(z_{n-1}, z_n) &= 0, \\
y_n &= f_n(z_n), \\
x_n &= \varphi_n(z_n).
\end{aligned}$$

A. Vi anse punktsystemet vara i jemvigt och skola i detta fall bevisa, att af jemvigten följer, att summan af alla på punkterna applicerade krafters virtuella momenter är noll, eller med andra ord, att eqvationen

$$\Sigma\{X\delta x + \ldots + X_n\delta x_n + Y\delta y + \ldots + Y_n\delta y_n + Z\delta z + \ldots + Z_n\delta z_n\} = 0$$

är sann för alla de differentialer, som kunna fås ur eqvationerna

$$\left.\begin{aligned}
\delta y &= f'(z)\delta z, \\
\delta x &= \varphi'(z)\delta z, \\
\frac{\partial F}{\partial z}\delta z + \frac{\partial F}{\partial z_1}\delta z_1 &= 0, \\
\delta y_1 &= f_1'(z_1)\delta z_1, \\
\delta x_1 &= \varphi_1'(z_1)\delta z_1, \\
\frac{\partial F_1}{\partial z_1}\delta z_1 + \frac{\partial F_1}{\partial z_2}\delta z_2 &= 0,
\end{aligned}\right|$$

$$\left.\begin{array}{l} \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ \dfrac{\partial F_{n-2}}{dz_{n-2}}\delta z_{n-2} + \dfrac{\partial F_{n-2}}{dz_{n-1}}\delta z_{n-1} = 0, \\ \delta y_{n-1} = f'_{n-1}(z_{n-1})\,\delta z_{n-1}, \\ \delta x_{n-1} = \varphi'_{n-1}(z_{n-1})\,\delta z_{n-1}, \\ \dfrac{\partial F_{n-1}}{dz_{n-1}}\delta z_{n-1} + \dfrac{\partial F_{n-1}}{dz_n}\delta z_n = 0, \\ \delta y_n = f'_n(z_n)\,\delta z_n, \\ \delta x_n = \varphi'_n(z_n)\,\delta z_n. \end{array}\right\} \quad \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \quad (48)$$

För bevisets skull antaga vi, att det, som här skall bevisas om ett system af $n+1$ punkter, gäller för ett system af $n$ punkter.

Medelst tvenne till storlek och form oföränderliga räta linier $l_{n-1}$ och $l_n$ förena vi nu de båda sista punkterna $m_{n-1}$ och $m_n$ med en tredje punkt $\mu$, hvars coordinater må heta $\xi$, $\eta$, $\zeta$ och hvilken för punkterna $m_{n-1}$ och $m_n$ har samma betydelse, som den i föregående paragraf omtalta punkten $\mu$ hade i förhållande till de der förekommande punkterna $m$ och $m_1$, och således kan röra sig på men ej frigöras från den curva $C(m_{n-1}, m_n)$, som han skulle hafva beskrifvit, om han tillhört en yta

$$\chi(\xi, \eta, \zeta) = 0$$

och punktsystemet blifvit försatt i rörelse. Tydligt är, att denna curva $C(m_{n-1}, m_n)$ bör erhållas, om vi ur eqvationerna

$$\begin{aligned} y_{n-1} &= f_{n-1}(z_{n-1}), \\ x_{n-1} &= \varphi_{n-1}(z_{n-1}), \\ y_n &= f_n(z_n), \\ x_n &= \varphi_n(z_n), \\ F_{n-1}(z_{n-1}, z_n) &= 0, \\ \chi(\xi, \eta, \zeta) &= 0, \\ (x_{n-1}-\xi)^2 + (y_{n-1}-\eta)^2 + (z_{n-1}-\zeta)^2 &= l_{n-1}^2, \\ (x_n-\xi)^2 + (y_n-\eta)^2 + (z_n-\zeta)^2 &= l_n^2 \end{aligned}$$

borteliminera $x_{n-1}$, $y_{n-1}$, $z_{n-1}$, $x_n$, $y_n$, $z_n$.

I ändpunkterna af linien $l_{n-1}$ och i denna linies rigtning applicera vi tvenne krafter af samma numeriska storlek men af motsatta tecken, $T_{n-1}$ och $-T_{n-1}$, och välja den i punkten $m_{n-1}$ applicerade kraften $T_{n-1}$ så, att den ger jemvigt åt punktsystemet $m, m_1, m_2 \ldots . m_{n-1}$, om detta befrias från sitt samband med punkterna $m_n$ och $\mu$. Vidare applicera vi i ändpunkterna af linien $l_n$ och i denna linies rigtning tvenne krafter $T_n$ och $-T_n$ af lika numerisk valör men af motsatta tecken och gifva åt $T_n$ en sådan storlek, att den i förening med $-T_{n-1}$ håller punkten $\mu$ i jemvigt, om denna punkt göres fri från sitt samband med alla de öfriga punkterna och endast underkastas tvånget att tillhöra curvan $C(m_{n-1}, m_n)$. Då nu jemvigten tydligen icke blifvit störd deraf, att dessa krafter blifvit i systemet införda, emedan de upphäfva hvarandra två och två, så följer, att också kraften $-T_n$ i förening med de i punkten $m_n$ applicerade krafterna $\Sigma X_n$, $\Sigma Y_n$, $\Sigma Z_n$ måste hålla denna punkt i jemvigt, om han frigöres från sitt samband med alla de öfriga punkterna. Det är nemligen till följe af hela systemets jemvigt nödvändigt, att de på punkten $m_n$ applicerade krafterna hålla hvarandra i jemvigt, sedan man tillställt så, att alla öfriga på systemet anbragta krafter upphäfva hvarandras verkan.

De införda krafternas componenter äro, såsom vi lätt finna,

$$\pm T_{n-1} \cdot \frac{x_{n-1}-\xi}{l_{n-1}}, \quad \pm T_{n-1} \cdot \frac{y_{n-1}-\eta}{l_{n-1}}, \quad \pm T_{n-1} \cdot \frac{z_{n-1}-\zeta}{l_{n-1}},$$

$$\mp T_{n-1} \cdot \frac{x_{n-1}-\xi}{l_{n-1}}, \quad \mp T_{n-1} \cdot \frac{y_{n-1}-\eta}{l_{n-1}}, \quad \mp T_{n-1} \cdot \frac{z_{n-1}-\zeta}{l_{n-1}},$$

$$\pm T_n \cdot \frac{x_n-\xi}{l_n}, \quad \pm T_n \cdot \frac{y_n-\eta}{l_n}. \quad \pm T_n \cdot \frac{z_n-\zeta}{l_n},$$

$$\mp T_n \cdot \frac{x_n-\xi}{l_n}, \quad \mp T_n \cdot \frac{y_n-\eta}{l_n}, \quad \mp T_n \cdot \frac{z_n-\zeta}{l_n}.$$

Till följe af det antagande, som nyss blifvit gjordt, och på grund af den storlek, vi gifvit åt $T_{n-1}$, är nu

$$\left.\begin{aligned} &\Sigma\{X\delta x + .. + X_{n-1}\delta x_{n-1} + Y\delta y + .. + Y_{n-1}\delta y_{n-1} + Z\delta z + .. + Z_{n-1}\delta z_{n-1}\} \\ &\pm \frac{T_{n-1}}{l_{n-1}}\{(x_{n-1}-\xi)\delta x_{n-1} + (y_{n-1}-\eta)\delta y_{n-1} + (z_{n-1}-\zeta)\delta z_{n-1}\} \end{aligned}\right\} = 0 \quad (49)$$

för alla de differentialer, som kunna fås ur eqvationerna

$$\left.\begin{aligned}
\delta y &= f'(z)\delta z\,,\\
\delta x &= \varphi'(z)\delta z\,,\\
\frac{\partial F}{dz}\delta z &+ \frac{\partial F}{dz_1}\delta z_1 = 0\,,\\
\delta y_1 &= f'_1(z_1)\delta z_1\,,\\
\delta x_1 &= \varphi'_1(z_1)\delta z_1\,,\\
\frac{\partial F_1}{dz_1}\delta z_1 &+ \frac{\partial F_1}{dz_2}\delta z_2 = 0\,,\\
&\cdots\cdots\cdots\\
&\cdots\cdots\cdots\\
\frac{\partial F_{n-2}}{dz_{n-2}}\delta z_{n-2} &+ \frac{\partial F_{n-2}}{dz_{n-1}}\delta z_{n-1} = 0\,,\\
\delta y_{n-1} &= f'_{n-1}(z_{n-1})\delta z_{n-1}\,,\\
\delta x_{n-1} &= \varphi'_{n-1}(z_{n-1})\delta z_{n-1}\,.
\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (50)$$

Vidare är tillfölje af krafternas jemvigt i punkten $\mu$

$$\left.\begin{aligned}
\mp\frac{T_{n-1}}{l_{n-1}}&\left\{(x_{n-1}-\xi)\delta\xi + (y_{n-1}-\eta)\delta\eta + (z_{n-1}-\zeta)\delta\zeta\right\}\\
\pm\frac{T_n}{l_n}&\left\{(x_n-\xi)\delta\xi + (y_n-\eta)\delta\eta + (z_n-\zeta)\delta\zeta\right\}
\end{aligned}\right\} = 0\,. \quad (51)$$

för alla de värden på differentialerna, som kunna tagas ur eqvationerna

$$\left.\begin{aligned}
\delta y_{n-1} &= f'_{n-1}(z_{n-1})\delta z_{n-1}\,,\\
\delta x_{n-1} &= \varphi'_{n-1}(z_{n-1})\delta z_{n-1}\,,\\
\delta y_n &= f'_n(z_n)\delta z_n\,,\\
\delta x_n &= \varphi'_n(z_n)\delta z_n\,,\\
\frac{\partial F_{n-1}}{dz_{n-1}}\delta z_{n-1} &+ \frac{\partial F_{n-1}}{dz_n}\delta z_n = 0\,,\\
\frac{\partial\chi}{d\xi}\delta\xi &+ \frac{\partial\chi}{d\eta}\delta\eta + \frac{\partial\chi}{d\zeta}\delta\zeta = 0\,,\\
(x_{n-1}-\xi)(\delta x_{n-1}-\delta\xi) &+ (y_{n-1}-\eta)(\delta y_{n-1}-\delta\eta) + (z_{n-1}-\zeta)(\delta z_{n-1}-\delta\zeta) = 0\,,\\
(x_n-\xi)(\delta x_n-\delta\xi) &+ (y_n-\eta)(\delta y_n-\delta\eta) + (z_n-\zeta)(\delta z_n-\delta\zeta) = 0\,.
\end{aligned}\right\} \quad (52)$$

Emedan man lyckats bevisa, att de krafter, som blifvit applicerade till punkten $m_n$, hålla denna punkt i jemvigt, är slutligen också

$$\left.\begin{aligned}
&\Sigma\,(X_n\delta x_n + Y_n\delta y_n + Z_n\delta z_n)\\
\mp\frac{T_n}{l_n}&\left\{(x_n-\xi)\delta x_n + (y_n-\eta)\delta y_n + (z_n-\zeta)\delta z_n\right\}
\end{aligned}\right\} = 0\,. \quad (53)$$

för alla de differentialer, som kunna fås ur eqvationerna

$$\left.\begin{aligned} \delta y_n &= f'_n(z_n)\delta z_n, \\ \delta x_n &= \varphi'_n(z_n)\delta z_n. \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (54)$$

Taga vi nu differentialerna samtidigt ur eqvationerna (50), (52), (54), så bör för de värden, vi på dem erhålla, venstra membrum i hvar och en af eqvationerna (49), (51), (53) blifva lika med noll, och således äfven summan af dessa membra reducera sig till noll. Men med stöd af de båda sista eqvationerna i (52) blir summan af dessa

$$\Sigma\left\{X\delta x + \ldots + X_n\delta x_n + Y\delta y + \ldots + Y_n\delta y_n + Z\delta z + \ldots + Z_n\delta z_n\right\}.$$

Denna summa måste således vara noll för alla de differentialer, som samtidigt erhållas ur eqvationerna (50), (52), (54). Observera vi nu, att differentialerna $\delta\xi$, $\delta\eta$, $\delta\zeta$ icke ingå i den ifrågavarande summan, så inse vi lätt, att

$$\Sigma\left\{X\delta x + .. + X_n\delta x_n + Y\delta y + .. + Y_n\delta y_n + Z\delta z + .. + Z_n\delta z_n\right\} = 0 \; .. \; (55)$$

måste satisfieras af de differentialer, som samtidigt fås ur eqvationerna (48).

Vi hafva således genomfört vårt bevis under den förutsättning, att det, som skulle bevisas om ett system af $n+1$ punkter, gäller för ett system af $n$ punkter. Hvad nu denna förutsättning beträffar, så visades redan i föregående paragraf, att, om ett system af tvenne punkter är i jemvigt, så är summan af de på dessa punkter anbragta krafters virtuella momenter noll. Enligt beviset i denna paragraf måste således sak samma gälla om ett system af tre punkter, på grund häraf äfven om fyra o. s. v. ända till och med $(n+1)$.

B. Om åter eqvationen (55) satisfieras af alla de värden på differentialerne, som samtidigt kunna tagas ur eqvationerna (48), så är punktsystemet i jemvigt. Ty vore det icke i jemvigt, så skulle för denna behöfvas, att man applicerade till t. ex. den första punkten en ny kraft af passande storlek och rigtning. Antag, att så förhåller sig, inför en kraft $K$ och kalla de vinklar, som denna gör med positiva coordinataxlarna, $\alpha$, $\beta$, $\gamma$. Numera är systemet med all säkerhet i jemvigt och tillfölje häraf

$$\Sigma\left\{X\delta x + .. + X_n\delta x_n + Y\delta y + .... \right\} + K\left\{\mathrm{Cos}\alpha\delta x + \mathrm{Cos}\beta\delta y + \mathrm{Cos}\gamma\delta z\right\} = 0$$

samt således äfven på grund af vårt första antagande

$$K\left\{\mathrm{Cos}\alpha\,\delta x + \mathrm{Cos}\beta\,\delta y + \mathrm{Cos}\gamma\,\delta z\right\} = 0.$$

Denna eqvation visar, att ingen ny kraft $K$ behöfves för jemvigtens åstadkommande, enär af densamma synes, att den nämnda kraften, som ponerades behöflig, måste vara noll eller vinkelrät mot den curva, till hvilken punkten $m$ hörer.

Sammanfatta vi allt det, som i denna paragraf blifvit sagdt, så finna vi, att nödvändiga men också tillräckliga vilkoret för punktsystemets jemvigt är, att summan af alla med punkternas rörelse och samband förenliga virtuella momenter är noll.

Anmärkningar.

1. Af eqvationerna (48) följer, att, om man godtyckligt väljer en bland de punkter, af hvilka de virtuella kraftmomenternas storlek beror, så blifva alla de öfriga till sina lägen fullt bestämda.

2. Eqvationerna för de kroklinier, till hvilka punkterna $m$, $m_1$, $m_2$, ... $m_n$ höra, och sambandet mellan nämnde punkter kunna naturligtvis skrifvas på följande sätt:

$$\begin{aligned}
f(x, y, z) &= 0, \\
\varphi(x, y, z) &= 0, \\
&\cdots\cdots\cdots \\
f_n(x_n, y_n, z_n) &= 0, \\
\varphi_n(x_n, y_n, z_n) &= 0, \\
F(x, y, z, x_1 \ldots x_n, y_n, z_n) &= 0, \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots \\
F_{n-1}(x, y, z, x_1 \ldots x_n, y_n, z_n) &= 0.
\end{aligned}$$

eller sålunda:

$$\begin{aligned}
F(x, y, z, x_1 \ldots x_n, y_n, z_n) &= 0, \\
F_1(x, y, z, x_1 \ldots x_n, y_n, z_n) &= 0, \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots \\
F_{3n+1}(x, y, z, x_1 \ldots x_n, y_n, z_n) &= 0.
\end{aligned}$$

3. Angifva vi sambandet mellan punkterna $m_r$ och $m_{r+1}$ medelst eqvationen

$$F_r(x_r, y_r, z_r, x_{r+1}, y_{r+1}, z_{r+1}) = 0, \quad \ldots\ldots (56)$$

så uttryckes sambandet mellan en punkt på tangenten i $x_r, y_r, z_r$ och motsvarande punkt på tangenten i $x_{r+1}$, $y_{r+1}$, $z_{r+1}$ genom eqvationen

$$\frac{\partial F_r}{dx_r}\delta x_r + \frac{\partial F_r}{dy_r}\delta y_r + \frac{\partial F_r}{dz_r}\delta z_r + \frac{\partial F_r}{dx_{r+1}}\delta x_{r+1} + \frac{\partial F_r}{dy_{r+1}}\delta y_{r+1} + \frac{\partial F_r}{dz_{r+1}}\delta z_{r+1} = 0,$$

åt hvilken vi på följande sätt kunna gifva en för geometrisk construction beqvämare form. Vi skrifva den nemligen sålunda:

$$R_r \,.\, \delta s_r \left\{ \frac{\frac{\partial F_r}{dx_r}}{R_r} \cdot \frac{\delta x_r}{\delta s_r} + \text{etc.} \right\} + R_{r+1} \,.\, \delta s_{r+1} \left\{ \frac{\frac{\partial F_r}{dx_{r+1}}}{R_{r+1}} \cdot \frac{\delta x_{r+1}}{\delta s_{r+1}} + \text{etc.} \right\} = 0, \quad (57)$$

der vi för korthetens skull tecknat

$$R_r = \sqrt{\left(\frac{\partial F_r}{dx_r}\right)^2 + \left(\frac{\partial F_r}{dy_r}\right)^2 + \left(\frac{\partial F_r}{dz_r}\right)^2},$$

$$R_{r+1} = \sqrt{\left(\frac{\partial F_r}{dx_{r+1}}\right)^2 + \left(\frac{\partial F_r}{dy_{r+1}}\right)^2 + \left(\frac{\partial F_r}{dz_{r+1}}\right)^2},$$

$$\delta s_r^2 = \delta x_r^2 + \delta y_r^2 + \delta z_r^2,$$

$$\delta s_{r+1}^2 = \delta x_{r+1}^2 + \delta y_{r+1}^2 + \delta z_{r+1}^2.$$

Gifva vi nu benämningen $V_r$ åt vinkeln, som tangenten i $x_r$, $y_r$, $z_r$ gör med normalen till den yta, som erhålles, om i eqvationen (56) endast $x_r$, $y_r$, $z_r$ betraktas såsom variabler, $V_{r+1}$ åter åt vinkeln, som tangenten i $x_{r+1}$, $y_{r+1}$, $z_{r+1}$ gör med normalen till den yta, som fås, om i samma eqvation endast $x_{r+1}$, $y_{r+1}$, $z_{r+1}$ anses variabla, så öfvergår eqvationen (57) till formen

$$R_r \,.\, \delta s_r \,.\, \text{Cos}\, V_r + R_{r+1}\, \delta s_{r+1}\, \text{Cos}\, V_{r+1} = 0$$

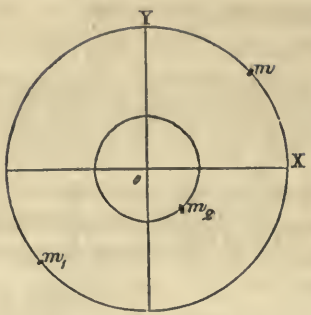
och ger följaktligen en enkel relation mellan $\delta s_r$ och $\delta s_{r+1}$.

Exempel.

Tvenne punkter $m$ och $m_1$ kunna röra sig på en cirkelperiferi i $xy$-planet och detta så, att de alltid utgöra ändpunkterna af en och samma rörliga diameter. En tredje punkt $m_2$ tillhör en mindre med den förra concentrisk cirkelperiferi och är med de båda andra punkterna förenad på så sätt, att han ligger på en mot den nyssnämnda diametern vinkelrät och liksom denna rörlig rät linie. I punkterna $m$, $m_1$, $m_2$ appliceras krafter, som verka parallelt med $y$-axeln och respective äro $P$, $P_1$, $P_2$. Man vill lära känna jemvigtsläget.

Coordinaterna för punkterna $m$, $m_1$, $m_2$ må heta $(x, y, z)$, $(x_1, y_1, z_1)$ och $(x_2, y_2, z_2)$. Kalla vi de båda cirklarnas radier $a$ och $b$, så få vi

Fig. 21.




$$\left.\begin{aligned} x^2 + y^2 &= a^2, \\ x_1^2 + y_1^2 &= a^2, \\ x_2^2 + y_2^2 &= b^2. \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (58)$$

Sambandet mellan punkterna är

$$\frac{y}{x} = \frac{y_1}{x_1} = -\frac{x_2}{y_2} \quad \ldots \quad (59)$$

och jemvigtseqvationen

$$P\delta y + P_1\delta y_1 + P_2\delta y_2 = 0.$$

Genom differentiation af (58) och (59) finna vi eqvationerna

$$\begin{aligned} x\,\delta x + y\,\delta y &= 0, \\ x_1\delta x_1 + y_1\delta y_1 &= 0, \\ x_2\delta x_2 + y_2\delta y_2 &= 0, \\ y\,\delta x_1 + x_1\delta y - x\,\delta y_1 - y_1\delta x &= 0, \\ y\,\delta y_2 + y_2\delta y + x\,\delta x_2 + x_2\delta x &= 0 \end{aligned}$$

och genom elimination dem emellan

$$\frac{\delta y}{x} = \frac{\delta y_1}{x_1} = \frac{\delta y_2}{x_2}.$$

Användas dessa eqvationer till transformering af jemvigtseqvationen, så erhålla vi för bestämmandet af coordinaterna i jemvigtsläget följande eqvationer:

$$\left.\begin{aligned} x^2 + y^2 &= a^2, \\ x_1^2 + y_1^2 &= a^2, \\ x_2^2 + y_2^2 &= b^2, \\ \frac{y}{x} &= \frac{y_1}{x_1} = -\frac{x_2}{y_2}, \\ Px + P_1x_1 + P_2x_2 &= 0. \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \quad (60)$$

De tvenne första bland eqvationerna (60) gifva i förening med den fjerde och under iakttagande deraf, att $x$ och $x_1$ alltid hafva motsatta tecken,

$$\begin{aligned} x_1 &= -x, \\ y_1 &= -y. \end{aligned}$$

Eqvationerna (60) kunna derföre transformeras till

$$x_1 = -x,$$
$$y_1 = -y,$$
$$x^2 + y^2 = a^2,$$
$$x_2^2 + y_2^2 = b^2,$$
$$-\frac{x_2}{y_2} = \frac{y}{x},$$
$$(P - P_1)x + P_2 x_2 = 0,$$

som genom elimination slutligen gifva

$$\frac{y_2}{b^2 P_2} = \frac{y_1}{a^2(P_1 - P)} = \frac{y}{a^2(P - P_1)} = \pm \frac{1}{\sqrt{(P-P_1)^2 a^2 + P_2^2 b^2}},$$

$$\frac{x_2}{P_1 - P} = \frac{x_1}{-P_2} = \frac{x}{P_2} = \pm \frac{ab}{\sqrt{(P-P_1)^2 a^2 + P_2^2 b^2}}.$$

På en vanlig våg röra sig vågskålarnas upphängningspunkter och vågbalancens centrum gravitatis så, som i förevarande exempel punkterna $m$, $m_1$ och $m_2$. Låta vi hvardera vågskålens vigt utmärkas genom $P_1$, vågbalancens vigt genom $P_2$, längden af hvardera vågarmen genom $a$, afståndet mellan balancens centrum gravitatis och rotationsaxeln genom $b$, och slutligen en vigt, som blifvit lagd i den vågskål, hvilken är upphängd i $m$, genom $Q = P - P_1$; så kunna vi med tillhjelp af föregående formler beräkna det jemvigtsläge, som vågen intager. Vi finna nemligen, om vi observera, att $x$ måste vara positiv och $y_2$ negativ,

$$\frac{y_2}{b^2 P_2} = \frac{y_1}{-a^2 Q} = \frac{y}{a^2 Q} = -\frac{1}{\sqrt{Q^2 a^2 + P_2^2 b^2}},$$

$$\frac{x_2}{-Q} = \frac{x_1}{-P_2} = \frac{x}{P_2} = \frac{ab}{\sqrt{Q^2 a^2 + P_2^2 b^2}}.$$

Utslagsvinkeln $\alpha$, som tydligen bestämmes genom eqvationen

$$\operatorname{tg} \alpha = -\frac{y}{x},$$

kan följaktligen beräknas medelst formeln

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{aQ}{bP_2}.$$

Denna formel visar, att vågens känslighet är stor, då balancens vigt och afståndet från dess centrum gravitatis till rotationsaxeln äro små, och tvärtom.

31. Om jemvigt hos krafter, som äro applicerade till ett system af punkter $m$, $m_1$, $m_2$, ... $m_n$, hvilka kunna röra sig utefter bestämda curvor och till hvarandra stå i det förhållande, att den plats, som en af systemets punkter innehar, icke fullständigt bestämmer alla de öfriga punkternas samtidiga lägen.

Coordinaterna för en punkt $m_r$ benämna vi såsom i föregående paragraf $x_r$, $y_r$, $z_r$ och de i denna punkt applicerade krafterna $\Sigma X_r$, $\Sigma Y_r$, $\Sigma Z_r$. Curvorna, på hvilka punkterna kunna röra sig, uttryckas genom eqvationerna

$$\left.\begin{aligned} y &= f(z), \\ x &= \varphi(z), \\ y_1 &= f_1(z_1), \\ x_1 &= \varphi_1(z_1), \\ &\cdots\cdots \\ &\cdots\cdots \\ y_{n-1} &= f_{n-1}(z_{n-1}), \\ x_{n-1} &= \varphi_{n-1}(z_{n-1}), \\ y_n &= f_n(z_n), \\ x_n &= \varphi_n(z_n), \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (61)$$

och det ofullständiga sambandet mellan punkterna genom

$$\left.\begin{aligned} &F(x, y, z, x_1, y_1, z_1 \ldots x_n, y_n, z_n) = 0, \\ &F_1(x, y, z, x_1, y_1, z_1 \ldots x_n, y_n, z_n) = 0, \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ &F_{k-1}(x, y, z, x_1, y_1, z_1 \ldots x_n, y_n, z_n) = 0, \\ &F_k(x, y, z, x_1, y_1, z_1 \ldots x_n, y_n, z_n) = 0, \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (62)$$

der vi med $k$ förstå ett helt tal, som är mindre än $n$—1.

Transformera vi eqvationssystemet (62) medelst eqvationerna (61), så erhålla vi utom sistnämnda eqvationer endast $k+1$ relationer mellan de $n+1$ variabla qvantiteterna $z$, $z_1$, $z_2$, ... $z_n$, och det synes häraf, att, om man åt en af dessa variabler ger ett visst värde, så blifva icke alla de öfriga variablernas värden derigenom fullt bestämda. Ehuru hvarje punkt vid en hos systemet uppkommen rörelse följer sin bestämda bana, så existerar således detta oaktadt betydlig frihet i afseende på punkternas samtidiga rörelse. Den plats, som en punkt $m_r$

i sin bana vid ett visst tidsmoment intager, motsvaras nemligen icke af blott ett enda samtidigt läge hos hvar och en bland systemets öfriga punkter, utan det finnes bland dessa åtminstone någon punkt, som i samma tidsmoment lika väl kan inneha hvilket läge som helst bland oräkneligt många olika lägen.

Antalet af alla de olika sätt, på hvilka ett system af ifrågavarande beskaffenhet kan röra sig, är således obegränsadt. Hvart och ett af dem bör tydligen erhållas derigenom, att vi till de förut befintliga relationerna mellan systemets punkter lägga så många nya, hvilka naturligtvis icke få stå i strid mot de redan gifna, att rörelsen hos hvarje punkt inom systemet blir fullständigt beroende af rörelsen hos en enda bland systemets punkter. Ett af de sätt, på hvilka rörelsen kan försiggå, måste sålunda uttryckas genom eqvationerna

$$
\begin{aligned}
y &= f(z), \\
x &= \varphi(z), \\
y_1 &= f_1(z_1), \\
x_1 &= \varphi_1(z_1), \\
&\cdots\cdots \\
&\cdots\cdots \\
y_{n-1} &= f_{n-1}(z_{n-1}), \\
x_{n-1} &= \varphi_{n-1}(z_{n-1}), \\
y_n &= f_n(z_n), \\
x &= \varphi_n(z_n),
\end{aligned}
$$

$$F(x, y, z, x_1, y_1, z_1 \ldots . x_n, y_n, z_n) = 0,$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$F_k(x, y, z, x_1, y_1, z_1 \ldots . x_n, y_n, z_n) = 0,$$

$$F_{k+1}(x, y, z, x_1, y_1, z_1 \ldots . x_n, y_n, z_n) = 0,$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$F_{n-1}(x, y, z, x_1, y_1, z_1 \ldots . x_n, y_n, z_n) = 0.$$

Låta vi formen hos functionerna $F_{k+1}$, $F_{k+2} \ldots F_{n-1}$ variera, så gifver hvarje variation ett nytt rörelsesätt. Kunde man låta förändringarna i functionsform sträcka sig i oändlighet, så skulle man härigenom uttömma hela gebitet af för punktsystemet möjliga rörelsesätt.

A. Vi antaga, att punktsystemet är i jemvigt.

I stöd af en bland statikens axiomatiska satser kunna vi till det samband mellan punkterna, som redan förefinnes, lägga nya, och behöfva

icke frukta för, att jemvigten deraf störes.

Då så förhåller sig, vilja vi komplettera det gifna sambandet mellan punkterna så, att systemets möjliga rörelsesätt derigenom inskränkas till ett enda, skildt från de öfriga och bestämdt genom den form, som de i

$$\left.\begin{aligned} F_{k+1}(x, y, z, x_1, y_1, z_1 \ldots x_n, y_n, z_n) &= 0, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & \\ F_{n-1}(x, y, z, x_1, y_1, z_1 \ldots x_n, y_n, z_n) &= 0 \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (63)$$

förekommande functionerna $F_{k+1} \ldots F_{n-1}$ hafva.

Det sätt, hvarpå systemets rörelse kan försiggå, är således numera blott ett enda och bestämmes af den lag, som har sitt uttryck i eqvationerna

$$\begin{aligned} y &= f(z), \\ x &= \varphi(z), \\ y_1 &= f_1(z_1), \\ x_1 &= \varphi_1(z_1), \\ &\ldots\ldots \\ &\ldots\ldots \\ y_{n-1} &= f_{n-1}(z_{n-1}), \\ x_{n-1} &= \varphi_{n-1}(z_{n-1}), \\ y_n &= f_n(z_n), \\ x_n &= \varphi_n(z_n), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &F(x, y, z, x_1, y_1, z_1, \ldots x_n, y_n, z_n) = 0, \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &F_k(x, y, z, x_1, y_1, z_1, \ldots x_n, y_n, z_n) = 0, \\ &F_{k+1}(x, y, z, x_1, y_1, z_1, \ldots x_n, y_n, z_n) = 0, \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &F_{n-1}(x, y, z, x_1, y_1, z_1, \ldots x_n, y_n, z_n) = 0. \end{aligned}$$

Följaktligen är också punktsystemet numera af den beskaffenhet, hvarom handlades i föregående paragraf, och på grund af jemvigten måste således eqvationen

$$\Sigma\{X\delta x + \ldots + X_n\delta x_n + Y\delta y + \ldots + Y_n\delta y_n + Z\delta z + \ldots + Z_n\delta z_n\} = 0 \quad (64)$$

satisfieras af alla de värden på differentialerna, som kunna fås ur eqvationerna

$$
\left.\begin{aligned}
&\delta y = f'(z)\delta z\,,\\
&\delta x = \varphi'(z)\delta z\,,\\
&\delta y_1 = f'_1(z_1)\delta z_1\,,\\
&\delta x_1 = \varphi'_1(z_1)\delta z_1\,,\\
&\quad\ldots\ldots\ldots\\
&\quad\ldots\ldots\ldots\\
&\delta y_{n-1} = f'_{n-1}(z_{n-1})\delta z_{n-1}\,,\\
&\delta x_{n-1} = \varphi'_{n-1}(z_{n-1})\delta z_{n-1}\,,\\
&\delta y_n = f'_n(z_n)\delta z_n\,,\\
&\delta x_n = \varphi'_n(z_n)\delta z_n\,,\\
&\frac{\partial F}{dx}\delta x + \frac{\partial F}{dy}\delta y + \frac{\partial F}{dz}\delta z + \ldots + \frac{\partial F}{dx_n}\delta x_n + \frac{\partial F}{dy_n}\delta y_n + \frac{\partial F}{dz_n}\delta z_n = 0\,,\\
&\quad\ldots\ldots\ldots\\
&\frac{\partial F_k}{dx}\delta x + \frac{\partial F_k}{dy}\delta y + \frac{\partial F_k}{dz}\delta z + \ldots + \frac{\partial F_k}{dx_n}\delta x_n + \frac{\partial F_k}{dy_n}\delta y_n + \frac{\partial F_k}{dz_n}\delta z_n = 0\,,\\
&\frac{\partial F_{k+1}}{dx}\delta x + \frac{\partial F_{k+1}}{dy}\delta y + \frac{\partial F_{k+1}}{dz}\delta z + \ldots + \frac{\partial F_{k+1}}{dx_n}\delta x_n + \frac{\partial F_{k+1}}{dy_n}\delta y_n + \frac{\partial F_{k+1}}{dz_n}\delta z_n = 0\,,\\
&\quad\ldots\ldots\ldots\\
&\frac{\partial F_{n-1}}{dx}\delta x + \frac{\partial F_{n-1}}{dy}\delta y + \frac{\partial F_{n-1}}{dz}\delta z + \ldots + \frac{\partial F_{n-1}}{dx_n}\delta x_n + \frac{\partial F_{n-1}}{dy_n}\delta y_n + \frac{\partial F_{n-1}}{dz_n}\delta z_n = 0\,.
\end{aligned}\right\} \quad (65)
$$

Vår slutledning får samma form, huru vi i öfrigt komplettera det gifna sambandet, blott vi inskränka systemets möjliga rörelsesätt till ett enda hvilket som helst. $F_{k+1} \ldots F_{n-1}$ kunna derföre ersättas af nya functionsformer, utan att detta i annat afseende förändrar det resultat, till hvilket vi på grund af systemets jemvigt kommit, än att de partiella derivatorna af $F_{k+1} \ldots F_{n-1}$ måste anses hafva blifvit andra, så ofta som functionerna öfvergått till annan form.

Då således i eqvationerna (63) förekommande functionsformer kunna utbytas mot andra hvilka som helst, blott de icke strida mot eqvationerna (61) och (62), så gäller om dessa functioners partiella derivator, att deras värden kunna ersättas af andra hvilka som helst, och af jemvigten hos punktsystemet följer sålunda, att eqvationen (64) måste satisfieras af de differentialer, som fås ur eqvationerna (65), under det att vi åt samtliga $\frac{\partial F_{k+1}}{dx}$, $\frac{\partial F_{k+1}}{dy}$, $\frac{\partial F_{k+1}}{dz}$, $\ldots$ $\frac{\partial F_{n-1}}{dx_n}$, $\frac{\partial F_{n-1}}{dy_n}$, $\frac{\partial F_{n-1}}{dz_n}$ gifva hvilka värden, vi behaga. Men detta vill med andra ord

säga, att eqvationen (64) måste satisfieras af alla de differentialer, som samtidigt kunna tagas ur eqvationerna

$$\left.\begin{aligned}
\delta y &= f'(z)\delta z\,,\\
\delta x &= \varphi'(z)\delta z\,,\\
\delta y_1 &= f'_1(z_1)\delta z_1\,,\\
\delta x_1 &= \varphi'_1(z_1)\delta z_1\,,\\
&\cdots\cdots\cdots\\
&\cdots\cdots\cdots\\
\delta y_{n-1} &= f'_{n-1}(z_{n-1})\delta z_{n-1}\,,\\
\delta x_{n-1} &= \varphi'_{n-1}(z_{n-1})\delta z_{n-1}\,,\\
\delta y_n &= f'_n(z_n)\delta z_n\,,\\
\delta x_n &= \varphi'_n(z_n)\delta z_n\,,
\end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial F}{dx}\delta x + \frac{\partial F}{dy}\delta y + \frac{\partial F}{dz}\delta z + .. + \frac{\partial F}{dx_n}\delta x_n + \frac{\partial F}{dy_n}\delta y_n + \frac{\partial F}{dz_n}\delta z_n = 0\,,\\
&\frac{\partial F_1}{dx}\delta x + \frac{\partial F_1}{dy}\delta y + \frac{\partial F_1}{dz}\delta z + .. + \frac{\partial F_1}{dx_n}\delta x_n + \frac{\partial F_1}{dy_n}\delta y_n + \frac{\partial F_1}{dz_n}\delta z_n = 0\,,\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&\frac{\partial F_{k-1}}{dx}\delta x + \frac{\partial F_{k-1}}{dy}\delta y + \frac{\partial F_{k-1}}{dz}\delta z + .. + \frac{\partial F_{k-1}}{dx_n}\delta x_n + \frac{\partial F_{k-1}}{dy_n}\delta y_n + \frac{\partial F_{k-1}}{dz_n}\delta z_n = 0\,,\\
&\frac{\partial F_k}{dx}\delta x + \frac{\partial F_k}{dy}\delta y + \frac{\partial F_k}{dz}\delta z + .. + \frac{\partial F_k}{dx_n}\delta x_n + \frac{\partial F_k}{dy_n}\delta y_n + \frac{\partial F_k}{dz_n}\delta z_n = 0\,,
\end{aligned}\right\} \quad (66)$$

och att således summan af alla med punkternas rörelse och samband förenliga virtuella momenter är noll.

B. Om eqvationen

$$\Sigma\left\{X\delta x + .. + X_n\delta x_n + Y\delta y + .. + Y_n\delta y_n + Z\delta z + .. + Z_n\delta z_n\right\} = 0$$

satisfieras af alla de differentialer, som samtidigt erhållas ur eqvationerna (66), så är systemet i jemvigt.

Antaga vi motsatsen till det, som skall bevisas, eller att systemet af de anbragta krafterna försättes i rörelse, så är först och främst tydligt, att denna rörelse sker på blott ett enda fullt bestämdt sätt, som naturligtvis ligger inom gebitet af alla för systemet möjliga rörelsesätt och således kan uttryckas genom eqvationerna

$$\left.\begin{aligned} y &= f(z), \\ x &= \varphi(z), \\ y_1 &= f_1(z_1), \\ x_1 &= \varphi_1(z_1), \\ &\cdots\cdots \\ &\cdots\cdots \\ y_{n-1} &= f_{n-1}(z_{n-1}), \\ x_{n-1} &= \varphi_{n-1}(z_{n-1}), \\ y_n &= f_n(z_n), \\ x_n &= \varphi(z_n), \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (67)$$

$$\left.\begin{aligned} &F(x, y, z, x_1, y_1, z_1 \ldots x_n, y_n, z_n) = 0, \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ &F_k(x, y, z, x_1, y_1, z_1 \ldots x_n, y_n, z_n) = 0, \\ &F_{k+1}(x, y, z, x_1, y_1, z_1 \ldots x_n, y_n, z_n) = 0, \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ &F_{n-1}(x, y, z, x_1, y_1, z_1 \ldots x_n, y_n, z_n) = 0, \end{aligned}\right\} \quad \ldots (68)$$

i hvilka hvar och en af functionerna $F_{k+1} \ldots F_{n-1}$ har sin fullt bestämda, om också för oss okända form. Vidare är lika tydligt, att, om man förenar systemets punkter medelst ett nytt samband af sådan beskaffenhet, att detta å ena sidan inskränker de för systemet möjliga rörelsesätten till just det enda, som har sin lag i eqvationerna (67) och (68), och å andra sidan hvarken underhjelper eller motarbetar de på systemet anbragta krafternas verkan, så måste systemet efter tillkomsten af detta nya samband, lika väl som förut, af krafterna bringas ur jemvigten.

Låtom oss nu antaga, att systemet under den gjorda förutsättningen kommer i rörelse och dervid lyder den lag, som har sitt uttryck i eqvationerna (67) och (68). Vi vilja i detta fall förena systemets punkter genom ett nytt samband, som icke tillåter någon annan än den ponerade rörelsen och hvarken befordrar eller förhindrar denna; således genom ett samband, som är af den natur, att mot hvarje läge, som en af systemets punkter i ett visst tidsmoment innehar, svarar i samma tidsmoment ett fullt bestämdt läge hos hvar och en af systemets öfriga punkter. Naturligtvis äger detta nya samband sitt analytiska uttryck just i de eqvationer (68), hvilka i förening med eqvationerna (67) bestämma beskaffenheten af den rörelse, som till följe af det nya sambandet är den enda möjliga.

Då nu, under det att eqvationen

$$\Sigma\{X\delta x + .. + X_n\delta x_n + Y\delta y + .. + Y_n\delta y_n + Z\delta z + .. + Z_n\delta z_n\} = 0 .. (69)$$

satisfieras af de differentialer, som fås ur eqvationerna (66), vårt gifna punktsystem antages komma i rörelse och dervid lyda den lag, som angifves genom eqvationerna (67) och (68), så följer af detta antagande, såsom nyss är nämndt, att punktsystemet äfven bringas ur jemvigt, sedan vi förenat punkterna genom det nya samband, som icke tillåter någon annan än den genom eqvationerna (67) och (68) bestämda rörelsen. Följaktligen kan icke, enligt föregående paragraf och så vidt vårt antagande är berättigadt, eqvationen (69) satisfieras af de differentialer, som erhållas ur eqvationerna

$$\left.\begin{aligned}
\delta y &= f'(z)\delta z\,,\\
\delta x &= \varphi'(z)\delta z\,,\\
\delta y_1 &= f'_1(z_1)\delta z_1\,,\\
\delta x_1 &= \varphi'_1(z_1)\delta z_1\,,\\
&\cdots\cdots\\
&\cdots\cdots\\
\delta y_{n-1} &= f'_{n-1}(z_{n-1})\delta z_{n-1}\,,\\
\delta x_{n-1} &= \varphi'_{n-1}(z_{n-1})\delta z_{n-1}\,,\\
\delta y_n &= f'_n(z_n)\delta z_n\,,\\
\delta x_n &= \varphi'_n(z_n)\delta z_n\,,\\
\frac{\partial F}{dx}\delta x + \frac{\partial F}{dy}\delta y + \frac{\partial F}{dz}\delta z + ... + \frac{\partial F}{dx_n}\delta x_n + \frac{\partial F}{dy_n}\delta y_n + \frac{\partial F}{dz_n}\delta z_n &= 0\,,\\
&\cdots\cdots\\
\frac{\partial F_k}{dx}\delta x + \frac{\partial F_k}{dy}\delta y + \frac{\partial F_k}{dz}\delta z + ... + \frac{\partial F_k}{dx_n}\delta x_n + \frac{\partial F_k}{dy_n}\delta y_n + \frac{\partial F_k}{dz_n}\delta z_n &= 0\,,\\
\frac{\partial F_{k+1}}{dx}\delta x + \frac{\partial F_{k+1}}{dy}\delta y + \frac{\partial F_{k+1}}{dz}\delta z + ... + \frac{\partial F_{k+1}}{dx_n}\delta x_n + \frac{\partial F_{k+1}}{dy_n}\delta y_n + \frac{\partial F_{k+1}}{dz_n}\delta z_n &= 0\,,\\
&\cdots\cdots\\
\frac{\partial F_{n-1}}{dx}\delta x + \frac{\partial F_{n-1}}{dy}\delta y + \frac{\partial F_{n-1}}{dz}\delta z + .. + \frac{\partial F_{n-1}}{dx_n}\delta x_n + \frac{\partial F_{n-1}}{dy_n}\delta y_n + \frac{\partial F_{n-1}}{dz_n}\delta z_n &= 0\,,
\end{aligned}\right\} (70)$$

der $F_{k+1} \ldots F_{n-1}$ hafva samma bestämda form, som i eqvationerna (68). Men emedan eqvationen (69) är sann för alla de värden på differentialerna, som kunna tagas ur eqvationerna (66), så måste den naturligtvis vara a fortiori sann för de värden på differentialerna, som fås ur eqvationerna (70), och således vårt antagande, att systemet af

krafterna försättes i rörelse, vara falskt. Punktsystemet är följaktligen såväl före som efter det nya sambandets tillkomst i jemvigt.

Sammanfatta vi det, som i denna paragraf blifvit sagdt, så finna vi, att nödvändiga och tillräckliga vilkoret för jemvigt hos ett system af punkter, som kunna röra sig på men ej lösgöras från bestämda curvor och sinsemellan äro på ett sådant sätt förenade, att läget hos en af systemets punkter icke fullständigt bestämmer alla de öfriga punkternas samtidiga lägen, är, att summan af alla med punkternas rörelse och samband förenliga virtuella momenter är noll.

Anmärkningar.

1. I de bevis, som förekomma i denna paragraf, förutsättes, att man alltid kan mellan systemets punkter åstadkomma ett samband, som inskränker systemets rörelsesätt till blott ett enda hvilket som helst bland dem, som för systemet äro möjliga. Att detta också alltid är förhållandet, vilja vi nu visa. I denna afsigt förena vi medelst tvenne till längd och form oföränderliga räta linier de tvenne första punkterna $m$ och $m_1$ med en tredje punkt $\mu$, hvars läge är sådant, att de omnämnda räta linierna icke blifva normala mot de curvor, till hvilka $m$ och $m_1$ höra. På likartadt sätt sammanbinda vi punkterna $m_1$ och $m_2$ med en punkt $\mu_1$, så belägen, att föreningslinierna icke blifva normala mot de curvor, till hvilka punkterna $m_1$ och $m_2$ höra. Vidare förena vi på samma sätt punkterna $m_2$ och $m_3$ med en ny punkt $\mu_2$ och fortgå sålunda, tills dess vi slutligen sammanbundit de båda punkterna $m_{n-1}$ och $m_n$ med en sista punkt $\mu_{n-1}$. Sedan vi sålunda förknippat punkterna med hvarandra, låta vi punktsystemet röra sig på ett visst sätt bland de otaligt många, som för systemet äro möjliga. Under denna rörelse beskrifva punkterna $\mu$, $\mu_1$ ... $\mu$ tillfölje af sitt samband med systemet vissa kroklinier $C(m, m_1)$, $C(m_1, m_2)$, $C(m_2, m_3)$, ... $C(m_{n-1}, m_n)$. Göra vi nu dessa kroklinier fixa och slutligen med dem förena punkterna $\mu$, $\mu_1 \ldots \mu_{n-1}$ så, att hvarje punkt väl kan röra sig på men ej lösgöra sig från den af honom beskrifna kroklinien; så är lätt att inse, att det fullständiga samband, som härigenom blifvit etableradt mellan våra gifna punkter $m$, $m_1, \ldots m_n$, är af den natur, att ingen annan rörelse, än just den, som vi nyss gifvit åt systemet, vidare är möjlig.

2. I denna paragrafs sednare afdelning förutsättes, att, om punktsystemet af krafterna erhåller en viss rörelse, det nya

sambandet kan inrättas så, att det hvarken medgifver någon annan rörelse eller förändrar krafternas verkan. Att äfven detta är möjligt, inses lätt. Man behöfver blott förfara såsom nyss förut med den enda skillnad, att man gör de kroklinier fixa, som uppkomma under den rörelse, hvilken af krafterna sjelfva förorsakas.

3. Huru än punkterna $\mu$, $\mu_1, \ldots \mu_{n-1}$ äro belägna, måste likväl det genom dem tillvägabragta sambandet mellan punkterna $m$, $m_1, \ldots m_n$ äga sitt analytiska uttryck i eqvationerna (68), sålänge detta samband endast tillåter sistnämnde punkter röra sig med bibehållande af de relativa lägen, som bestämmas genom eqvationerna (67) och (68). Visserligen ha, efter införandet af punkterna $\mu$, $\mu_1, \ldots \mu_{n-1}$, samtliga punkternas banor och sambandet dem emellan närmast sitt analytiska uttryck i ett eqvationssystem sådant som

$$
\begin{aligned}
y &= f(z), \\
x &= \varphi(z), \\
\eta &= \psi(\zeta), \\
\xi &= \chi(\zeta), \\
y_1 &= f_1(z_1), \\
x_1 &= \varphi_1(z_1), \\
&\ldots\ldots \\
&\ldots\ldots \\
y_{n-1} &= f_{n-1}(z_{n-1}), \\
x_{n-1} &= \varphi_{n-1}(z_{n-1}), \\
\eta_{n-1} &= \psi_{n-1}(\zeta_{n-1}), \\
\xi_{n-1} &= \chi_{n-1}(\zeta_{n-1}), \\
y_n &= f_n(z_n), \\
x_n &= \varphi_n(z_n), \\
&\left.\begin{aligned}
f(z, \zeta) &= 0, \\
\varpi(\zeta, z_1) &= 0, \\
f_1(z_1, \zeta_1) &= 0, \\
\varpi_1(\zeta_1, z_2) &= 0, \\
&\ldots\ldots \\
&\ldots\ldots \\
f_{n-1}(z_{n-1}, \zeta_{n-1}) &= 0, \\
\varpi_{n-1}(\zeta_{n-1}, z_n) &= 0,
\end{aligned}\right\} \ldots\ldots (71)
\end{aligned}
$$

der $\psi, \psi_1, \ldots \psi_{n-1}, \chi, \chi_1, \ldots \chi_{n-1}, f, f_1, \ldots f_{n-1}, \varpi, \varpi_1, \ldots \varpi_{n-1}$ äro fullt bestämda functionsformer och $\xi, \eta, \zeta, \xi_1, \eta_1, \zeta_1, \ldots \xi_{n-1}$ $\eta_{n-1}, \zeta_{n-1}$ coordinater för punkterna $\mu, \mu_1, \ldots \mu_{n-1}$; men ur eqvationerna (71) erhålles med lätthet ett eqvationssystem, som tydligen är af formen

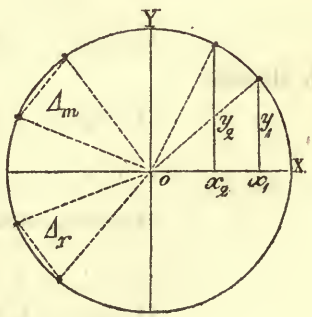
$$\begin{aligned} &F(z, z_1) = 0, \\ &F_1(z_1, z_2) = 0, \\ &\ldots\ldots \\ &\ldots\ldots \\ &F_{n-2}(z_{n-2}, z_{n-1}) = 0, \\ &F_{n-1}(z_{n-1}, z_n) = 0, \end{aligned}$$

och såsom oberoende af $\xi, \eta, \zeta, \xi_1, \eta_1, \zeta_1, \ldots \xi_{n-1}, \eta_{n-1}, \zeta_{n-1}$ utgör rätta analytiska uttrycket för det samband mellan punkterna $m, m_1, \ldots m_n$, som genom föreningen med punkterna $\mu, \mu_1, \ldots$ $\mu_{n-1}$ åstadkommes. Vore nu detta sista eqvationssystem icke likbetydande med det i eqvationerna (68) gifna, så skulle icke heller den rörelse, som af det ifrågavarande sambandet bestämmes, vara identisk med den, som bestämmes genom eqvationerna (67) och (68). Men att den så är, veta vi, och följaktligen måste äfven, sedan punkterna $\mu, \mu_1 \ldots \mu_{n-1}$ blifvit med punkterna $m$, $m_1, \ldots m_n$ förenade, sambandet mellan sistnämnde punkter äga sitt rätta analytiska utfryck i eqvationerna (68).

Exempel 1.

På en ring äro $n$ kulor uppträdda. Mellan tvenne på hvarandra följande kulor verkar en attraherande kraft, som är proportionel mot afståndet mellan kulorna. Man vill veta i hvad läge jemvigt inträder.

Fig. 22.




Ringens eqvation må vara

$$x^2 + y^2 = r^2.$$

Vi böra då erhålla

$$\left.\begin{aligned} &x_1^2 + y_1^2 = r^2, \\ &\ldots\ldots \\ &x_m^2 + y_m^2 = r^2, \\ &\ldots\ldots \\ &x_n^2 + y_n^2 = r^2, \end{aligned}\right\} \ldots (72)$$

hvaraf

$$\left.\begin{aligned} x_1\delta x_1 + y_1\delta y_1 &= 0, \\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot & \\ x_m\delta x_m + y_m\delta y_m &= 0, \\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot & \\ x_n\delta x_n + y_n\delta y_n &= 0. \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (73)$$

Den attraction, som förenar den $m^{te}$ kulan med den $(m+1)^{sta}$, benämna vi $T_m$ och erhålla

$$T_m = k_m \sqrt{(x_{m+1}-x_m)^2 + (y_{m+1}-y_m)^2},$$

der således $k_m$ är attractionen på afståndet 1. De krafter, som verka på $m^{te}$ kulan äro således

$$X_m = k_m (x_{m+1} - x_m) + k_{m-1}(x_{m-1} - x_m),$$
$$Y_m = k_m (y_{m+1} - y_m) + k_{m-1}(y_{m-1} - y_m).$$

Jemvigtseqvationen blir följaktligen

$$\left.\begin{aligned} & k_1 (x_2 - x_1)\delta x_1 + k_n (x_n - x_1)\delta x_1 \\ + & k_1 (y_2 - y_1)\delta y_1 + k_n (y_n - y_1)\delta y_1 \\ + & \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ + & k_m (x_{m+1} - x_m)\delta x_m + k_{m-1}(x_{m-1} - x_m)\delta x_m \\ + & k_m (y_{m+1} - y_m)\delta y_m + k_{m-1}(y_{m-1} - y_m)\delta y_m \\ + & \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ + & k_n (x_1 - x_n)\delta x_n + k_{n-1}(x_{n-1} - x_n)\delta x_n \\ + & k_n (y_1 - y_n)\delta y_n + k_{n-1}(y_{n-1} - y_n)\delta y_n \end{aligned}\right\} = 0,$$

eller tillfölje af eqvationerna (73)

$$\left.\begin{aligned} & k_1 x_2 \delta x_1 + k_1 y_2 \delta y_1 + k_n x_n \delta x_1 + k_n y_n \delta y_1 \\ + & \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ + & k_m x_{m+1}\delta x_m + k_m y_{m+1}\delta y_m + k_{m-1}x_{m-1}\delta x_m + k_{m-1}y_{m-1}\delta y_m \\ + & \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ + & k_n x_1 \delta x_n + k_n y_1 \delta y_n + k_{n-1}x_{n-1}\delta x_n + k_{n-1}y_{n-1}\delta y_n \end{aligned}\right\} = 0,$$

och slutligen

$$\left.\begin{aligned} & \{k_1 (y_1 x_2 - y_2 x_1) - k_n (y_n x_1 - y_1 x_n)\} \cdot \frac{\delta x_1}{y_1} \\ + & \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ + & \{k_m (y_m x_{m+1} - y_{m+1} x_m) - k_{m-1}(y_{m-1}x_m - y_m x_{m-1})\}\frac{\delta x_m}{y_m} \\ + & \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ , \\ + & \{k_n (y_n x_1 - y_1 x_n) - k_{n-1}(y_{n-1}x_n - y_n x_{n-1})\}\frac{\delta x_n}{y_n} \end{aligned}\right\} = 0.$$

Emedan differentialerna numera äro af hvarandra oberoende, så måste i allmänhet erhållas $n$ eqvationer af formen

$$k_m(y_m x_{m+1} - y_{m+1} x_m) = k_{m-1}(y_{m-1} x_m - y_m x_{m-1}) \quad . \quad . \quad . \quad (74)$$

Af dessa innehåller den sista ingen ting nytt, utan utgör endast resultatet af eliminationen mellan alla de föregående, så att vi för beräkningen af kulornas $2n$ coordinater utom de gifna $n$ eqvationerna (72) endast äga $(n-1)$ ur jemvigtseqvationen härledda eqvationer. Eliminera vi mellan dessa $2n-1$ eqvationer, så finna vi följaktligen en arbiträr coordinat, och de öfriga gifvas i functioner af densamma. Då kännedomen om kulornas coordinater i jemvigtsläget är af föga intresse, förbigå vi eliminationen och vända oss i det stället till granskningen af den betydelse, som eqvationen (74) äger. Denna är, såsom vi skola finna, ganska enkel. Om vi nemligen dividera ifrågavarande eqvations båda membra med 2, så visar sig, att $k_m$ gånger den triangel, hvars hörn utgöras af ringens centrum och punkterna $(x_m, y_m)$ och $(x_{m+1}, y_{m+1})$, är lika med $k_{m-1}$ gånger den triangel, som har sina spetsar i centrum och punkterna $(x_m, y_m)$ och $(x_{m-1}, y_{m-1})$. Benämna vi den förstnämnda triangeln $\Delta_m$ och de öfriga i likhet med denna, så finna vi sålunda

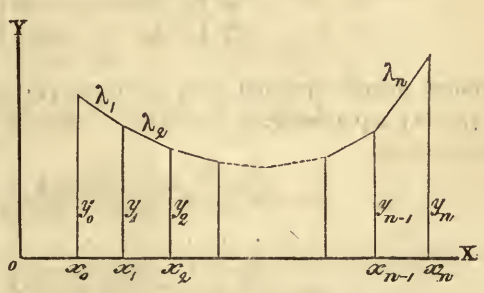
$$k_1 \Delta_1 = k_2 \Delta_2 = \ldots = k_m \Delta_m = \ldots = k_n \Delta_n.$$

Exempel. 2.

Ett snöre af längden $l$ är upphängdt i punkterna $(x_0, y_0)$, $(x_n, y_n)$ och uppbär ett antal lika stora tyngder, hvilka endast äro rörliga utefter vertikala, lika långt från hvarandra aflägsna, räta linier och hvila på, men icke äro fästade vid snöret. Man vill lära känna formen på den polygon, som snöret bildar vid inträdande jemvigt.

Vi antaga, att $y_0$ är lika med $y_n$. Krafternas antal är $n-1$. Coordinaterna $x_1, x_2, x_3, \ldots x_{n-1}$ äro likasom $x_0, y_0$ och $x_n$, $y_n$ constanta. Relationerna mellan coordinaterna för polygonens hörn äro

Fig. 23.




$$x_1 - x_0 = x_2 - x_1 = x_3 - x_2 = \ldots = x_n - x_{n-1} = \frac{x_n - x_0}{n} = \Delta x,$$

$$\left.\begin{aligned}
&\Delta x^2 + (y_1 - y_0)^2 = \lambda_1^2,\\
&\Delta x^2 + (y_2 - y_1)^2 = \lambda_2^2,\\
&\quad\ldots\ldots\ldots\\
&\Delta x^2 + (y_r - y_{r-1})^2 = \lambda_r^2,\\
&\quad\ldots\ldots\ldots\\
&\Delta x^2 + (y_{n-1} - y_{n-2})^2 = \lambda_{n-1}^2,\\
&\Delta x^2 + (y_n - y_{n-1})^2 = \lambda_n^2,\\
&\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + \ldots + \lambda_n = l.
\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (74)$$

Jemvigtseqvationen är

$$\delta y_1 + \delta y_2 + \delta y_3 + \ldots + \delta y_{n-1} = 0,$$

eller

$$\sum_{i=1}^{i=n-1} \delta y_i = 0.$$

Eqvationerna (74) gifva, om de differentieras,

$$\begin{aligned}
&(y_1 - y_0)\,\delta y_1 = \lambda_1 \delta\lambda_1,\\
&(y_2 - y_1)(\delta y_2 - \delta y_1) = \lambda_2 \delta\lambda_2,\\
&\quad\ldots\ldots\ldots\\
&(y_r - y_{r-1})(\delta y_r - \delta y_{r-1}) = \lambda_r \delta\lambda_r,\\
&\quad\ldots\ldots\ldots\\
&(y_{n-1} - y_{n-2})(\delta y_{n-1} - \delta y_{n-2}) = \lambda_{n-1}\delta\lambda_{n-1},\\
&(y_n - y_{n-1})(-\delta y_{n-1}) = \lambda_n \delta\lambda_n,\\
&\delta\lambda_1 + \delta\lambda_2 + \delta\lambda_3 + \ldots + \delta\lambda_n = 0,
\end{aligned}$$

hvaraf

$$\sum_{i=1}^{i=n-1} \left\{ \frac{y_i - y_{i-1}}{\lambda_i} - \frac{y_{i+1} - y_i}{\lambda_{i+1}} \right\} \delta y_i = 0.$$

Jemföres denna eqvation med jemvigtseqvationen, så erhålla vi följande $(n-1)$ eqvationer:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{y_2 - y_1}{\lambda_2} - \frac{y_1 - y_0}{\lambda_1} = k,\\
&\quad\ldots\ldots\ldots\\
&\frac{y_r - y_{r-1}}{\lambda_r} - \frac{y_{r-1} - y_{r-2}}{\lambda_{r-1}} = k,\\
&\quad\ldots\ldots\ldots\\
&\frac{y_n - y_{n-1}}{\lambda_n} - \frac{y_{n-1} - y_{r-2}}{\lambda_{n-1}} = k.
\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (75)$$

Dessa i förening med de $n+1$ eqvationerna (74) gifva oss $2n$ eqvationer för bestämmandet af de $2n$ obekanta qvantiteterna $y_1$, $y_2$, ... $y_{n-2}$, $y_{n-1}$, $\lambda_1$, $\lambda_2$, ... $\lambda_{n-1}$, $\lambda_n$ och $k$. Problemet kan således betraktas såsom solveradt.

Antaga vi, att tyngderna äro oändligt många, så reducera sig eqvationerna (74) till

$$dx^2 + dy^2 = ds^2,$$

$$\int_{x_0}^{x_n} dx \sqrt{1+y'^2} = l,$$

och eqvationerna (75) till formen

$$\frac{d\frac{dy}{ds}}{dx} = \lim \frac{k}{\Delta x} = \frac{1}{\varrho}.$$

Denna sista eqvation ger

$$\frac{dy}{ds} = \frac{x}{\varrho} + \beta$$

och vidare

$$(y + \alpha\varrho)^2 + (x + \beta\varrho)^2 = \varrho^2.$$

Snöret bildar sålunda en cirkelbåge. De ingående constanterna bestämmas lätt, om vi observera, att cirkelns eqvation bör satisfieras af $x_0$, $y_0$ och $x_n$, $y_n$, samt att derjemte $y_n = y_0$. Eqvationerna

$$(y_n + \alpha\varrho)^2 + (x_n + \beta\varrho)^2 = \varrho^2,$$
$$(y_0 + \alpha\varrho)^2 + (x_0 + \beta\varrho)^2 = \varrho^2$$

gifva nemligen

$$\beta\varrho = -\frac{x_n + x_0}{2},$$

och med stöd häraf ger eqvationen

$$\int_{x_0}^{x_n} dx \sqrt{1 + y'^2} = l$$

$$2\varrho \arcsin \frac{x_n - x_0}{2\varrho} = l.$$

Sedan vi medelst denna eqvation funnit storleken af $\varrho$, kunna vi med användande af samma eqvationer, som gåfvo värdet på $\beta\varrho$, beräkna både $\alpha$ och $\beta$.

Vi hafva här förutsatt, att snöret icke är längre än halfva peri-

ferien i den cirkel, som tangeras af ordinatorna $y_0$ och $y_n$. Vore det längre, så skulle det naturligtvis icke i hela sin utsträckning kunna bilda en cirkelbåge utan att skära ordinatorna $y_0$ och $y_n$ nedanför upphängningspunkterna och sträcka sig å ömse sidor om dessa ordinator, hvilket tydligen är omöjligt. Snöret kan följaktligen icke, då

$$l > \pi \frac{x_n - x_0}{2},$$

i hela sin längd hafva formen af en cirkelbåge. Detta oaktadt gäller äfven i denna händelse eqvationen

$$\frac{d\frac{dy}{ds}}{dx} = \lim \frac{k}{\Delta x} = \frac{1}{\varrho}$$

och således också eqvationen

$$(y + \alpha\varrho)^2 + (x + \beta\varrho)^2 = \varrho^2.$$

En del af snöret har sålunda formen af en cirkelbåge. Då emellertid detta, såsom nyss nämndes, icke kan vara förhållandet med hela snöret, så kunna vi först och främst inse, att antingen $\lim(y_1 - y_0)$ eller $\lim(y_n - y_{n-1})$ måste differera från noll, följaktligen också i stöd af den första och sista bland eqvationerna (75) antingen

$$\lim \left(\frac{dy}{ds}\right)_{x_1} = -1,$$

eller

$$\lim \left(\frac{dy}{ds}\right)_{x_{n-1}} = 1.$$

I hvilketdera fallet som helst tangerar den af snöret bildade cirkelbågen en af ordinatorna $y_0$ och $y_n$ i en punkt, hvars ordinata är mindre än $y_0 = y_n$, och träffar följaktligen den andra af nyssnämnda ordinator i en punkt, hvars ordinata likaledes är mindre än $y_0 = y_n$. Emedan således den ena af $\lim(y_1 - y_0)$ och $\lim(y_n - y_{n-1})$ differerar från noll, så gör den andra det äfven, och häraf följer, att vi för bestämmandet af snörets form i jemvigtsläget erhålla eqvationerna

$$\frac{dy}{ds} = \frac{x}{\varrho} + \beta,$$

$$(y + \alpha\varrho)^2 + (x + \beta\varrho)^2 = \varrho^2,$$

$$\lim \left(\frac{dy}{ds}\right)_{x_1} = -1,$$

$$\lim \left(\frac{dy}{ds}\right)_{x_{n-1}} = 1,$$

$$\lim \lambda_1 + \lim \lambda_n + \lim \int_{x_1}^{x_{n-1}} dx \sqrt{1 + y'^2} = l ,$$

som räcka till för bestämningen af constanterna och gifva

$$\varrho = \frac{x_n - x_0}{2} ,$$

$$\beta\varrho = -\frac{x_n + x_0}{2} ,$$

$$\alpha\varrho = \frac{l}{2} - \frac{y_n + y_0}{2} - \pi \frac{x_n - x_0}{4} .$$

32. Af det, som i paragraferna 29, 30, 31 blifvit sagdt, följer, att nödvändiga och tillräckliga vilkoret för jemvigt hos ett system af punkter, som angripas af krafter och endast kunna röra sig utefter bestämda curvor, är, att summan af alla med punkternas rörelse och samband förenliga virtuella momenter är noll.

33. Om jemvigt hos krafter, som äro applicerade till ett system af punkter i allmänhet.

Vi antaga, att punkterna äro $m$, $m_1$, $m_2$, ... $m_n$, beteckna, såsom i föregående paragrafer, coordinaterna för en punkt $m_r$ med $x_r$, $y_r$, $z_r$, kalla de i denna punkt applicerade krafterna $\Sigma X_r$, $\Sigma Y_r$, $\Sigma Z_r$ och uttrycka såväl punkternas banor som sambandet dem emellan genom eqvationerna

$$\left.\begin{aligned} &F(x, y, z, x_1, y_1, z_1 \ldots x_n, y_n, z_n) = 0 , \\ &F_1(x, y, z, x_1, y_1, z_1 \ldots x_n, y_n, z_n) = 0 , \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &F_{k-1}(x, y, z, x_1, y_1, z_1 \ldots x_n, y_n, z_n) = 0 , \\ &F_k(x, y, z, x_1, y_1, z_1 \ldots x_n, y_n, z_n) = 0 , \end{aligned}\right\} \quad \ldots (76)$$

der $k$ betecknar ett tal, som är mindre än $3n + 1$, emedan i annat fall inträffar, att antingen coordinaterna för systemets samtliga punkter erhålla constanta värden och dessa sålunda blifva under inverkan af hvilka krafter som helst orörliga, eller också systemets samtliga punkter röra sig på det sätt, som redan blifvit i paragrafen 30 behandladt.

Hurudana systemets möjliga rörelsesätt än äro, är emellertid säkert, att hvart och ett af dem kan exprimeras derigenom, att vi till de gifna $k+1$ eqvationerna (76) foga $3n - k + 1$ nya eqvationer

$$F_{k+1}(x, y, z, x_1, y_1, z_1 \ldots x_n, y_n, z_n) = 0,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$F_{3n+1}(x, y, z, x_1, y_1, z_1 \ldots x_n, y_n, z_n) = 0.$$

Lika säkert är också, att hvarje förändring af functionsformerna $F_{k+1} \ldots F_{3n+1}$, blott den icke strider mot eqvationerna (76), visar oss ett nytt sätt bland de oändligt många, på hvilka systemets rörelse kan försiggå.

A. Vi antaga, att punktsystemet är i jemvigt.

I stöd af det redan i paragrafen 31 åberopade statiska axiomet kunna vi, utan att jemvigten deraf störes, förena systemets punkter på hvad sätt vi behaga.

Låtom oss, emedan så förhåller sig, till det redan befintliga lägga ett nytt och så beskaffadt samband mellan punkterna, att sedan detta tillkommit, det för systemet blott återstår ett enda möjligt rörelsesätt, analytiskt exprimeradt genom eqvationerna

$$\left.\begin{aligned}
&F(x, y, z, x_1, y_1, z_1 \ldots x_n, y_n, z_n) = 0,\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&F_k(x, y, z, x_1, y_1, z_1 \ldots x_n, y_n, z_n) = 0,\\
&F_{k+1}(x, y, z, x_1, y_1, z_1 \ldots x_n, y_n, z_n) = 0,\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&F_{3n+1}(x, y, z, x_1, y_1, z_1 \ldots x_n, y_n, z_n) = 0,
\end{aligned}\right\} \quad \ldots (77)$$

deri $F_{k+1} \ldots F_{3n+1}$ hafva hvar sin bestämda form. Numera skulle, om systemet genom våld försattes i rörelse, denna bestämmas genom eqvationerna (77) och sålunda hvarje punkt följa sin fullt bestämda curva. Följaktligen är också systemet numera af den beskaffenhet, hvarom handlades i paragrafen 30, och tillfölje af jemvigten måste derföre

$$\Sigma\{X\delta x + .. + X_n\delta x_n + Y\delta y + .. + Y_n\delta y_n + Z\delta z + .. + Z_n\delta z_n\} = 0 \ldots (78)$$

satisfieras af de värden på differentialerna, som fås ur eqvationerna

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial F}{dx}\delta x + \frac{\partial F}{dy}\delta y + \frac{\partial F}{dz}\delta z + \ldots. + \frac{\partial F}{dy_n}\delta y_n + \frac{\partial F}{dz_n}\delta z_n = 0,\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&\frac{\partial F_k}{dx}\delta x + \frac{\partial F_k}{dy}\delta y + \frac{\partial F_k}{dz}\delta z + \ldots. + \frac{\partial F_k}{dy_n}\delta y_n + \frac{\partial F_k}{dz_n}\delta z_n = 0,\\
&\frac{\partial F_{k+1}}{dx}\delta x + \frac{\partial F_{k+1}}{dy}\delta y + \frac{\partial F_{k+1}}{dz}\delta z + \ldots. + \frac{\partial F_{k+1}}{dy_n}\delta y_n + \frac{\partial F_{k+1}}{dz_n}\delta z_n = 0,\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&\frac{\partial F_{3n+1}}{dx}\delta x + \frac{\partial F_{3n+1}}{dy}\delta y + \frac{\partial F_{3n+1}}{dz}\delta z + \ldots. + \frac{\partial F_{3n+1}}{dy_n}\delta y_n + \frac{\partial F_{3n+1}}{dz_n}\delta z_n = 0,
\end{aligned}\right\} \quad .. (79)$$

deri $F_{k+1} \ldots F_{3n+1}$ hafva samma form, som i eqvationerna (77).

Gången af vår slutledning blir densamma, huru vi i öfrigt inrätta sambandet mellan punkterna, blott detta sker så, att systemets rörelsesätt derigenom inskränkas till ett enda, det må nu vara hvilket som helst bland dem, som ursprungligen voro för systemet möjliga. Functionsformerna $F_{k+1} \ldots F_{3n+1}$ kunna derföre utbytas mot nya, utan att detta i annat afseende förändrar det resultat, till hvilket vi på grund af systemets jemvigt kommit, än att de partiella derivatorna af $F_{k+1} \ldots F_{3n+1}$ måste anses hafva blifvit andra, så ofta som functionerna sjelfva öfvergått till annan form.

Då $F_{k+1} \ldots F_{3n+1}$ således kunna ersättas af andra functioner hvilka som helst, blott de icke strida mot eqvationerna (76) och slutledningsformen detta oaktadt blir oförändrad, måste af systemets jemvigt följa, att eqvationen (78) satisfieras af de värden på differentialerna, som fås ur eqvationerna (79), under det att samtliga i dem ingående $\frac{\partial F_{k+1}}{dx}, \frac{\partial F_{k+1}}{dy}, \frac{\partial F_{k+1}}{dz}, \ldots \frac{\partial F_{3n+1}}{dx_n}, \frac{\partial F_{3n+1}}{dy_n}, \frac{\partial F_{3n+1}}{dz_n}$ kunna i oändlighet variera. Men detta vill med andra ord säga, att på grund af systemets jemvigt eqvationen (78) måste satisfieras af de värden på differentialerna, som kunna tagas ur eqvationerna

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial F}{dx}\delta x + \frac{\partial F}{dy}\delta y + \frac{\partial F}{dz}\delta z + .. + \frac{\partial F}{dx_n}\delta x_n + \frac{\partial F}{dy_n}\delta y_n + \frac{\partial F}{dz_n}\delta z_n = 0,\\
&\frac{\partial F_1}{dx}\delta x + \frac{\partial F_1}{dy}\delta y + \frac{\partial F_1}{dz}\delta z + .. + \frac{\partial F_1}{dx_n}\delta x_n + \frac{\partial F_1}{dy_n}\delta y_n + \frac{\partial F_1}{dz_n}\delta z_n = 0,\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&\frac{\partial F_{k-1}}{dx}\delta x + \frac{\partial F_{k-1}}{dy}\delta y + \frac{\partial F_{k-1}}{dz}\delta z + .. + \frac{\partial F_{k-1}}{dx_n}\delta x_n + \frac{\partial F_{k-1}}{dy_n}\delta y_n + \frac{\partial F_{k-1}}{dz_n}\delta z_n = 0,\\
&\frac{\partial F_k}{dx}\delta x + \frac{\partial F_k}{dy}\delta y + \frac{\partial F_k}{dz}\delta z + .. + \frac{\partial F_k}{dx_n}\delta x_n + \frac{\partial F_k}{dy_n}\delta y_n + \frac{\partial F_k}{dz_n}\delta z_n = 0.
\end{aligned}\right\} \quad (80)$$

B. Om eqvationen

$$\Sigma\,(X\delta x + .. + X_n\delta x_n + Y\delta y + .. + Y_n\delta y_n + Z\delta z + .. + Z_n\delta z_n) = 0 \quad (81)$$

satisfieras af de differentialer, som fås ur eqvationerna (80), så är punktsystemet i jemvigt.

Ty låtom oss antaga, att systemet icke är i jemvigt, utan rör sig på t. ex. det sätt, som har sin lag i eqvationerna

$$F\ (x, y, z, x_1, y_1, z_1 \ldots x_n, y_n, z_n) = 0\,,$$
$$F_1\ (x, y, z, x_1, y_1, z_1 \ldots x_n, y_n, z_n) = 0\,,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$F_{k-1}(x, y, z, x_1, y_1, z_1 \ldots x_n, y_n, z_n) = 0\,,$$
$$F_k\ (x, y, z, x_1, y_1, z_1 \ldots x_n, y_n, z_n) = 0\,,$$
$$F_{k+1}(x, y, z, x_1, y_1, z_1 \ldots x_n, y_n, z_n) = 0\,,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$F_{3n+1}(x, y, z, x_1, y_1, z_1 \ldots x_n, y_n, z_n) = 0\,,$$

der $F_{k+1} \ldots F_{3n+1}$ utmärka bestämda functionsformer. Då är först och främst tydligt, att det äfven måste röra sig, om man mellan dess punkter etablerar ett nytt samband, som visserligen tillåter den ponerade rörelsen, men omöjliggör hvarje annan, och hvarken motarbetar eller befordrar de på systemet anbragta krafternas verkan. Vidare är också tydligt, att, emedan punktsystemet genom ett sådant samband blir af den beskaffenhet, hvarom handlades i paragrafen 30, och jemvigt icke inträder, eqvationen (81) icke kan satisfieras af de differentialer, som fås ur eqvationerna

$$\frac{\partial F}{dx}\delta x + \frac{\partial F}{dy}\delta y + \frac{\partial F}{dz}\delta z + \ldots + \frac{\partial F}{dx_n}\delta x_n + \frac{\partial F}{dy_n}\delta y_n + \frac{\partial F}{dz_n}\delta z_n = 0\,,$$
$$\frac{\partial F_1}{dx}\delta x + \frac{\partial F_1}{dy}\delta y + \frac{\partial F_1}{dz}\delta z + \ldots + \frac{\partial F_1}{dx_n}\delta x_n + \frac{\partial F_1}{dy_n}\delta y_n + \frac{\partial F_1}{dz_n}\delta z_n = 0\,,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\frac{\partial F_{k-1}}{dx}\delta x + \frac{\partial F_{k-1}}{dy}\delta y + \frac{\partial F_{k-1}}{dz}\delta z + \ldots + \frac{\partial F_{k-1}}{dx_n}\delta x_n + \frac{\partial F_{k-1}}{dy_n}\delta y_n + \frac{\partial F_{k-1}}{dz_n}\delta z_n = 0\,,$$
$$\frac{\partial F_k}{dx}\delta x + \frac{\partial F_k}{dy}\delta y + \frac{\partial F_k}{dz}\delta z + \ldots + \frac{\partial F_k}{dx_n}\delta x_n + \frac{\partial F_k}{dy_n}\delta y_n + \frac{\partial F_k}{dz_n}\delta z_n = 0\,,$$
$$\frac{\partial F_{k+1}}{dx}\delta x + \frac{\partial F_{k+1}}{dy}\delta y + \frac{\partial F_{k+1}}{dz}\delta z + \ldots + \frac{\partial F_{k+1}}{dx_n}\delta x_n + \frac{\partial F_{k+1}}{dy_n}\delta y_n + \frac{\partial F_{k+1}}{dz_n}\delta z_n = 0\,,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\frac{\partial F_{3n+1}}{dx}\delta x + \frac{\partial F_{3n+1}}{dy}\delta y + \frac{\partial F_{3n+1}}{dz}\delta z + \ldots + \frac{\partial F_{3n+1}}{dx_n}\delta x_n + \frac{\partial F_{3n+1}}{dy_n}\delta y_n + \frac{\partial F_{3n+1}}{dz_n}\delta z_n = 0.$$

Men detta strider påtagligen mot vårt antagande, att eqvationen (81) satisfieras af alla de differentialer, som fås ur eqvationerna (80). Den ifrågasatta rörelsen är följaktligen omöjlig och punktsystemet i jemvigt.

Sammanfatta vi det, som blifvit sagdt i denna paragraf, så finna vi, att nödvändiga men också tillräckliga vilkoret för jemvigt hos ett system af punkter i allmänhet är, att summan af alla med punkternas rörelse och samband förenliga virtuella kraftmomenter är noll.

Anmärkningar.

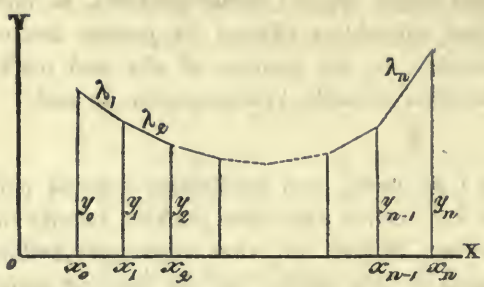
1. Vi hafva i de bevis, som förekomma i denna paragraf, förutsatt, att man kan mellan systemets punkter åstadkomma ett samband, som endast tillåter ett visst rörelsesätt hvilket som helst med uteslutande af alla andra, som för systemet ursprungligen voro möjliga. Detta kan också alltid ske, hvilket vi här skola visa. Till den ändan sammanbinda vi i allmänhet tvenne efter hvarandra följande punkter $m_r$ och $m_{r+1}$ med en punkt $\mu_r$ medelst tvenne till längd och form oföränderliga räta linier, som icke äro normala mot de curvor, hvilka punkterna $m_r$ och $m_{r+1}$ beskrifva under den rörelse, som för systemet bör blifva den enda möjliga. Sedan sålunda punkterna $\mu$, $\mu_1$, $\mu_2$, ... $\mu_{n-1}$ blifvit respective sammanbundna med punkterna $m$ och $m_1$, $m_1$ och $m_2$, $m_2$ och $m_3$, ... $m_{n-1}$ och $m_n$, låta vi vidare det gifna punktsystemet röra sig på det sätt, som för detsamma bör blifva det enda möjliga. De af samtliga punkterna $m$, $m_1$, $m_2$, ... $m_n$ och $\mu$, $\mu_1$, $\mu_2$, ... $\mu_{n-1}$, under denna rörelse beskrifna kroklinierna göra vi fixa och förena slutligen hvarje punkt med den kroklinie, som han beskrifvit, så att han väl kan röra sig på men ej lösgöra sig från henne. Härigenom är tydligen ett samband mellan punkterna etableradt, som endast medgifver möjligheten af ett visst rörelsesätt.

2 I sednare afdelningen af denna paragraf förutsättes, att, om systemet af krafterna erhåller en viss rörelse, man kan inrätta det nya sambandet så, att detta hvarken medgifver någon annan rörelse eller förändrar krafternas verkan. Äfven denna förutsättning är fullt berättigad. Man behöfver ju nemligen blott förfara såsom nyss förut med den enda skillnad, att man gör de kroklinier fixa, som uppkomma under den rörelse, hvilken af krafterna sjelfva förorsakas.

Exempel 1.

På ett snöre af längden $l$ hänger ett antal lika stora tyngder. Man vill lära känna coordinaterna för upphängningspunkterna i jemvigtsläget.

Fig. 24.




Antalet krafter är $n-1$. $x_0$, $y_0$, $x_n$, $y_n$ äro constanta.

Upphängningspunkternas afstånd beteckna vi med $\lambda_1$, $\lambda_2$, $\lambda_3$, $\lambda_4$, ... $\lambda_n$ och erhålla

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + \ldots + \lambda_n = l \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (82)$$

Jemvigtseqvationen blir

$$\delta y_1 + \delta y_2 + \delta y_3 + \ldots + \delta y_{n-2} + \delta y_{n-1} = 0,$$

eller

$$\sum_{i=1}^{i=n-1} \delta y_i = 0.$$

Relationerna mellan upphängningspunkternas coordinater äro

$$\left.\begin{aligned} &(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2 = \lambda_1^2, \\ &\quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \\ &(x_r - x_{r-1})^2 + (y_r - y_{r-1})^2 = \lambda_r^2, \\ &\quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \\ &(x_n - x_{n-1})^2 + (y_n - y_{n-1})^2 = \lambda_n^2, \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (83)$$

som, om man differentierar och sätter

$$\alpha_r = \frac{y_r - y_{r-1}}{x_r - x_{r-1}},$$

gifva

$$\begin{aligned} \delta x_1 &= -\alpha_1 \delta y_1, \\ \delta x_2 - \delta x_1 &= -\alpha_2 (\delta y_2 - \delta y_1), \\ &\quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \\ \delta x_r - \delta x_{r-1} &= -\alpha_r (\delta y_r - \delta y_{r-1}), \\ &\quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \\ \delta x_{n-1} - \delta x_{n-2} &= \alpha_{n-1} (\delta y_{n-1} - \delta y_{n-2}), \\ -\delta x_{n-1} &= \alpha_n \delta y_{n-1}. \end{aligned}$$

Adderas dessa eqvationer, så får man

$$\sum_{i=1}^{i=n-1} \left\{ \alpha_{i+1} - \alpha_i \right\} \delta y_i = 0.$$

Af denna och jemvigtseqvationen följer, att, emedan de båda böra

satisfieras, de endast kunna differera från hvarandra i afseende på en constant factor $k$, och vi erhålla således

$$\begin{aligned} \alpha_2 - \alpha_1 &= k, \\ &\cdots\cdots \\ \alpha_r - \alpha_{r-1} &= k, \\ &\cdots\cdots \\ \alpha_n - \alpha_{n-1} &= k, \end{aligned}$$

eller

$$\left.\begin{aligned} \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} - \frac{y_1-y_0}{x_n-x_0} &= k, \\ &\cdots\cdots \\ \frac{y_r-y_{r-1}}{x_r-x_{r-1}} - \frac{y_{r-1}-y_{r-2}}{x_{r-1}-y_{r-2}} &= k, \\ &\cdots\cdots \\ \frac{y_n-y_{n-1}}{x_n-x_{n-1}} - \frac{y_{n-1}-y_{n-2}}{x_{n-1}-x_{n-2}} &= k. \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots \quad (84)$$

Dessa eqvationer gifva i förening med eqvationerna (82) och (83), som äro $n+1$ till antalet, $2n$ eqvationer, hvilka således äro tillräckligt många för bestämmandet af $k$ och $2n-1$ andra obekanta.

1:o. Ponera vi för det första

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \ldots\ldots = \lambda_n = \frac{l}{n},$$

så erhålla vi de för bestämmandet af upphängningspunkternas coordinater tillräckliga eqvationerna

$$\left.\begin{aligned} (x_1-x_0)^2 + (y_1-y_0)^2 &= \left(\frac{l}{n}\right)^2, \\ &\cdots\cdots \\ (x_r-x_{r-1})^2 + (y_r-y_{r-1})^2 &= \left(\frac{l}{n}\right)^2, \\ &\cdots\cdots \\ (x_n-x_{n-1})^2 + (y_n-y_{n-1})^2 &= \left(\frac{l}{n}\right)^2, \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots \quad (85)$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} - \frac{y_1-y_0}{x_1-x_0} &= k, \\ &\cdots\cdots \\ \frac{y_r-y_{r-1}}{x_r-x_{r-1}} - \frac{y_{r-1}-y_{r-2}}{x_{r-1}-x_{r-2}} &= k, \\ &\cdots\cdots \\ \frac{y_n-y_{n-1}}{x_n-x_{n-1}} - \frac{y_{n-1}-y_{n-2}}{x_{n-1}-x_{n-2}} &= k. \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots \quad (86)$$

Antaga vi nu, att upphängningspunkterna ligga hvarandra oändligt nära, så påträffa vi den såkallade kedjelinien. För att finna denna öfvergå vi till limes för $n$. Vid denna limesöfvergång reduceras hvar och en af eqvationerna (85) till

$$dx^2 + dy^2 = ds^2$$

och hvar och en af eqvationerna (86) till

$$d\left(\frac{dy}{dx}\right) = c\,ds, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (87)$$

der $c$ är en obestämd constant. Eliminera vi $ds$ och integrera, så finna vi

$$l\left\{\frac{dy}{dx} + \sqrt{1 + \frac{dy^2}{dx^2}}\right\} = cx + c_1,$$

hvaraf

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2}\left\{e^{cx+c_1} - e^{-cx-c_1}\right\} \ldots\ldots \quad (88)$$

och

$$y = \frac{1}{2c}\left\{e^{cx+c_1} + e^{-cx-c_1}\right\} + c_2.$$

Integrerar man eqvationen (87) utan att förut företaga elimination, så får man

$$\frac{dy}{dx} = cs - cc^3,$$

eller i stöd af eqvationen (88)

$$s = \frac{1}{2c}\left\{e^{cx+c_1} - e^{-cx-c_1}\right\} + c_3.$$

Constanterna bestämmas genom eqvationerna

$$y_0 = \frac{1}{2c}\left\{e^{cx_0+c_1} + e^{-cx_0-c_1}\right\} + c_2,$$

$$y_n = \frac{1}{2c}\left\{e^{cx_n+c_1} + e^{-cx_n-c_1}\right\} + c_2,$$

$$0 = \frac{1}{2c}\left\{e^{cx_0+c_1} - e^{-cx_0-c_1}\right\} + c_3,$$

$$l = \frac{1}{2c}\left\{e^{cx_n+c_1} - e^{-cx_n-c_1}\right\} + c_3.$$

2:o. Ponera vi för det andra

$$x_1 - x_0 = \ldots = x_r - x_{r-1} = \ldots = x_n - x_{n-1} = \frac{x_n - x_0}{n},$$

så erhållas eqvationerna

$$\left.\begin{aligned}
(y_1 - y_0)^2 + \left(\frac{x_n - x_0}{n}\right)^2 &= \lambda_1^2, \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots & \\
(y_r - y_{r-1})^2 + \left(\frac{x_n - x_0}{n}\right)^2 &= \lambda_r^2, \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots & \\
(y_n - y_{n-1})^2 + \left(\frac{x_n - x_0}{n}\right)^2 &= \lambda_n^2,
\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (89)$$

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \ldots + \lambda_{n-1} + \lambda_n = l,$$

$$\left.\begin{aligned}
(y_2 - y_1) - (y_1 - y_0) &= k, \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots & \\
(y_r - y_{r-1}) - (y_{r-1} - y_{r-2}) &= k, \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots & \\
(y_n - y_{n-1}) - (y_{n-1} - y_{n-2}) &= k,
\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (90)$$

hvilka räcka till för bestämningen af $k$, $\lambda_1$, $\lambda_2$, $\lambda_3$, $\ldots \lambda_{n-1}$, $\lambda_n$, $y_1$, $y_2$, $y_3$, $\ldots y_{n-1}$.

Kalla vi

$$y_r - y_{r-1} = \Delta y,$$
$$x_r - x_{r-1} = \Delta x$$

och observera, att $\Delta x$ är constant, så erhålla vi ur eqvationerna (90) i allmänhet

$$\Delta^2 y = 2c\,\Delta x^2,$$

der vi i stället för $k$ skrifva $2c\Delta x^2$. Denna eqvation ger

$$y = cx^2 + c_1 x + c_2,$$

som visar, att upphängningspunkterna ligga i jemvigtsläget på en parabel. Hvad de ingående constanterna beträffar, så bestämmas dessa deraf, att snöret går genom punkterna $(x_0, y_0)$, $(x_n, y_n)$ och har längden $l$.

Antaga vi, att upphängningspunkterna ligga hvarandra oändligt nära, så finna vi

$$d^2 y = 2c\,dx^2,$$

hvaraf

$$dy = (2cx + c_1)\,dx$$

och

$$y = cx^2 + c_1 x + c_2.$$

Constanterna bestämmas med tillhjelp af eqvationerna

$$y_0 = cx_0^2 + c_1x_0 + c_2,$$
$$y_n = cx_n^2 + c_1x_n + c_2,$$
$$\int_{x_0}^{x_n} \sqrt{1 + (2cx + c_1)^2}\,.\,dx = l,$$

Exempel 2.

Vilkoret för jemvigt hos ett system af punkter, som äro med hvarandra oföränderligt förenade.

Coordinaterna för en punkt $m_r$ benämna vi $x_r$, $y_r$, $z_r$. Genom en punkt $x_0, y_0, z_0$ hvilken som helst lägga vi trenne med coordinataxlarna parallela nya och med punktsystemet rörliga coordinataxlar, välja på dem respective punkterna $(x_1, y_1, z_1)$, $(x_2, y_2, z_2)$, $(x_3, y_3, z_3)$ efter behag och förena såväl dessa nya coordinataxlar som sistnämnde fyra punkter med det gifna punktsystemet så, att deras lägen i förhållande till systemets punkter icke kunna förändras. Vidare referera vi systemets samtliga punkter till de nya coordinataxlarne och beteckna dervid coordinaterna för punkten $m_r$ med $a_r$, $b_r$, $c_r$. Härigenom erhålla vi först och främst

$$(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2 + (z_1 - z_0)^2 = l_1^2,$$
$$(x_2 - x_0)^2 + (y_2 - y_0)^2 + (z_2 - z_0)^2 = l_2^2,$$
$$(x_3 - x_0)^2 + (y_3 - y_0)^2) + (z_3 - z_0)^2 = l_3^2,$$
$$(x_1 - x_0)(x_2 - x_0) + (y_1 - y_0)(y_2 - y_0) + (z_1 - z_0)(z_2 - z_0) = 0,$$
$$(x_2 - x_0)(x_3 - x_0) + (y_2 - y_0)(y_3 - y_0) + (z_2 - z_0)(z_3 - z_0) = 0,$$
$$(x_3 - x_0)(x_1 - x_0) + (y_3 - y_0)(y_1 - y_0) + (z_3 - z_0)(z_1 - z_0) = 0,$$

och vidare

$$x_r = x_0 + \frac{x_1 - x_0}{l_1} a_r + \frac{x_2 - x_0}{l_2} b_r + \frac{x_3 - x_0}{l_3} c_r,$$
$$y_r = y_0 + \frac{y_1 - y_0}{l_1} a_r + \frac{y_2 - y_0}{l_2} b_r + \frac{y_3 - y_0}{l_3} c_r,$$
$$z_r = z_0 + \frac{z_1 - z_0}{l_1} a_r + \frac{z_2 - z_0}{l_2} b_r + \frac{z_3 - z_0}{l_3} c_r.$$

Jemvigtseqvationen är

$$\Sigma \{ X_r \delta x_r + Y_r \delta y_r + Z_r \delta z_r \} = 0.$$

Genom differentiation, hvarvid naturligtvis $l_1$, $l_2$, $l_3$ och $a_r$, $b_r$, $c_r$ måste betraktas såsom constanta, och efter insättning af jemvigtslägets coordinater, som äro

$$x_1 - x_0 = l_1\,,\ y_1 - y_0 = 0\,,\ z_1 - z_0 = 0\,,$$
$$x_2 - x_0 = 0\,,\ y_2 - y_0 = l_2\,,\ z_2 - z_0 = 0\,,$$
$$x_3 - x_0 = 0\,,\ y_3 - y_0 = 0\,,\ z_3 - z_0 = l_3\,,$$

erhålla vi

$$\delta x_r = \delta x_0 + \frac{\delta x_2 - \delta x_0}{l_2} b_r + \frac{\delta x_3 - \delta x_0}{l_3} c_r\,,$$
$$\delta y_r = \delta y_0 + \frac{\delta y_1 - \delta y_0}{l_1} a_r + \frac{\delta y_3 - \delta y_0}{l_3} c_r\,,$$
$$\delta z_r = \delta z_0 + \frac{\delta z_1 - \delta z_0}{l_1} a_r + \frac{\delta z_2 - \delta z_0}{l_2} b_r\,,$$
$$\frac{\delta y_1 - \delta y_0}{l_1} = -\frac{\delta x_2 - \delta x_0}{l_2}\,,$$
$$\frac{\delta y_3 - \delta y_0}{l_3} = -\frac{\delta z_2 - \delta z_0}{l_2}\,,$$
$$\frac{\delta z_1 - \delta z_0}{l_1} = -\frac{\delta x_3 - \delta x_0}{l_3}\,,$$

och slutligen

$$\delta x_r = \delta x_0 - \frac{\delta y_1 - \delta y_0}{l_1} b_r - \frac{\delta z_1 - \delta z_0}{l_1} c_r\,,$$
$$\delta y_r = \delta y_0 + \frac{\delta y_1 - \delta y_0}{l_1} a_r - \frac{\delta z_2 - \delta z_0}{l_2} c_r\,,$$
$$\delta z_r = \delta z_0 + \frac{\delta z_1 - \delta z_0}{l_1} a_r + \frac{\delta z_2 - \delta z_0}{l_2} b_r\,,$$

hvaraf jemvigtseqvationen

$$\Sigma X_r \delta x_0 + \Sigma \left\{ Y_r + \frac{X_r b_r - Y_r a_r}{l_1} \right\} \delta y_0 + \Sigma \left\{ Z_r + \frac{X_r c_r - Z_r a_r}{l_1} + \frac{Y_r c_r - Z_r b_r}{l_2} \right\} \delta z_0 +$$
$$\Sigma \frac{Y_r a_r - X_r b_r}{l_1} \delta y_1 + \Sigma \frac{Z_r a_r - X_r c_r}{l_1} \delta z_1 + \Sigma \frac{Z_r b_r - Y_r c_r}{l_2} \delta z_2 = 0$$

och således ändtligen

$$\Sigma X_r = 0\,,\ \Sigma Y_r = 0\,,\ \Sigma Z_r = 0\,,$$
$$\Sigma (X_r b_r - Y_r a_r) = 0\,,\ \Sigma (Z_r a_r - X_r c_r) = 0\,,$$
$$\Sigma (Y_r c_r - Z_r b_r) = 0\,,$$

som utgöra de kända vilkoren för jemvigt hos ett system af punkter, hvilka äro på ett oföränderligt sätt med hvarandra förenade.

34. Hvad vi i sista paragrafen framställt, utgör generella beviset för principe des vitesses virtuelles. Läsaren skall med lätthet finna, att för detta icke förutsättes mer än de theoremer, som innehållas i §§ (24, 2:o), 29 och 30, och att vi således i det föregående lemnat bevis, som för det generella icke kunna sägas vara nödvändiga. Att likväl så skett, har sin grund dels i vår öfvertygelse, att man icke för hastigt bör öfvergå från enklare till mera complicerade fall, om man afser klarhet och tydlighet, dels ock i den omständigheten, att exemplen vid åtskilliga för det generella beviset obehöfliga theoremer gifvit oss tillfälle att bättre, än hvad som utan dem skulle kunnat ske, uppvisa de virtuella kraftmomenternas geometriska betydelse.

Vi afsluta härmed omarbetningen af Duhamels bevis för principe des vitesses virtuelles och hänvisa läsaren i afseende på sådant, som med denna grundsats står i sammanhang, till nämnde författares *Cours de mécanique.*

**Anmärkning.**

För deras räkning, som äro i tillfälle att förskaffa sig afskrift af anteckningar, gjorda under framlidne Professor A. Svanbergs föreläsningar i Mekanik, meddela vi, att de till figg. 9, 11, 13, 14 och 17 hörande problemerna, finnas af honom solverade enligt den på läran om parallelogramma virium omedelbart grundade behandlingen af statiken.

# Berättelse öfver en resa i Finmarken 1857

af

**TH. M. FRIES.**

Då jag i slutet af föregående vårtermin beslöt att använda sommaren 1857 till att undersöka de i botaniskt hänseende endast obetydligt kända trakterna kring Tana- och Varanger-fjord, vände jag mig till K. Vetenskaps-Societeten med anhållan, att densamma ville genom något anslag bidraga till lättande af de stora omkostnader, som med en sådan resa äro förenade. Denna min anhållan beviljades, och jag anser mig derföre blott uppfylla en kär pligt, då jag härmed till K. Vetenskaps-Societeten öfverlemnar en kort berättelse öfver denna resa, innefattande en redogörelse för gången af densamma samt för de allmännare intryck, som jag derunder erfor. Deremot anser jag det vara mindre lämpligt att här meddela en i enskildheter gående beskrifning öfver mina botaniska fynd och iakttagelser, isynnerhet som jag i tidskriften Botaniska Notiser redan lemnat en kort sådan redogörelse.

I slutet af Maj månad förledet år afreste jag från Stockholm med ett af de första mot norr gående ångfartygen till Söderhamn, hvarefter jag skyndsamt fortsatte färden utefter Ljusne-elfven genom Helsingland och Herjedalen. Härunder fängslades uppmärksamheten knappast af något annat än af de stora, ofta många mil långa sträckorna, der skogar af förbrända och utdöda eller svedda och tynande stammar ännu qvarstodo, såsom vittnen om de förfärliga skogseldar, som här rasat. Men — huru sorglig än denna syn var, voro orsakerna till densamma ännu sorgligare, ty öfverallt erhöllos samma uppgifter, att nemligen antingen den oförsvarligaste vårdslöshet vållat detta eller ock en obegripligt kortsynt egennytta, i det att egarne sjelfva påtändt sin skog, blott för att under några få följande år erhålla ett frodigare

bete, innan ljung, mjölon- och lingon-ris slutligen inkräkta den utmagrade jorden.

Om aftonen den 4 Juni anlände jag till Funnesdalen med dess för Svenska botanister så välbekanta berg, och här började den af blott en enda resande förr på året företagna färden öfver gränsfjällen. Snart nådde jag fjällplatåen, der snö och is öfverallt täckte marken och sjöarne, samt der endast en eller annan brusande bäck, som upprifvit vägen, vittnade om vårens annalkande. På Sveriges måhända uslaste gästgifvaregård, Malmagen, åt hvars upphjelpande jag med verklig glädje sett, att Rikets Ständer sedan beviljat ett årligt anslag, hvilade jag några timmar, hvarefter den egentligen besvärliga färden begynte, i det att jag under lindrigt snöfall och stark blåst måste flera timmar vada fram genom djupa snömassor eller af iskallt vatten fyllda myrer, ty att färdas på sjelfva landsvägen var omöjligt. Så fortfor jag hela dagen med korta afbrott, der åkdonet kunde begagnas, tilldess jag mot aftonen nådde Röraas, — och jag kan ej förneka, att kontrasten mellan mig och mina promotions-kamrater, hvilka samma dag i Upsala mottogo sina kransar, föreföll mig något egendomlig.

Från Röraas, der ännu full vinter rådde, skyndade jag så fort som möjligt till Trondhjem, följande den vackra Gulelfvens stränder, hvilka nu pryddes af vårens och den första sommarens blommor, och der de första egentliga fjällväxterna visade sig på de klippor, i hvilkas väggar vägen flerestädes var sprängd. I Trondhjem nödgades jag derefter att tillbringa nära en hel vecka under afvaktan af ångbåt, hvilken tid jag, så mycket som det nästan oupphörliga regnvädret tillät, använde på kortare exkursioner i den kringliggande trakten. Ändtligen d. 13 Juni fick jag fortsätta färden, och de följande dagarne, med undantag af en ½ dags uppehåll i Tromsöe, tillbragtes ombord på ångfartyget [1]), hvilkets hastighet ej litet fördröjdes genom alla de krokar och omvägar, som det under mera än ett dygns tid måste göra till alla fiskelägen i Lofodden. Men oaktadt den långa tiden föreföllo dessa dagar vida mindre enformiga, än man kunnat vänta, ty många omvexlande och för mig ovanliga föremål bidrogo att fängsla uppmärksamheten, såsom än klippornas fantastiska former och de vid dem

1) All kommunikation utefter norra kusterna uppehålles af statens post-ångfartyg (4 mellan Bergen och Hammerfest och 1 mellan Hammerfest och Wadsöe), och till följe af Norska regeringens frikostighet erhöll jag, såsom stadd på vetenskaplig resa, full fraktfrihet för sommarens färder mellan Trondhjem och Wadsöe.

knippade folksagorna (t. ex. Leköe, Torghatten, de syv Söstre, den gigantiske hästmannen [1]) m. fl.), än de ofantliga massor af fiskmåsar, hvilka hvilade på hafvet, der sillens eller sejens stimmar framgingo, och åt detsamma gåfvo utseendet af en hvitsjudande bränning, än hvalfiskarnes plötsliga framvältrande och vattensprutning, än "tyf-jo's" *(Lestris parasiticae)* muntra jagt efter fiskmåsarne för att tvinga dem att släppa sitt gripna rof o. s. v. Härtill kom lifvet ombord, der man fick skåda en brokig blandning af flera nationers representanter, norrmän, engelsmän, tyskar, fransmän, ja t. o. m. lappar, hvilka ej försmå detta nutidens kommunikations-medel. Skarpa ordvexlingar uppstodo stundom mellan dessa trakters läsare (Lammersianer) och en medföljande katolsk proselyt-värfvare från Altengård, hvilken med makalös fräckhet framkastade sina satser och förnekade alla historiska facta; och vid besöken i de inre fjordarne, der ångbåten endast få gånger förut visat sig, framskyndade talrika långa och smala elf-båtar, lastade med brokigt klädda lappar, hvilkas uttrycksfulla förvåning lifligt påminde om berättelserna om Indianernas bestörtning vid åsynen af Columbi stora skepp.

Efter att vid Hammerfest hafva gjort en dags exkursion, ehuru der, liksom vid Tromsöe, en nästan fullständig vinter ännu rådde, lemnade jag följande morgon denna af sina trankokerier stinkande stad, under hopp, att vid de längre in i landet gående vikarnes botten vegetationen skulle vara längre framskriden eller åtminstone marken mindre snöbetäckt. Den blott 1 ½ dygn långa resan härifrån till Stangnæs i Tana-fjorden, hvarest jag lemnade ångbåten och båtledes färdades till elfvens mynning, var utan gensägelse den intressantaste jag någonsin företagit, och isynnerhet erbjöd natten mellan den 21 och 22 Juni en serie af storartade taflor, som väl lönade sömnlösheten under densamma. Redan på aftonen passerade vi nemligen Sværholts märkvärdiga "fuglevær", en i hafvet tvärbrant nedstörtande klippa med djupa inåt gående gångar, der milliontals foglar (hufvudsakligen *Larus tridactylus*) beklädde hafvet och klipporna samt såsom gigantiska moln kringsvärmade i luften, hvilken de fyllde med

1) Hästmannöe är en hög ur hafvet sig resande klippa, i hvilken, sedd från ett visst håll, man lätt med någon fantasi kan skåda en ofantlig ryttare; "det är Oden, som betslar sin gångare med polcirkeln." Förtörnad på trollqvinnan vid Leköe, (ett stort stenblock på spetsen af denna ungefär 20 mil aflägsna klippa) afsköt han, enligt folksagan, mot henne sin båge och det med sådan kraft, att den ungefär midt emellan dem liggande Torghatten af pilen genomborrades, och ännu i dag kan man från de nedanför Torghatten seglande fartygen skåda dagern midt igenom fjället.

sina genomträngande skrän. Man kan göra sig ett ungefärligt begrepp om antalet af dessa foglar, då, oaktadt detta s. k. "vær" är ett af de mest otillgängliga, här årligen insamlas 9—10,000 ägg och foglarnes antal, långt ifrån att minskas, synes ständigt ökas. — Efter att dereefter skådat Kjöllefjordens märkvärdiga klippblock, af hvilka ett är vida beryktadt under namn af Finnkyrkan, nalkades vi Nordkyn. Naturskönare vuer, mera storartade och djerfva fjällbranter har jag väl skådat, men här öfvervältigades man oemotståndligt af den tanken: "här stå vi på toppen af jorden", här brottas landet och hafvet om herraväldet i norden, då på en gång Nordkaps tvärbranta, trotsiga klippvägg och Nordkyns försigtigt framskjutande udde visade sig i midnattsolens matta belysning och under en dödstystnad, som endast störtes af Ishafvets sakta rullning och bruset af dess "böljor, som slå emot skären."

Genast vid ankomsten till Tana-elfven visade det sig, att jag långt ifrån att komma för sent till dessa trakter, såsom jag fruktat, snarare kom för tidigt. Intet blad visade sig ännu på björkarne, snö täckte ej blott öfverallt fjällens toppar och sluttningar, utan låg äfven flerestädes ända ned till hafsstranden. Snöblandadt regn föll dessutom nästan dagligen under mitt 8 dagar långa vistande härstädes, hvadan det intryck jag erhöll af såväl väderleken som vegetationen i dessa trakter vid midsommartiden ej var det fördelaktigaste. Allmänt försäkrades dock, att ehuru visserligen de föregående fem åren varit ovanligt kalla, detta dock häruti öfverträffade dem alla, så att vegetationen vore minst en månad sednare än vanliga år. Det oaktadt fann jag härstädes, isynnerhet af lafvar, åtskilliga utmärkta och sällsynta arter, som väl lönade de företagna exkursionerna.

Den 29 Juni lemnade jag flodmynningen och färdades, liggande i en af de här vanliga, ytterst smala och i begge ändarne snipiga båtarne, uppför floden, framstakad af tvenne lappar, — ett här mycket vanligt sätt att färdas, som på en gång är ganska behagligt och temligen hastigt. Pilsnåren på stränderna blomstrade nu som bäst, och isynnerhet *Salix lanata* prålade med sina stora "guldgula fransar", som bjert afstucko mot de nyutslagna bladens späda grönska. *Tussilago Farfara* hade äfven nyss utslagit på stränderna, hvilka erbjödo ett ganska eget utseende derigenom, att floden ständigt undergräfver densamma, så att sedan gräsmattan med buskar och träd nedstörtar i elfven. Efter 3 mils färd uppnåddes Seida lappby, hvarifrån jag åtföljd af bärare genast företog vandringen öfver de fjäll, som skilja Tana-elfven och Varanger-fjorden, till hvilkens innersta vik jag tidigt påföljande morgon anlände.

Här inbjöds jag af Prosten Sommerfelt, en son af den utmärkte Botanisten, att i hans hem taga hufvudqvarter under sommaren, och jag begagnade mig så mycket heldre häraf, som jag från denna punkt kunde, så att säga, beherrska ej blott Tana-dalen, utan äfven hela Varanger-fjorden, och med lätthet anställa utflygter åt alla håll, äfvensom derföre att dessa trakter endast hastigt blifvit genomresta af de få botanister, som besökt Öst-Finmarken och som hufvudsakligen uppehållit sig längre ut i fjorden såsom kring Wardöe och Wadsöe. Härtill kom ej blott, att jag genom ett besök i Wadsöe snart nog blef öfvertygad om, att längre ut i fjorden våren vida mindre utvecklat sig, utan äfven att jag i Prosten Sommerfelt fann såväl ett angenämt och nyttigt sällskap som en god och väl behöflig tolk. För att nemligen kunna alldeles obehindradt resa i dessa trakter, måste man besitta en ganska ovanlig språkkunskap af ej blott Norska och Lappska, utan äfven Finska och antingen Ryska eller åtminstone "Russisk" d. v. s. den förvrängda Norska med Ryska ändelser, som här af allmogen begagnas vid samtal med de från Archangel och Kola med mjöl hitkommande handlande, och som Ryssarne anse för en fullgod Norska, liksom Norrmännen för en lika förträfflig Ryska. För mig, som i denna babyloniska språkförbistring var alldeles främmande, var derföre denna hjelp högst välkommen, och saknaden deraf kändes ganska lifligt på de vandringar, som jag företog antingen ensam eller åtföljd af ett par lappska eller finska bärare, hvilka ej förstodo eller, såsom de uttryckte sig, ej "hörde" Norska.

Häromkring företog jag nu dagligen exkursioner under hela sommaren, med undantag af några få längre utflygter, hvilka jag särskildt skall omnämna. Vegetationen fortskred, oaktadt den låga temperaturen, genom det ständiga solljuset dag och natt ganska fort, så att redan i medlet af Juli en liflig grönska utbredde sig ej blott på de frodiga strandängarne utan äfven på de björkklädda sluttningarna af fjällen, som på obetydligt afstånd från hafvet omkransa detsamma med sina under en stor del af denna sommar snöiga hjessor. Den torftighet, som man vanligen föreställer sig råda i dessa trakters växtverld, finnes alldeles icke till, utan man måste snarare förvånas, att en så frodig gräsväxt och en så skiftande färgprakt, som visar sig isynnerhet vid bäckarne i den nedre björkregionen, kan finnas så nära nordpolen. Härtill kommer en ofantlig liflighet i djurverlden, ty oafsedt den nästan fabelaktiga mängden af hafvets innevånare, såväl af lägre hafsdjur, som af fiskar och sjöfoglar, visar sig på land en stor rikedom af högnordiska fogelarter, hvilka öfverallt fylla de täta pilsnåren och björk-

dungarne med sitt glada qvitter, för att ej nämna de allmänna, praktfulla snöriporna i sin brokiga sommardrägt, hvilka, då de uppskrämmas, med bullrande flygt söka sig nya gömställen. Beklagligtvis hade jag blott obetydlig tid att häråt egna min uppmärksamhet, men det lilla, jag så godt som händelsevis hemfört, visar, att en zoolog i dessa trakter skulle hafva rika skördar att göra. Min tid upptogs nästan uteslutande af botaniken, och jag kan med glädje erkänna, att mitt byte ej blott uppfyllde, utan öfverträffade mina förhoppningar.

Ungefär $^5/_4$ mil från Nyborg — så hette stället, der jag hade mitt hufvudqvarter — ligger en handelsplats vid namn Mortensnæs, hvilkens anor sträcka sig så långt tillbaka, som traditionen i dessa trakter når. En ungefär 5 alnar hög, ovanligt vacker bautasten med 14 omgifvande stenringar vittnar äfven om ställets höga ålder. Hit begaf jag mig flera gånger, för att insamla de sällsynta lafarter, som här i rikedom frodas. Denna rikedom torde väl hufvudsakligen böra tillskrifvas den här förherrskande bergarten, ett konglomerat med inbäddade stycken af qvartz, granit, kalk m. m., tillhörande den siluriska formationen, då deremot den hufvudsakligen på södra sidan af fjorden rådande urformationen erbjuder ett vida ringare utbyte af dessa växter.

Jag kan icke underlåta att här omnämna den ovanliga gästfrihet och välvilja, hvilken jag ej blott härstädes utan af alla i Finmarken bosatta Norrmän åtnjöt, en gästfrihet, som endast är förklarlig genom ovanligheten af en främmandes ankomst, hvilken afbryter enformigheten i det isolerade lifvet, och som bildar en skärande kontrast till härvarande Lappars och Finnars oförskämda anspråk, hvilka, förökade genom lättheten att ur hafvet hemta en riklig och lätt förtjent dagspenning, knappast kunna mättas med specier. Undantag från denna Norska gästfrihet finnas dock i städerna t. ex. i Wadsöe, der man på det s. k. hotellet (med andra ord: en bagares temligen tarfliga boning) vet att beskatta alla resande efter engelsk taxa. Nämnda lilla stad besökte jag flera gånger under sommarens lopp, men i botaniskt hänseende hade dess nakna, torfklädda omgifningar så litet att erbjuda, att jag oftast skyndade mig så mycket som möjligt från densamma, ehuru den liflighet [1]), som här rådde, ej kunde annat än framkalla ett

1) I allmänhet är det märkvärdigt, med hvilken hastighet under de sista decennierna folkmängden i Finmarkens städer ökat sig, ett förhållande, som lätt visar sig vid betraktade af följande tabell:

| | 1835 | 1845 | 1855 |
|---|---|---|---|
| Tromsöe . . . . . | 1365 innev. | 2011 innev. | 2958 innev. |

behagligt intryck. Så t. ex. då jag den 13 Juli för första gången besökte densamma, ankommo på denna enda dag [1]) ej mindre än 57 större och mindre med mjöl lastade fartyg från Hvita hafvet, hvilkas med långa skägg och rockar prydda besättningar fyllde alla handelsbodar, hvilka tillika äro krogar, och i bränvinet sökte vederqvickelse efter färdens mödor. Ett fylleri i så stor skala som härstädes har jag aldrig skådat eller kunnat föreställa mig, ty gatorna hvimlade öfverallt af druckna lappar, finnar, norrmän och ryssar, hvilka under skrål och prat vandrade från den ena handelsboden till den andra, till dess de i någon vrå eller rännsten måste hemta nya krafter till fortsatta fylleriidrotter. Ryssarnes förbittring mot Engelsmännen gaf sig härunder ofta luft i de knutna näfvar och hotande åtbörder, med hvilka de beledsagade det "twy Engelsmanni", hvarmed de helsade mig (då min portör och utrustning läto dem i mig skåda någon excentrisk Albions son), men en skarp blick var dock tillräcklig att nästan ögonblickligen framkalla de ödmjukaste bugningar.

En annan färd, som jag från Nyborg företog, var till Polmak, ett litet nybygdt lappkapell vid Tana-elfven, 6 mil från dess mynning och alldeles invid Finska gränsen. Under denna (d. 18—20 Juli) fick jag för första gången göra en rigtig bekantskap med dessa trakters plågoris, myggorna, hvilka nu i otaliga massor framkommo ur de vidsträckta träsken, spridande plågor, ja nästan förtviflan bland menniskor och kreatur. Någon föreställning härom kan man ej bilda sig, utan att sjelf hafva erfarit det, och jag kan ej annat än instämma i deras yttranden, som påstå, att den korta sommaren härstädes förlorar en stor del af sitt behag blott och bart genom myggen. Den art, som nu bildade dessa täta, blodtörstiga skaror, var den i våra trakter oftast förekommande, men längre fram på sommaren efter-

---

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Hammerfest . . . . . | 391 | „ | 927 | „ | 1125 „ |
| Wardöe . . . . . | — | | 193 | „ | 407 „ |
| Wadsöe . . . . . | 234 | „ | 388 | „ | 886 „ |

Naturligtvis är detta att tillskrifva det rika fiske, som här finnes, och som ej blott på sednare tider ådragit sig i de sydligare Norska städerna bosatta handlandes uppmärksamhet, utan äfven sedan lång tid tillbaka åstadkommit en liflig handel med Ryssar från Archangel och Kola. Men å andra sidan är det äfven att ihågkomma, att blokaden af dessa hamnar under kriget mellan Ryssland och Vestmakterna måste inverka menligt på befolkningens antal i Finmarken, och det är derföre troligt, att innevånarnes antal i medlet af 1853 var större än vid slutet af 1855.

1) Orsaken till detta stora antal är dock att söka deri, att isen i Hvita hafvet just nu väl ej försvunnit, men blifvit landlös, så att denna första karavan af "lodjor" och "rausikor" kunde smyga sig ut för att från Finmarken hemta sina fisk-laddningar.

träddes den af en nästan dubbelt större art, hvars stygn förorsaka ännu större smärta, tilldess slutligen i medlet och slutet af Augusti knotten, en liten flugart, mot hvilken man ej ens med flor kan skydda sitt ansigte, i massa infinna sig och vid hvarje bett borttaga en liten bit af huden, hvilket sedan förorsakar olidelig plåga.

Vid Polmak voro lapparne från hela trakten församlade för att afhöra gudstjensten, hvilken blott ett par gånger om året här förrättas, samt att företaga val af kommunal-embetsmän för året. Samma institutioner och förmåner, som i det öfriga Norge förefinnas, tillkomma nemligen äfven Lapparne, hvilka — enligt min uppfattning — derigenom blifvit inskrufvade i former, hvilkas nytta och ändamål de knappt kunna fatta eller ana. Jag kunde sannerligen ej annat än — naturligtvis i smyg — småle, då jag såg dessa i renskinnskläder klädda naturbarn med djupt allvar företaga val af förliknings-kommissarier, representater i formandskabet o. s. v.; de tycktes mig härvid med ett visst tvång röra sig på ett främmande fält och vara ganska belåtna med att i sin ländsman (äfven en lapp) ega en person, hvilkens tankar och åsigter de utan betänkande kunde upptaga såsom sina egna.

I denna ganska talrika, af vackra, lysande klädedrägter brokiga samling hade jag ett godt tillfälle att iakttaga, huru få Lappar ega ansigten med rent lappskt uttryck. Knappast en bland hundrade visar detta, och dessa äro nästan utan undantag fjäll-lappar, hvilkas antal nu efter gränseförvecklingarne är ganska ringa. Orsaken till detta ringa antal rena lappar är äfven lätt gifven, ty långt ifrån att denna folkstam här såsom i våra lappmarker är den förtryckta, som småningom utdör, är den tvärtom i dessa bygder den mäktigare, som alltmer tilltager. Om t. ex. ett äktenskap här ingås mellan en lapp och en norska eller en norrman och en lappska, blifva icke blott barnen ständigt lappar, utan äfven den norska maken eller makan förvandlas nästan utan undantag till lappsk, i det att lappskt språk, dräg', seder och osnygghet antages. Men icke nog härmed; barnen af norska föräldrar, som här nedsatt sig såsom nybyggare eller fiskare, blifva äfven, åtminstone i andra ledet, lappar, hvarföre den norska befolkningen härstädes snart skulle utdö, om den ej genom oupphörliga inflyttningar underhölles. — En följd af detta förhållande är äfven svårigheten att erhålla ett lapp-cranium, om hvilket man med säkerhet kan påstå, att det är fritt från hvarje inblandning af norskt, finskt eller ryskt element, och då samma förhållande äfven eger rum i Svenska lappmarkerna, använde jag härstädes ej obetydlig möda att er-

hålla ett äkta lapp-cranium. Sådana kunna nemligen erhållas ur de gamla, hedniska lapparnes grafvar, hvilka här förefinnas i stenrösen, och jag öppnade ett par sådana, men i alla voro antingen hela skallarne eller deras bakre del alldeles förmultnad. Svårigheten att upptäcka dessa af flata stenar bildade stenkistor, hvilka sedan blifvit betäckta med en mängd ofvanpå vräkta stenar, jemte min knappa tid gjorde, att dessa mina försök misslyckades.

Af botaniskt intresse hade denna färd till Polmak föga att erbjuda. Träden bilda häromkring tätare och resligare lundar, och åtskilliga allmänna sydligare växter visa sig, men på samma gång försvinna äfven de sällsyntare, för Finmarken mera egendomliga arterna. Deremot vanns under en annan längre utflygt, som jag straxt derefter företog till Laxefjorden, ett rikare botaniskt utbyte, och då jag under densamma blef bekant med och försatt uti många för mig ovanliga och obekanta förhållanden, kan jag ej neka mig nöjet att i korthet skildra densamma.

Den 23 Juli lemnade jag i Prosten Sommerfelts sällskap Nyborg, vandrade öfver Seida-fjällen och färdades utför Tana-elfven och dess forsar ned till dess mynning, Guldholmen. Vidsträckta sandbankar uppsköto nu öfverallt i floden, och det fordrades våra lappars hela lokalkännedom för att kunna lotsa båten fram i de smala, slingrande rännorna mellan desamma. Flerestädes visade sig äfven på stränderna vidsträckta flygsandsfält med stora sanddrifvor, som mer och mer inkräkta på den omgifvande marken. — Påföljande dag afseglade vi jemte 5 lappar, hvilka voro betingade att såsom bärare medfölja under hela denna färd, med god vind öfver den bedrägliga Tana-fjorden, och ankommo på aftonen samma dag till Vester-Tanen, der en något öfver 5 mil lång vandring öfver omvexlande fjäll och dalar begynte. Endast en hastig blick på fjällen visade, att man i år härstädes hade att vänta sig en besvärligare vandring och ett obetydligare utbyte än andra år, då dessa fjäll, som annars vid denna tid bruka vara snöfria, nu buro stora hvita täcken, der ej dessa sednare voro svagt purprade af "den röda snön." Men vid sjelfva kanten af dessa drifvor prålade dock nu i sin bästa fägring den vackra *Ranunculus nivalis*, och vid bäcken Njoammeljok visade sig jemte denna stora massor af den sällsynta, af ingen nu lefvande Skandinavisk botanist tagna *Ran. sulphureus*. Att jag ej försummade tillfället att af densamma insamla ett rikligt förråd, är naturligt, och jag lät mig härvid ej afskräcka af den skarpa frost, som, oaktadt midnattssolen ännu kastade sina strålar, betäckte vattnet med en tunn isskorpa och försilfrade dvergbjörkens

blad. Slutligen då jag skulle i portören inlägga en ny skörd af denna växt, befanns det, att de redan insamlade och afsköljda exemplaren hade sammanfrusit till en knippa, hvilken fasthängde vid portörens väggar. Nu var det nödigt, för att denna min skatt ej skulle förderfvas, att skyndsamt få den upptinad och inlagd i papper — och lyckligtvis utvisade en uppstigande rökpelare närheten af en lappkåta. Hit ställdes färden, och liggande på renhudar vid den i midten flammande elden, tillbragte jag här ett par timmar med vården af min kära *Ranunculus*, derunder utsatt för en talrik samling bredvid och omkring mig liggande lappars förvånade blickar och yttranden, hvilka ej kunde fatta, huru en menniska kunde falla på en så vidunderlig idé, som att resa till Finmarken blott för att samla gräs och mossa, men tillika betraktande mig med en viss vördnad, såsom varande, enligt en bland Lapparne i trakten utbredd tro, "en hög herre, som Kungen hitsändt, emedan han ville se alla örter, som finnas i hans rike, och hafva frö af dem för sin stora Have." — Då vandringen derefter fortsattes, var hela marken täckt af rimfrost och en ogenomskådligt tät dimma insvepte hela trakten, så att vår vägvisares hela säkerhet behöfdes för att öfver vidsträckta snöfält, brusande bäckar, höjder och dalar kunna föra oss den rätta vägen. Först fram på morgonen, då dimman skingrat sig, nådde vi den lilla elfven Laggo, der flera fjällväxter stodo affrusna och der vi vid en upptänd eld genom några timmars sömn stärkte oss till fortsatt vandring. Under denna, som varade till fram på aftonen, tilldrog sig intet, som förtjenar att särskildt omnämnas. Vegetationen bar samma magra, ödsliga prägel, som är vanlig på fjällslätterna, och endast i de mellanliggande dalarne visade sig en större frodighet. Detta gäller isynnerhet om den trånga, af björkar tätt bevuxna dal, genom hvilken vi slutligen nedstego till hafvet och i hvilken en rik färgprakt af talrika, fastän allmännare växter rådde.

Kring Lebesby, der vi qvardröjde några dagar, anställde jag kortare exkursioner åt flera håll. Visserligen fann jag ej någon från Varanger-fjordens synnerligen afvikande Flora, men en del utmärktare arter och former, som observerades, gjorde dock vandringarne angenäma. Dertill kom äfven den gästfria välvilja, hvarmed vi af presten härstädes bemöttes. Jag har redan förr påpekat, att Finmarken i detta afseende är ett kontrasternas land, och detta påstående jäfvas ej, om man jemför den kost, som bestås i lapparnes och norrmännens boningar. Långt ifrån att i dessa sednare finna spår af deras afskildhet från den öfriga verlden, råder här ett öfverflöd, som förefaller gan-

ska besynnerligt. Viner, grönsaker, specerier o. s. v. finnas rikligt, men allt detta måste direkte införskrifvas från Trondhjem, Hamburg eller Köpenhamn, hvilken sistnämnda ort — enligt de uppgifter jag erhöll — lärer vara den, som hufvudsakligen förser Finmarken med dess behof ej blott af åtskilliga matvaror, utan äfven af kläder, skodon, möbler o. s. v., ty ehuru t. ex. Wadsöe eger omkring 900 innevånare, finnes bland dem knappt någon enda handtverkare, och om någon sådan ditkommer, förvandlas han snart, åtminstone för en del af året, till fiskare. Såsom exempel på, huru Finmarksboerna måste vara beredda på att från utrikes orter hemta sina förnödenheter, må anföras, att då detta år en total foderbrist tydligen hotade, ansåg Wardöe's rikaste köpman det lönande att direkte från Holland inhemta sitt höförråd.

Den 28 Juli lemnade vi Lebesby och anträdde hemfärden, fastän en annan väg nu valdes. Vi vandrade nemligen först en $^1/_2$ mil mot norr, seglade öfver en vik af Laxefjorden och började derefter en ungefär 2 mil lång fjällvandring. Aldrig under hela sommaren har jag så förfärligt plågats af myggen som denna dag, och dertill kom att förlusten af mitt flor tvingade mig att i den relatift starka värmen i tvenne rockar — ty så klädd måste jag företaga de flesta exkursionerna — och med ganska dryg packning antingen vandra med obetäckt ansigte eller ock insvepa det i en näsduk, ett naturligtvis endast ofullständigt skyddsmedel [1]). Lyckligtvis uppblåste på aftonen en svalkande vind, som fullkomligt förjagade myggsvärmarna, och med gladt mod öfvervandrades Langfjordfjällen, hvilka erbjödo ej blott goda skördar af åtskilliga sällsyntare fjällväxter, utan äfven de herrligaste utsigter af brusande vattenfall mellan snöhvalf, grönskande björkar och tvärbranta klippor. Först vid midnatt nådde vi Langfjordbotten, der vi, — efter att i den öfver all beskrifning osnygga [2]), af torf upp-

1) Utom bruket af flor, det bästa hjelpmedel mot denna landsplåga, finnas åtskilliga andra, som af Norrmännen begagnas, — Lapparne äro deremot af vanan förhärdade. Det simplaste och — märkvärdigt nog! — till en viss grad verksamma är att bära ett gult kläde på hufvudet. Det är liksom om myggorna hade en viss afsky för denna färg, under det att dessa mörksens andar med begärlighet söka svarta föremål. Till kreaturens skydd upptändas på marken eldar, i hvilkas rök de med välbehag söka sin tillflygt; der detta försummas, händer det vissa myggrika somrar, att de bokstafligen dödas af sina små, men talrika och blodtörstiga fiender.

2) Man antager i allmänhet, att det är ett bevis på framsteg i civilisation, då ett folk afstår från nomadlifvet och förskaffar sig fasta bostäder. Härmed må förhålla sig hur som helst, men det säkra är dock, att, hvad Lapparne beträffar, fjäll-lappen, som ströfvar omkring med sin renhjord, i många afseenden står betydligt öfver den

kastade kojan (gamman) bland dess ej mindre osnygga två- och fyrfotade innevånare hafva intagit en måltid, som säkerligen vid ett annat tillfälle, då hungern ej förjagat all betänkligheter, skulle blifvit orörd, — i en af de här befintliga små förrådshusen funno en ganska behaglig sofplats på mjuka får- och renskinn.

Påföljande morgon hade vi ämnat genast afresa på båt ut genom Langfjorden, en af Tana-fjordens vikar. Stark motvind tvingade oss emellertid att qvardröja, och dagen användes af mig till de insamlade växternas vårdande, hvila samt korta exkursioner, af våra medföljande lappar såsom vanligt till omvexlande sömn och kaffekokning. Först på aftonen lade sig vinden så mycket, att vi kunde begifva oss på väg, och under färden lade vi på många ställen i land, på det jag måtte erhålla en, om ock flygtig, bild af vegetationen. Jag sysselsatte mig dessutom hela natten med att "dörja" sej och torsk, ett på en gång angenämt och lönande tidsfördrif. Rikedomen på dessa fiskarter är nemligen här så stor både vinter och sommar, att jag vågar temligen tryggt påstå, att någon egentlig hungersnöd här knappt kan uppstå, ty på 1 ½ à 2 timmar kunna tvenne personer, den ene fiskande, den andre roende, blott med tillhjelp af en på ett långt snöre fästad krok, fånga ett hundrade af de präktigaste, fotslånga fiskar. Också äro de berättelser, som man här ej sällan får höra om tilldragelser under den egentliga fisketiden, så från vanliga förhållanden afvikande, att de förefalla en främling nästan fabulösa.

På detta sätt tillbragtes hela natten och följande förmiddag. Sedan vi på många ställen lagt i land och på hvarje blifvit belönade med fyndet af några utmärktare växtarter, isynnerhet lafvar, utkommo vi på Tanafjorden och seglade tvärt öfver densamma till Kjeskelviken, der jag likaledes gjorde en kort exkursion, hvarpå en långvarig kryssning inför Tana-fjorden begynte. Först sent på aftonen anlände vi till en lappby vid namn Lille Molvig, hvarifrån vi måste öfvervandra Stangnæsfjällen, de högsta i Öst-Finmarken (2000 fot), för att på andra sidan om dessa erhålla en båt, som återförde oss till Tana-elfvens mynning. Ödsliga och kala äro väl i allmänhet fjällslätterna härstädes, men de nu omnämnda fjällen öfverträffa dock häruti dem alla, ty icke mer än 7 arter risaktiga, förkrympta fanerogamer kunde jag

på stränderna bosatte, som hufvudsakligen hemtar sin föda ur hafvet. Med afseende på renlighet i boningarna kan knappt någon jemnförelse komma i fråga, — men erkännas måste äfven, att ett omdöme i detta hänseende måhända utfaller till fjäll-lappens förmån mest af den orsaken, att han genom den ofta inträffande flyttningen af sin kåta på flera ställen qvarlemnar den orenlighet, som den i torf-kojorna boende år från år samlar på ett ställe.

upptäcka bland de hopar af stensplittror, som täckte marken, der ej snön ännu qvarlåg. Då man härtill lägger en ökenlik ödslighet och en graflik tystnad, som endast då och då afbrytes af "hejlon's" *(Charadrii apricarii)* enformiga, klagande läte, kan jag ej neka, att äfven för mig syntes dessa af midnattssolen matt belysta klippor bilda "taflor af en evig död med en stående förtviflans blekhet på naturens sten-anlete" [1]).

Jag förbigår här mitt vistande i Tanadalen, der högsommaren nu inträdt och den nu som bäst blommande *Veratrum album — Lobelianum* med sin resliga växt och sina stora, *Canna*-lika blad stod såsom ett slående bevis på solens hastigt framdrifvande kraft, och öfvergår nu till en kort skizz af ytterligare en färd, som jag företog, nemligen till Syd-Varanger eller de förr s. k. Fælles-distrikterna. För botanisten eger denna trakt sitt hufvudsakliga intresse derigenom, att tallen är det förherrskande trädslaget, då annars björken är den rådande i hela Öst-Finmarken, och jemte detta träd finna många växter här sin nordligaste gräns. — Den 14 Augusti afreste jag från Wadsöe i sällskap med t. f. Amtmannen öfver Finmarken och en forstman från Christiania och anlände efter en lycklig segling samt några timmars uppehåll på några öar på sydsidan af fjorden sent om aftonen till Pasvig- eller, såsom här vanligen säges, Klöster-elfvens mynning, hvilken bildar afloppet för Enare-träsks vatten. Det befanns då, att de finnar, som voro tingade att här möta med elf-båtar, ej hade infunnit sig, hvarföre vi i ett här varande obebodt hus måste tillbringa 1 ½ dygn, tilldess bud till dem kunde erhållas. Det oupphörliga starka regnet hindrade härunder betydligt exkursionerna, men jag vandrade dock temligen vidlyftigt omkring på de omgifvande fjällen, hvilka utom många sällsynta lafarter erbjödo en ovanlig syn, nemligen rikedom på renmossa, ty det oproportionerligt stora antalet af renar i dessa trakter har vållat, att mossan der är sparsammare än t. ex. här omkring Upsala. — Ändtligen den 16 Augusti fingo vi på middagen under

1) Denna djerfva men träffande bild är hemtad från den Amerikanske resanden Bayard Taylor, som förleden sommar besökte dessa trakter. Utrymmet tillåter mig ej att utförligare granska hans rese-skizzer, men jag kan ej underlåta att nämna, att hans skildringar af naturen härstädes väl till grunddragen äro sanna, men hans beskrifning af folket och landet för öfrigt är full af felaktigheter, hvilka väl ingen kan undvika, som efter knappa 14 dagars vistande — ej i Finmarken, utan på en ångbåt, som passerar utefter dess kuster, söker skildra ett land, som i många afseenden afviker från andra, och om hvilket de besynnerligaste föreställningar och orättvisaste fördomar, och ej minst inom sjelfva Norge, råda, från hvilka man endast genom ett längre vistande härstädes kan frigöras.

herrligt väder begynna färden, framstakade uppför elfven, som ett par mil från mynningen börjar att bilda gränsen mellan Norge och Ryssland. En ½ mil från mynningen skjuter dock Ryska området öfver floden med en flik af en quadrat-versts storlek, af den skenbara orsaken att skydda ett gammalt grekiskt-katolskt kapell, Buris Gleb, (en liten, lutande och förfallen ladulik trädbyggnad) men tydligen af det skälet, att denna fläck är en af de bördigaste och frodigaste vid hela elfven [1]). Häraf kommer det sig, att det omtalta, ganska vackra första vattenfallet i Pasvig-elfven ligger helt och hållet på Ryskt område. Jag måste dock bekänna, att jag för min del ej kunde finna detta i verklig skönhet täfla med det andra, till hvilket vi på aftonen anlände, och hvilket vi hade god tid att beundra, under det våra roddare drogo båtarne öfver land förbi fallet. Natten tillbragtes på några höstackar vid ett nybygge, beläget vid en af de många sjöar, som floden här bildar. Följande dag passerade vi åter ett fall och befunno oss derefter på den stora sjön Tsjolmejavre, hvars vackra, af lummiga alar och björkar omkransade stränder, infattade i en ram af allvarliga, mörka tallskogar, på ett märkvärdigt sätt påminde om vissa delar af Mälarens omgifningar. Vid ett nybygge på stranden stadnade vi öfver natten, hvarefter jag skildes från mitt resesällskap, hvilket fortsatte färden längre uppför elfven, men jag deremot — efter några exkursioner i en den växtfattigaste trakt jag någonsin skådat, men som dock belönades med fyndet af en för Skandinaviska floran ny granart, *Abies orientalis*, — återvände samma väg, som jag kommit, till det andra fallet. Efter en under bar himmel tillbragt natt anträdde jag följande morgon (den 19 Aug.) med kompassen i hand en vandring öfver fjällen för att hinna till Jarfjorden, men efter 6 timmars vandring öfver fjäll och kärr, genom skogar och fjällslätter

1) Här finnes äfven en liten, endast om sommaren bebodd "Skolte"-by, hvars innevånare med stor stolthet framhålla sin lycka att vara Ryska regeringens undersåter. Detta tyckes dock hufvudsakligen härleda sig deraf, att då de Norska Lapparne såväl i sin vandel som vid skogens begagnande o. s. v. äro strängt bundne vid lagens föreskrifter, dessa deremot äro så aflägsna från alla embetsmän, att de tilltro sig kunna göra, hvad helst de vilja. Endast en gång om året erhålla de besök af en länsman, som upptager skatten, (fastän oftast 2 à 3 komma efter hvarandra i samma ärende, hvilka förklara sina föregångare för bedragare) samt af en pop, som äfven besöker de norska undersåtarne af grekiska religionen i Pejsen (Syd-Varanger) och som, enligt en norsk nybyggares ord, "ej gör annat än super sig full å församlingens vägnar." — Namnet "Skolter" (Skalliga) sägas de hafva erhållit deraf, att det bland dem ej sällan skall inträffa, att personer så länge tvätta hufvudet med salt-lake, att håret affaller, för att derigenom undgå faran att blifva tvungna till krigstjenst.

fann jag omöjligheten att på egen hand finna rätta vägen. Min belägenhet var ej den angenämaste; jag befann mig midt inne i en skog, fjerran från menniskoboningar och ett godt stycke in på Ryska området, — samt till sällskap hade jag blott svärmar af blodsugande myggor och tvenne svärjande finnar, af hvilka den språkkunnigaste endast med möda kunde tolka sina känslor i de orden: "Engelsman hafva mycket pengar, betala bra." — Nöden hade nu ingen lag; jag måste återvända samma väg jag kommit och ro öfver sjön Wallasjavre till ett på andra stranden beläget nybygge, der jag lyckligtvis fann en norrman med jettestyrka och välvilligt sinnelag, hvilken, då finnarnes oförskämdhet alltmer tillväxte och uttryckte sig i hotande åtbörder och oafbrutna "satanas" och "perkele", åtog sig att ensam bära mina saker till Jarfjorden. Jag anlände äfven lyckligen dit sent på aftonen, efter att således hafva användt en hel dags marsch på att tillryggalägga denna något öfver en mil långa väg. Härunder observerade jag ett i Finmarken mig veterligen aldrig anmärkt bevis på landets höjning, nemligen en stor bank af hafsnäckor [1]), hvilken bildade Wallasjavres n.ö. ända. För öfrigt visa sig öfverallt i dessa trakter tydliga spår af denna höjning, och ännu vid Tsjolmejavre sågos högt uppe i tallskogen tydliga märken efter forntida hafsträndер. Ett annat bevis härför anträffade jag sednare på den *från* hafvet vända sidan af Storfjället vid Mortensnæs, nemligen ett ganska nära toppen ur jorden framskjutande, halfförmultnadt ben af en hvalfisk.

Vid Jarfjordbotten qvarhölls jag af stark storm tvenne dagar, under hvilka dock fyndet af flera sällsynta växter belönade de under snö och regn företagna exkursionerna. Samma farsot, som på flera ställen i Sverige blifvit observerad på ljungen, tycktes här hafva angripit asparne, ty stora skogar af desamma med tjocka stammar stodo alldeles utdöda utan tecken till någon yttre skada. — Först sent på aftonen den 21 hade stormen så stillat sig, att jag kunde färdas ut genom den smala fjorden, och jag hoppades att följande middag kunna vara i Wardöe, men — ödet hade annorlunda beslutat. Knappt hade vi utkommit på Varanger-fjorden, förrän omisskänneliga tecken utvi-

---

1) Herr Professor Lilljeborg har haft godheten att undersöka ett parti snäcksand, som jag från denna bank hemfört, och har deri anmärkt af *Gastropoda* följande arter: *Buccinum undatum* L., *Trophon clathratus* (L.), *Tr. Gunneri* Lovén, *Purpura lapillus* (L.), *Trochus undulatus* (Sow.), *Rimula noachina* (L.), *Litorina litorea* (L.), *L. grönlandica* Möll., *Lacuna solidula* Lov., *Acmaea virginea* Müll. och *Chiton marmoreus* O. Fabr., samt af *Acephala: Mytilus edulis* L., *Astarte arctica* Gray, *A. elliptica* Brown, *Saxicava rugosa* (L.), *S. arctica* (L.) och *Tellina solidula* Pult.

sade, att en ny storm var i annalkande, hvarföre jag måste taga min reträtt till Ö. Pasvig, en liten af naturen bildad, aldrig tillfrysande hamn, ½ mil från Ryska gränsen, der nu ungefär 30 lappar funnos, alla sedan flera dagar qvarhållna af stormen. I den enda usla stugan måste jag taga mitt herberge, tillbragte dagarne med exkursioner på de kringliggande fjällen och nätterna i stugans enda lilla kammare, der vi nu lågo 15 personer, norrmän, lappar, käringar och barn. Till all lycka var för vädervexlingen sörjdt mer än tillräckligt genom de stora hål i taket, genom hvilka stormen och regnet fritt inströmmade. Här måste jag nu vistas i tvenne dygn, och då matförrådet tog alldeles slut samt knappast annat än kaffe kunde erhållas, blefvo fjällsyrans *(Oxyriae)* blad och kråkrisbären ett välkommet medel att ersätta bristen. Slutligen den 23 Aug. vände sig vinden på aftonen, så att jag kunde förmå trenne karlar att försöka den 5 mil långa färden öfver fjorden; vågorna fräste från alla kanter in i den lilla båten, men allt gick lyckligt, och snart tog naturen ut sin rätt. Jag somnade helt lugnt, och då jag mot morgonen vaknade, befunno vi oss nära land midt emellan Wardöe och Wadsöe. Det uppehåll, för hvilket jag varit utsatt, hindrade mig nu att besöka förstnämnda ställe, utan jag vände mig till Wadsöe, dit jag efter en stilla färd på det nu endast af sprutande hvalar stundom upprörda hafvet anlände vid middagstiden.

Så förflöt sommaren hastigt och angenämt, så att det verkligen var med största sorg, som jag såg d. 12 September nalkas, då jag var nödsakad att lemna det vänliga Nyborg, dertill tvingad af ångbåtens till den 16 utsatta sista resa för året. För att åtminstone få under en eller ett par dagar undersöka Wardöe-trakten begaf jag mig den 14 från Wadsöe, men knappast hade vi seglat ett par mil, förrän en rasande storm uppväxte, som med otrolig fart framslungade båten. Jag måste bekänna, att, ehuru jag under hela resan aldrig känt tecken till fruktan, jag nu ej var fri derifrån, då jag i en båt, på hvilken den rodret fasthållande pinnen hvarje ögonblick hotade att urhoppa, och hvarifrån jag, genom att fasttrycka den hvarje gång den lyftes öfver vågorna, måste skydda oss, befann mig bland rasande bränningar, hvarest jag vid färden utför vågorna endast såg ett hvitt skum, som sjudande från alla kanter fräste in i båten, i sällskap med trenne finnar, af hvilkas tungomål jag ej begrep ett ord. I stället för att nå Wardöe eller Kiberg, måste vi äfven söka land i Langbunæs, hvarest natten tillbragtes, och der på stranden märktes af Golfströmmen hitförd och uppkastad drifved samt rundslipade pimpstens-stycken. Då

på morgonen vädret åter var temligen lugnt, ämnade jag fortsätta min färd, men knappt hade mina senfärdiga finnar kommit i ordning, förrän en ny häftig n.n.o. storm gjorde det omöjligt att tänka härpå. Då jag emellertid nödvändigt måste hinna till Wardöe, innan ångbåten gick derifrån, återstod för mig ej annat än vandra trenne mil öfver fjällen, och att detta ej var någon lusttur, finner enhvar lätt, då stormen låg alldeles i ansigtet och snart började medföra stora byar af smältande snö, hvilken genom vindens häftighet drefs parallelt med marken. Alldeles genomvåt och förfrusen framkom jag vid middagstiden till Svartnæs, der jag i brist på kläder till ombyte (alla mina saker voro nemligen qvarlemnade i Wadsöe för att medfölja ångbåten) måste sjelf taga plats i spisen för att uppvärma och torka mig. Först efter 5 timmars väntan kunde jag erhålla några karlar, hvilka vågade sätta mig öfver det smala, men nu hvitskummande sundet, som skiljer Wardöe från fasta landet, — och jag har sedan mången gång förundrat mig öfver, att jag ej genom denna vandring ådrog mig en häftig förkylning. Då jag den följande morgonen skulle börja mina undersökningar, befanns marken täckt af ½ aln djup snö, hvilken enligt sednare underrättelser från dessa trakter ännu i dag qvarligger. Ångbåten måste för stormen qvardröja 1 ½ dygn, så att vi först den 17 på aftonen lemnade Wardöe och efter att hafva passerat Nordkyn och Nordkap anlände den 19 på morgonen till Hammerfest, der jag genast begaf mig ombord på den mot söder gående ångbåten. Då denna nu om nätterna måste ligga för ankar, upptog hemfärden en ganska lång tid, och då tillika samma trakter som på uppresan passerades, erbjödo de ej längre nyhetens behag. Det enda afbrottet i enformigheten lemnade det vackra skådespelet af hafvets fosforescens om nätterna samt upptagandet ombord af tvenne förlista skeppsbesättningar, hvilket sednare i dessa trakter tyckes höra så till ordningen för dagen, att ingen fäster sig särdeles dervid. Största delen af den manliga befolkningen härstädes omkommer äfven på hafvet, så att det är en sällsynthet att här få skåda en äldre man, och med en ton af half medömkan, halft förakt hörde jag en fiskare omtala en person, som "dött på land." — Den 29 September anlände jag till Trondhjem, hvarifrån jag den 3 Oktober på ångbåt for till Levanger och sedan genom den vackra Værdalen, Jemtland och Medelpad till Sundsvall. Slutligen anlände jag den 13 Oktober, efter 4 ½ månaders frånvaro, till Upsala, der oregelmessigheten i postgången från Finmarken hade förorsakat de bestämdaste rykten om min död.

Jag har nu i korthet skildrat resans gång, men innan jag nedlägger pennan, må det tillåtas mig att med några ord söka teckna vegetationens beskaffenhet i dessa nejder, i hvilka jag tillbragte den förflutna sommaren. Såsom jag förut anmärkt, är det ej här lämpligt att ingå i någon detaljerad beskrifning af denna sak, men jag anser det så mycket mindre opassande att med några drag söka teckna de intryck, som jag af växtverlden i Öst-Finmarken erhöll, som jag derigenom blir satt i tillfälle att, så mycket på mig ankommer, skingra en af de fördomar, som jag ej sällan funnit hysas om detta land äfven af personer med verklig bildning och lärdom. Det är nemligen ej ovanligt att få höra sådana föreställningar som den, att vegetationen härstädes är inskränkt blott till mossor och lafvar samt på sin höjd till en eller annan lågväxt planta, som bland is och snö förer ett tynande och problematiskt lif, — under det att i verkligheten, såsom jag redan antydt, vegetationen härstädes (på vissa lokaler) snarare väcker förvåning genom en relatift stor rikedom och yppighet, som man ej kan vänta sig i ett så nordligt land. Orsaken till de gynnsamma förhållanden, som framalstra denna, är hufvudsakligen Golfströmmen, hvilken hindrar hafvet äfven under den strängaste vinter att tillfrysa (utom i de innersta vikarne) och betydligt höjer medeltemperaturen, äfvensom sommarens ständiga solljus, som i hög grad påskyndar växternas utveckling och isynnerhet på de mot söder vända bergsluttningarne framkallar en förvånande yppighet.

Betrakta vi Öst-Finmarken i sin helhet, så finna vi, att största delen deraf utgöres af fjällslätter, hvilka dock aldrig nå någon så betydande höjd, att snön ständigt qvarligger, utom under vissa, mindre gynnsamma somrar. Dessa vidsträckta hedar äro endast här och der afbrutna af flod- och bäckdalar eller af mer eller mindre djupt inskjutande hafsvikar, i hvilka klipporna än tvärbrant nedstörta, än vid sin fot ega större eller mindre sträckor af uppslammadt land. De till längd och bredd ej obetydliga dalar, som på vissa ställen förefinnas, vanligen uppfyllda af kärr och torfmossar, visa sig ofta med lätthet vara intet annat än forntida hafsvikar. Efter dessa korta anmärkningar öfvergår jag till en skizzerad beskrifning af vegetationen härstädes, sådan den visar sig i sin sommarfägring d. v. s. i slutet af Juli och början af Augusti månader.

Begifva vi oss upp i slättfjällsregionen, möter blicken intet träd, ingen högre buske, utan endast lågväxta, vanligen torra och risaktiga örter, som glest betäcka marken, der den ej helt och hållet höljes af

stensplittror eller hvitfärgas af talrika lafarter [1]). Såväl djur- som växtverlden visar här en hög grad af fattigdom och enformighet, som förlänar åt det hela en prägel af tysthet och ödslighet, som i längden måste blifva tröttande. Här är det, som fjäll-lappen flyttar omkring med sin kåta och sin renhjord — och utom honom söker ingen mensklig varelse sin boning på dessa magra hedar, der ej sällan under högsommaren de sparsamma blommorna härjas af starka frostnätter, samt der stormar och snömassor under vintern måste utöfva ett fasaväckande tyranni. En djup tystnad råder härstädes, endast afbruten af "hejlons" (*Charadrius apricarius* och *morinellus*) enformiga och klagande läten, af "bjekkans" (*Falco lagopus*) genomträngande och jemrande skri eller af de uppskrämda ripornas gälla sqvattrande och bullrande flygt. Växterna förkrympas i allmänhet till små pygméer, såsom dverg-pilen (*Salix herbacea*), som från sin underjordiska stam uppsänder endast några få blad, dverg-björken (*Betula nana*), kråkriset (*Empetrum nigrum*), *Gnaphalium supinum*, *Antennaria alpina*, *Diapensia lapponica*, *Sibbaldia procumbens*, *Arctostaphylos alpina*, *Juncus trifidus*, *Luzula spicata* och *arcuata*, några starr- och gräs-arter m. fl., bildande en tunn grågrön matta, som endast på spridda punkter erhåller ett prydligare utseende genom de väl ej stora och prunkande, men täcka och vanligen i massor samlade blommorna af *Silene acaulis*, *Saxifraga oppositifolia*, *Dryas octopetala*, *Pedicularis lapponica*, *Azalea procumbens*, *Andromeda hypnoides* och några få andra. Endast der vatten samlat sig, visar sig en större yppighet; bäckarnes stränder förgyllas ej sällan af *Ranunculus nivalis* och *Viola biflora*, blandade med åtskilliga andra mindre lysande fjällväxter (*Ranunculus pygmaeus*, *Cerastium trigynum*, *Epilobium alpinum*, *Saxifraga nivalis*, *stellaris* och *aizoides*, *Oxyria* m. fl. dylika, och i kärren hafva några af de härdigaste större pilarterna (*Salix glauca*, *Lapponum*, *lanata*), hvilkas blommor och hängen naturen sjelf försett med skyddande pelsverk, nedslagit sina bopålar jemte högväxtare starr- och gräs-arter samt några från björkregionen hit uppstigande örter.

Begifva vi oss ned från dessa föga inbjudande slätter, möta oss vid ungefär 700 fots höjd öfver hafvet [2]) de första björkarne, här för-

1) "Calidissimas orbis partes regit Palmarum familia, terras calidas incolunt frutescentes plantarum gentes, australes Europae plagas numerosa ornat herbarum corona, Belgium Daniamque graminum occupant copiae, Sueciam Muscorum agmina, ultimam vero frigidissimamque Lapponiam pallidae Algae, praesertim albi Lichenes. En ultimam vegetationis gradum in terra ultima!" Linn. Fl. Lapp.

2) Att uppgifva någon bestämd gräns, öfver hvilken björken ej stiger, är omöj-

krympta till låga, vresiga buskar. Ju längre ned man stiger, desto mera tilltager dock detta trädslag i mängd och storlek, så att de nedre fjällsluttningarne och deras rötter helt och hållet beklädas af detsamma. Om jag undantager Syd-Varanger, der tallen är förherrskande, bildas alla skogar i Öst-Finmarken af björk samt på fuktigare ställen af Al (*Alnus incana* var. *virescens*), endast sparsamt i de från hafvet mera aflägsna delarne blandad med asp, hägg och rönn. I sjelfva björkskogarne är marken vanligen torr och mager och vegetationen till följe deraf mindre omvexlande; den består hufvudsakligen blott af allmännare arter (t. ex. *Antennaria dioica*, *Solidago*, *Hieracium murorum*, *Trientalis*, *Chamaenerium angustifolium*, *Calluna*, *Polygonum viviparum*, *Rumex acetosella*, *Aira flexuosa* o. s. v.), men der t. ex. en bäck framqväller, samlas en stor rikedom af växt-arter, dels uteslutande tillhörande denna region, dels nedförda från fjällen. Att här uppräkna alla eller blott de hufvudsakligaste på sådana lokaler förekommande växter skulle blifva tröttande och vidlyftigt; det må vara nog att blott försäkra, att en i botaniken ej bevandrad person skulle vid åsynen af en så frodig och vacker vegetation snarare tro, att han befunne sig i mellersta Sverige eller södra Norge än vid Ishafvets stränder.

Men om ock björken är det träd, som i Öst-Finmarken spelar herrskar-rolen och är det enda skogbildande, böra dock ej pilarne med tystnad förbigås, då de i dessa trakter trakter uppnå en i sydligare delar af landet ovanlig frodighet, höjd och talrikhet. Genom de från fjällbranterna talrikt nedstörtande bäckarne förvandlas ofta den nedanför liggande marken till vidsträckta kärr, och på dessa frodas pilarne (hufvudsakligen *Salix nigricans*, *phylicifolia*, *lanata* och *glauca*), bildande vidlyftiga och nästan ogenomträngliga snår. I de egentliga pilsnåren hafva dessa växter nästan förqväft all annan vegetation, då deras täta löfverk knappt genomsläpper solstrålarne, men der de äro mindre tätt gyttrade, frodas i kärren åtskilliga smärre buskar, fräken- och starr-arter samt en ej obetydlig mängd andra växter, hvilka bilda en temligen tät, om ock ej synnerligen omvexlande beklädnad. Men ej alltid visa sig kärren i denna mera behagliga gestalt; ej sällan uppträda de såsom magra "multe"-myrer [1]), som väl

ligt, då denna är beroende af många andra omständigheter än höjden öfver hafvet. I mot nordanvinden skyddade smådalar finner man densamma stiga betydligt högre upp än på de öppna fjällsluttningarna, och häraf kommer det sig äfven, att Lund fann björkregionens öfversta gräns variera mellan 368 och 1011 fot öfver hafvet.

1) "Multer" eller hjortron finnas här i ofantlig massa, ehuru bären endast mogna

der vattnet något längre qvarstannar framvisa några vanligare kärrväxter, men i hvilka för öfrigt den nakna torfven endast närer spridda exemplar af hjortron-plantan, dverg-björken, kråkriset, *Pedicularis lapponica*, *Scirpus caespitosus*, *Eriophorum vaginatum* och några få starr-arter.

Den teckning — så ofullständig den än är —, som jag nu lemnat af björkregionen, gäller dock endast om en del af Öst-Finmarken, nemligen flod-dalarne och de innersta hafsvikarne. Längs de yttre hafskusterna är deremot landets fysiognomi mindre behaglig, ty här saknas skogen, dels kufvad af stormarne, dels och förnämligast utrotad af menniskor. Samma klagan, som man med stort skäl får i Sverige höra öfver skogarnes uthuggande, är nemligen här på sin plats, och om ej kraftiga åtgärder häremot vidtagas, är det fara värdt, att de återstående skogarne inom icke många decennier hafva undergått ett likartadt öde, så att man då blott i otillgängligare dalar finner lemningarne af de skogar, som fordom klädt en stor del af de lägre trakterna härstädes. Så har t. ex. i Wadsöes närmaste grannskap [1]) all skog blifvit borthuggen, och äfven längre in i Varanger-fjorden vet traditionen att omtala skogar på ställen, der nu intet träd finnes och der något sådant nu utan skydd mot vindarnes häftighet knappt mera kan uppstå. Orsaken till detta bedröfliga förhållande är, såsom ofvan antydts, att söka i oförsvarligt handlingssätt hos innebyggarne, och om än Norrmännen härutinnan ej äro alldeles felfria, faller dock den jemförelsevis största skulden på Lapparne. Då dessa nemligen om vintern efter behof fälla björkarne, afhugga de dessa jems med snöns yta, hvarigenom stammarne till en stor och den tjockaste delen blifva qvarstående och sedan, när snön smält, framträda såsom skampålar, vittnande om obegriplig dumhet och oförsvarlig lättja. Sannt är visserligen, att någon fara för brist på brännmaterial här knappt kan uppstå, då de mäktigaste och vidsträcktaste torf-lager finnas att tillgå (på många ställen har man äfven fått tillgripa detta ämne), men att genom denna skogarnes skövling och uthuggning klimatet måste betydligt försämras, är lika klart, som att något skäl, hvarföre innevånarne

---

under gynnsamma somrar, men då erhållas äfven af dem så rika skördar, att en ganska betydlig export af dem till södra Norge försiggår. Tambsöen i Porsanger-fjorden är isynnerhet känd för sin rikedom på dessa "Nordens drufvor."

1) I en ej längesedan utkommen Engelsk resebeskrifning har jag visserligen sett en planch öfver Wadsöe, der denna stad omgifves af granskogar, men att dessa hvarken finnas eller någonsin funnits utom i artistens fantasi, vågar jag med bestämdhet påstå.

sjelfva skola verka för ett sådant resultat, ej förnuftigtvis kan upptänkas.

Det återstår nu blott att anföra den tredje vegetations-regionen härstädes, nemligen hafs-stranden, och här finna vi äfven en ej obetydlig rikedom på utmärktare växtarter. Isynnerhet uppträda *Cochleariae* här i stort antal af former och individer, lemnande ett kraftigt botemedel mot en af dessa trakters vanligaste och mest härjande sjukdomar, skörbjuggen. Och då dessa stränder utvidga sig till frodiga ängar, på hvilka alnshögt gräs bildar en tät matta, som smyckas af talrika blommors skiftande färgprakt, då man ofvanför dessa strandängar ser de leende lundarne, kring hvilka de brådstupande fjällen bilda en allvarlig ram, då man här hör talrika foglars glada sånger och ser allt andas lif och glädje, — då tycker sig främlingen nästan förflyttad till den gamle Rudbecks "Lappska paradis", hvars herrlighet dock, mera än all annan på jorden, har det felet att vara alltför kort och förgänglig.

Sådan är en svag kopia af den tafla, som växtverlden i dessa hyperboreiska nejder synts mig bilda och i hvilken detaljerna här ej kunnat utföras, ej blott af brist på utrymme utan äfven på kunskaper. Det är nemligen knappt någon del af Skandinavien, som så litet blifvit af botanister undersökt, som Öst-Finmarken, och mycket återstår derföre här ännu att göra och undersöka. Hittills hafva inom Öst-Finmarken blifvit anmärkta något öfver 400 Fanerogamer och ormbunkar.

Betrakta vi nu detta lands vegetation i sin helhet utan afseende på dess fördelning på olika regoiner och lokaler, så finna vi lätt, att den utgöres af flera särskilda delar, som här blifvit förenade till ett helt. De faktorer, i hvilka jag trott mig finna, att Öst-Finmarkens vegetation kan uppdelas, äro följande:

1. Växter med stor geografisk utbredning, hvilka ej äro synnerligen bundna vid ett visst klimat, utan ega stor lätthet att lämpa sig efter olika yttre förhållanden, hvarföre de äfven anträffas öfver hela Skandinavien och åtminstone största delen af den tempererade zonen i gamla verlden. Såsom exempel på dylika må blott nämnas *Tripleurospermum inodorum*, *Achillaea Millefolium*, *Antennaria dioica*, *Solidago Virgaurea*, *Tussilago Farfara*, *Taraxacum officinale*, *Campanula rotundifolia* m. fl.

2. Fjällväxter, som i sydligare trakter endast förekomma på sjelfva fjällen, men här nedstiga ända till hafvets nivå. Exempelvis må nämnas *Gnaphalium norvegicum* och *supinum*, *Antennaria alpina*, *Eri-*

*geron alpinus*, *Petasites frigida*, *Saussurea alpina*, *Hieracium alpinum*, *Gentiana nivalis* m. fl.

Till dessa tvenne klasser, hvilkas antal är ganska betydligt och som tillsammantagna kunna uppskattas till mer än 75 % af hela vegetationen härstädes, komma ytterligare följande fyra:

3. Några sydliga växter, som med de större floderna blifvit förflyttade mot norden och vid deras stränder på enstaka punkter förekomma, utan att egentligen kunna sägas väsentligen bidraga till att gifva vegetationen dess utmärkande prägel. Sådane äro t. ex. *Hieracium pilosella*, *Thymus Serpyllum*, *Utricularia vulgaris*, *Nuphar pumilum*, *Nasturtium palustre*, *Polygonum amphibium*, *Potamogeton perfoliatus*, *Sparganium affine*, *Phragmites* m. fl., som endast anträffas vid Tana- och Pasvig-elfvarnes stränder. I allmänhet kan man dessutom säga, att vid dessas stränder sydligare arter, som för öfrigt förekomma sparsamt spridda öfver hela landet, i större mängd och frodighet anträffas.

4. Några genom kulturen, hufvudsakligen genom de vanligen misslyckade odlingsförsöken af potatis o. s. v. samt genom skeppsfarten i sednare tider hitförda växter. Största delen af dem, som hitföras, förekomma visserligen blott ett eller annat år, hvarefter de utdö, men en del af dem ej blott uthärda klimatet, utan sprida sig äfven. Sådana äro t. ex. *Senecio vulgaris*, *Galium aparine*, *Sinapis arvensis*, *Urtica urens*, *Chenopodium album* m. fl.

5. Några rent arktiska växter, hvilka nästan utan undantag anträffas på hafsstränderna eller i de lägre dalarne, såsom *Hieracium lapponicum*, *Gentiana serrata* och *involucrata*, *Primula sibirica*, *Armeria sibirica*, *Cochlearia arctica* och *anglica*, *Stellaria humifusa*, *Chrysosplenium tetrandrum*, *Carex salina* och *limula;* på fjällen anträffas till denna klass hörande knappast flera än *Ranunculus sulphureus* och *Papaver nudicaule.*

6. Åtskilliga från öster invandrade arter, som derigenom gifva Öst-Finmarkens Flora en afvikande beskaffenhet mot Skandinaviska halföns öfriga nordliga trakter; såsom sådana kunna här anföras *Intybus multicaulis*, *Dianthus superbus*, *Arenaria lateriflora*, *Ribes nigrum*, *Oxytropis campestris — sordida*, *Abies orientalis* [1]), *Veratrum al-*

1) Vanligen hafva växterna en af isothermerna, isothererna eller isochimenerna begränsad utbredning, men med gran-arterna är förhållandet helt olika. Under det att nemligen den vanliga granen intager hela vestra Europa, intager denna det östra samt Asien ända ned till Mindre Asiens södra kuster. (Exemplar derifrån öfverensstämma med vår arktiska växt). För öfrigt är förekomsten af denna art i Öst-Finmarken äf-

*bum — Lobelianum* och *Colpodium latifolium.* Någon skarp gräns mellan denna och närmast föregående afdelning kan dock ej uppdragas, hvarföre t. ex. *Primula sibirica*, *Conioselinum Gmelini*, *Allium sibiricum* m. fl. lika väl kunna hänföras till begge, ehuru det ej kan nekas, att de ju från öster spridt sig öfver hela Finmarken.

Med undersökningen af denna vegetation upptogs hela sommaren, och det utbyte, som derunder erhölls, var fullkomligt tillfredsställande alla billiga fordringar. Ty utom upptäckten af några för Skandinaviens flora nya arter hade jag äfven tillfälle att göra, såsom jag förmodar, ej ovigtiga iakttagelser öfver växt-arternas geographiska utbredning, hvarigenom ej blott Finmarkens flora riktades med många förr ej derstädes anmärkta arter, utan äfven nordliga gränserne för ett ej obetydligt antal växter närmare bestämdes. Studium i naturen af åtskilliga kritiska former i mera svårbestämda genera har dessutom satt mig i tillfälle att om dessa framställa, såsom jag hoppas, rigtigare åsigter. Och dessutom har jag hemfört en betydlig samling laf-arter, bland hvilka flera ganska utmärkta utan tvifvel hittills äro obeskrifna; då min tid tillåtit mig att tillräckligt granska och bestämma dessa, hoppas jag till Kongl. Vetenskaps-Societeten få härom öfverlemna en särskild afhandling.

Mycket skulle ännu kunna tilläggas, såvida min berättelse ej måhända redan vuxit alltför mycket, men ju kärare ämnet är, desto mera mångordig blir man äfven; jag vill derföre nu inskränka mig till en enda liten anmärkning. Jag har i det föregående antydt, att de om Finmarken vanligen rådande föreställningarne ingalunda äro med verkligheten öfverensstämmande, utan ofta alstrade af inbillning och inrotade fördomar. Huru många personer har jag ej påträffat, som tyckts med ordet Finmarken förbinda tanken på evig is och snö, på isbjörnar [1]) och andra vilddjur, på mödor, faror och försakelser af alla möjliga slag! Och dock är intet mindre förhållandet; tvärtom kan jag sanningsenligt betyga, att en turist, som vill besöka dessa trakter (vare sig för att skaffa sig en föreställning om landets klimat, ut-

---

ven i det afseendet af intresse, att man derigenom erhåller en ej otydlig vink om möjlighet af odlandet i dessa trakter af det i många afseenden vigtiga Sibiriska lärkträdet (*Larix sibirica*), som kring Archangel och trakterna öster derom förekommer jemte ifrågavarande träd.

1) Se t. ex. den i Atlas till Humbolts Kosmos tab. 53 afbildade "Mitternachtsonne am Nord Cap" med dess, såsom det tyckes, akrobatiskt dresserade björnar! Det är dock att märka, att med undantag af en 1851 vid Kjöllefjord skjuten, någon isbjörn i mannaminne ej visat sig i Finmarken.

seende och innevånare eller för att "med solglas tända sin cigarr på Nordkap med midnattsolens tillhjelp"), kan här lefva så beqvämt och kräsligt, som han gerna kan önska sig, och han skall knappt påminna sig, att han befinner sig så nära nordpolen och den eviga isens rike. Detta gäller dock naturligtvis blott om sommaren, ty vintern med sina oerhörda snömassor, sina förfärliga stormar och sin flera månader långa natt lärer vara sinnet så nedtryckande, att det fordras verkligt mod att uthärda flera sådana. Ej underligt derföre, att embetsmännen efter några års förlopp söka att komma till sydligare, blidare och folkrikare trakter, ej underligt att den kommande vårens första förebud hos alla innevånarne framkallar den innerligaste glädje, ej underligt att årets första solstråle helsas med salut från Wardöehus' alla kanoner!

Jag väntar mig här den anmärkningen, att i sådant fall denna min berättelse icke är fullt trogen, då den på flera ställen häntyder på obehagligheter under min sommarresa, som ingalunda göra en färd i dessa nejder lockande — och jag medgifver sanningen häraf. Jag sjelf finner bäst detta, men — fri från den hos reseberättare ej ovanliga benägenheten att öfverdrifva eller framhålla utståndna mödor — vill jag till mitt urskuldande blott påminna derom, att det ej är de stilla, med vårt hvardagliga lif öfverensstämmande dagarne, som i minnet klarast framstå eller i en skildring intaga främsta rummet. För öfrigt gäller det ofvan sagda blott såvida man vill följa kusterna och de vanliga, relatift mera banade vägarne i de af Normän bebodda trakterna. Vill man deremot af någon anledning inträngа i de inre, mera obebodda delarne i landet, så förändras förhållandena icke obetydligt, men för hvar och en, som har intresse för naturen och dess alster, erbjuda sig äfven på samma gång så många anledningar till sann och verklig njutning, att man ej kan finna sig annat än rikligt belönad för sin möda. Derföre, om jag skall i korthet afgifva ett total-omdöme om den nu skildrade resan, måste jag upprigtigt bekänna, att en intressantare och njutningsrikare sommar än den sednast förflutna har jag aldrig upplefvat, och att detta vistande i Finmarken hos mig upptändt en liflig åstundan att, då tid och andra omständigheter det medgifva, få dit återvända för att fullfölja de påbörjade undersökningarne. Och för dessa finnas rika fält, ty stora sträckor finnas, inom hvilka ingen botanist ännu satt sin fot, och derföre — långt ifrån att med Bayard Taylor instämma i den Italienske positif-spelarens i Wadsöe half-norska yttrande: "jeg voglio ikke ritornare", är det just till dessa trakter min högsta längtan står.

Upsala den 8 Mars 1858.

# Ornithologiska Bidrag.

Af

**Wilh. Lilljeborg.**

## I. Utkast till en systematisk öfversigt af Foglarnes klass.

### 1. Litteratur.

Bland dem, som på sednare tiden sysselsatt sig med foglarnes klassifikation, vilja vi företrädesvis nämna: Chr. L. Nitzsch [1]), C. J. Sundevall [2]), G. R. Gray [3]), J. Cabanis [4]) och C. L. Bonaparte [5]). Ett vigtigt bidrag till denna klassifikation har Joh. Müller lemnat [6]) genom sin afhandling om sångapparaten å *larynx inferior* hos en mängd *Passeres*.

Det af Nitzsch lemnade bidraget innehåller väl endast en helt kort och ofullständig öfversigt af fogelklassen, men det har dock ett

1) „Observationes de Avium arteria carotide communi.“ Halæ. 1829. (Såsom bihang till ett af Prorector Fridericus Blumius Ictus utgifvet program).

2) „Ornithologiskt system“; Kongl. Vetensk, Akademiens Handl. för år 1835 (tryckt 1836), pag. 43. — „Om Foglarnes vingar“; Kongl. Vetensk. Akad. Handl. för år 1843 (tr. 1844) p. 303. — „Svenska Foglarna.“ 1856. —

3) „A List of the genera of Birds.“ London 1841.

„The genera of Birds.“ London 1844—1849.

4) „Ornithologische Notizen“; Wiegmanns Archiv für Naturgeschichte. 1847. 1 Bd. p. 186 et 308.

„Museum Heineanum.“ Halberstadt. 1850—1851.

5) „Conspectus generum avium.“ Leyden. 1850—1857.

„Conspectus systematis ornithologiæ.“ Annales des Sciences naturelles, 1857?

„Tableaux paralléliques des ordres Linnéens *Anseres*, *Grallæ*, et *Gallinæ*.“ Paris. 1856. (Afdrag ur Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences). Dessutom åtskilliga andra afhandlingar af systematiskt innehåll i diverse tidskrifter.

6) Abhandlungen der Königl. Akademie der Wissenschaften zu Berlin. 1847, p. 321.

synnerligt vetenskapligt värde, derföre att det fäster uppmärksamheten på den betydelse för klassifikationen, som *carotides communes* hos foglarne äga.

Det af Sundevall lemnade ornithologiska systemet äger förtjensten af att vara grundadt på en omsorgsfull och noggrann undersökning af foglarnes yttre kännetecken, samt att för första gången fästa uppmärksamheten på vingtäckfjädrarnes vigt för klassifikationen, och vittnar om en riktig uppfattning af fogelnaturens utmärkande egenskaper. Uti afhandlingen om foglarnes vingar har dessas byggnad i allmänhet blifvit omständligen beskrifven, och dennas vigt för klassifikationen ytterligare blifvit framhållen. Då vingarne för en fogel måste anses vara af den högsta vigt, såsom varande bland de delar, hvilka företrädesvis göra honom till en fogel, så är det naturligt, att ett system, hvari vingarnes byggnad blifvit tagen i betraktande, måste äga företräde framför hvarje annat, der vingarne blifvit förbisedde, eller endast helt lösligen blifvit vidrörde, utan någon detaljerad undersökning af deras byggnad. Uti "Svenska Foglarna" har nämnde Författare fästat uppmärksamheten på fötternes muskulatur såsom vigtig för klassifikationen, sedan han första gången framställt densamma vid naturforskaremötet i Stockholm 1851.

De nya slägten och arter, som tillkommit sedan Lathams *Index Ornithologicus* utgafs, hade vuxit till en sådan mängd, och den om dem handlande litteraturen var så spridd, att ett sådant arbete, som G. R. Gray's systematiska "*List of the genera of Birds*," ehuru endast en namnförteckning utan karakterer, var för vetenskapen serdeles behöfligt, och dess erhållande följaktligen i hög grad gagneligt. Prioritetens rätt har i allmänhet deruti blifvit iakttagen. Uti "*The Genera of Birds*" har nämnde Fötfattare lemnat beskrifningar t. o. m. öfver slägtena, samt äfven figurer till dessa. Af en del slägten är en art afbildad med en kolorerad totalfigur, och af de andra hafva blott vissa delar, såsom hufvud och fot, af en typisk art blifvit afbildade. För fogelstudiet är detta arbete onekligen af stor vigt, och de utmärkta figurerna lemna en ofta väl behöflig hjelp åt de stundom föga utmärkande och icke i diagnostisk form affattade beskrifningarne öfver slägtena.

Uti sitt ornithologiska system har Cabanis lemnat goda karakterer för de uppställda grupperna, dels hemtade från J. Müllers beskrifningar af *larynx inferior*, dels från den af Keyserling & Blasius först påaktade beskaffenheten af den hornartade beklädnaden på tarserne, och dels från antalet af ving- och stjertpennor. Det är hufvud-

sakligen ordningen *Passeres*, åt hvilken nämnde Författare egnat sin uppmärksamhet, och som derigenom erhållit en förbättrad klassifikation. Den har blifvit afdelad i 2:ne ordningar: *Oscines* och *Clamatores*, och familjerna hafva med omsorg blifvit begränsade och anordnade. Jemte Sundevalls torde detta arbete böra anses såsom det vigtigaste bidraget till foglarnes klassifikation.

De talrika bidragen till denna klassifikation, som af Bonaparte blifvit lemnade, äga värde derigenom att de meddela utförliga förteckningar öfver slägten och arter, vittnande om en ovanlig artkännedom, och om en skarp distinktion mellan slägtena, samt ofta sammanställande dessa på ett med den naturliga affinitetens fordran öfverensstämmande sätt; men de äro merendels endast namnregister, ofta likväl meddelande karakterer för arterna, men högst sällan för de högre grupperna. Uti Transactions of the Linnéan Society. Vol. XVIII, pag. 258 har Bonaparte meddelat en systematisk uppställning af foglarnes klass, jemte sådana öfver de andra vertebrerade djurklasserna. Den förra klassen har blifvit afdelad i 2:ne underklasser: *Insessores* och *Grallatores*. Den första af dessa motsvarar fullkomligt den af oss under samma namn uppställda, och den sednare omfattar både *Grallae* och *Natatores*. Denna klassifikation öfverensstämmer äfven med den här lemnade deruti, att *Longipennes* fått sin plats mellan *Steganopodes* och *Pygopodes*. Karakterer för ordningar, familjer och underfamiljer hafva här blifvit gifna.

Efter denna blick på litteraturen vilja vi lemna en kort redogörelse för de grunder, hvarpå den här ifrågavarande systematiska anordningen hvilar.

## 2. Grunder.

Vi hafva valt den progressiva methoden, derföre att denna synes oss vara den mest rationela, såsom öfverensstämmande med den physiologiska och geologiska utvecklingen. Vi börja derföre systemet med de lägsta och afsluta det med de högsta formerna.

Irritabiliteten synes oss vara den egenskap, som för foglarne är mest utmärkande, och som derföre vid deras klassifikation företrädesvis bör afses. Simfoglarne synas oss vara de lägste, derföre att de uttrycka en tendens till den lägsta vertebratformen: fiskformen. Hos *Aptenodytidae*, der vingarne nästan likna fenor, och, och såsom hos

alla andra dykande foglar, göra tjenst såsom sådana, hafva vi denna form starkast utpreglad. Den tunga, klumpiga byggnaden, med små vingar och korta ben, gör dem dessutom i allmänhet mindre rörlige, än de andra foglarne, samt ådagalägger en lägre utveckling af fogeltypen. Detta är likväl icke förhållandet med alla simfoglar, och ordn. *Longipennes* lemnar oss exempel på simfoglar, utrustade med en hög grad af rörlighet.

De Sparfartade foglarne *(Passeres)* synas oss vara de, som äga den högsta graden af irritabilitet, och hos hvilka således fogelnaturen har erhållit sin högsta utveckling. Med irritabilitet mena vi icke blott muskelstyrka, utan liflighet och rörlighet i allmänhet. Der denna är mest mångfaldig, mest omvexlande och ihållande, är den också mest utbildad. Vi finna hos *Passeres* "förmågan att vistas och röra sig fritt och ledigt, lika väl på marken som i träden och i luften, samt att genom utmärkta melodiska läten gifva sin närvaro tillkänna" (Sundevall); vi finna dem uti en ständig och mångfaldig rörelse, ständigt låtande höra sina toner, det vare sig såsom sång, eller såsom locktoner. Man har merendels brukat ställa Roffoglarne högst, anseende dem såsom de mest utbildade foglarne, på grund af deras muskelstyrka och starka flygt, och deraf förmodade höga grad af irritabilitet. Men att Roffoglarne äro tröga foglar, och i afseende på irritabiliteten stå långt efter Sparffoglarne, erfar man lätt, då man har dem i fångenskap. De sitta långa stunder tysta och orörliga, och visa merendels icke något serdeles lif, utan då de lifvas af fruktan, eller af begäret efter föda. De Sparfartade foglarne förete deremot under fångenskapen en ständig rörlighet, och låta ständigt höra sin lifliga sång eller sina locktoner. Man kan dessutom icke uti ett system skilja Roffoglarne långt från de lägre ordningarne, Dufartade och Hönsartade foglar, utan att göra våld på den på bestämda vigtiga karakterer grundade naturliga frändskapen. Med dessa lägre ordningar öfverensstämma de, hvad de yttre kännetecknen beträffar, uti beskaffenheten af vingtäckfjädrarne, och, i anseende till inre anatomiska kännetecken, uti beskaffenheten af *carotides communes*. En del af dem, t. ex. de Gamartade Roffoglarne, förete äfven, i anseende till formen, mycken analogi med en del af de båda nämnda ordningarne. Man jemföre t. ex. en Condor med en Kalkon. Ett system, som ställer de smutsiga Gamarne högst, synes oss icke vittna om en riktig uppfattning af fogelnaturen.

Om man ser bort från flygten, som för nästan alla foglar är gemensam, och betraktar foglarne med hänseende till de öfriga sätt att

röra sig, hvartill de företrädesvis blifvit bestämde, och för hvilka deras byggnad derföre är lämpad, så finner man lätt, att dessa kunna sammanfattas uti trenne olika slag: 1, att simma på vattnet; 2, att springa på marken; och 3, att klättra och hoppa på trädens grenar [1]). I öfverensstämmelse dermed förete de bakre extremiteterne, eller benen 3:ne olika former. Detta föranleder oss att indela foglarnes klass uti 3:ne primära grupper, eller underklasser: 1, *Natatores;* 2, *Cursores;* 3, *Insessores.* De, som höra till den 3:dje gruppen, röra sig i allmänhet mera med tillhjelp af sina vingar än de andre, när man undantager några former af *Natatores*, samt uttrycka i allmänhet en högre utveckling af fogeltypen. Denna grupp företer derföre också en mycket öfvervägande rikedom på former. *Natatores* omfattar ungef. 550, *Cursores* 900, och *Insessores* 6,900 arter (Bonap.).

Uti den citerade afhandlingen har Nitzsch äfven indelat foglarnes klass uti 3:ne grupper: *Aves aëreae*, *Aves terrestres*, och *Aves aquaticae*, hvilka i omvänd ordning motsvara de 3:ne af oss uppställda grupperna, men han afviker från oss deruti, att han räknar de Dufartade foglarne till *terrestres*, och Vadfoglarne till *aquaticae*, samt ställer Strutsfoglarne såsom en afskild grupp gent emot de andra 3:ne.

Mellan beskaffenheten af de öfre vingtäckfjädrarne och af *carotides communes* är, så långt erfarenheten hittills sträckt sig, en serdeles anmärkningsvärd öfverensstämmelse, som gifver en ökad vigt åt båda dessa ännu i allmänhet föga påaktade kännetecken. Alla de foglar, som hafva de stora öfre täckfjädrarne på cubitus så korta, att de icke räcka ut öfver armpennornas midt, och der dessa täckfjädrar derjemte blott bilda en enkel rad, hafva blott en *carotis communis*, nemligen *sinistra.* De foglar, hos hvilka de nämnda täckfjädrarne bilda flere rader och räcka ut öfver armpennornas midt, hafva deremot merendels 2:ne *carotides communes:* en *dextra* och en *sinistra.* Undantag härifrån göra endast *Cypselus*, *Trochilus*, *Merops*, någon eller några få arter af *Psittacus*, *Rhea*, *Phoenicopterus* och *Podiceps*, som, ehuru hörande till den sednare kategorien i afseende på vingtäckfjädrarne, dock endast hafva en *carotis communis.* Hos *Phoenicopterus* är denna en *dextra.* Vi tveka derföre icke att anse dessa båda kännetecken för att vara bland de aldra vigtigaste för bedömandet af foglarnes affinitet, och att de med full säkerhet ådagalägga, att Roffoglarne icke hafva sin plats i början eller slutet af systemet.

---

1) Det 2:dra slaget visar sig såsom ett öfvergångsstadium mellan det 1:sta och 3:dje.

Af de 12 ordningar, hvari vi indelat fogelklassen, omfattar en, *Syndactyli*, åtskilliga foglar, som vi till en början ansågo böra räknas till *Passeres*, på grund af deras betydliga formöfverensstämmelse med dessa sednare. Då de likväl afvika från dem i anseende till de öfre vingtäckfjädrarne och baktåns klo, och stundom äfven i anseende till *carotides communes*, anse vi dock, att man bör betrakta dem såsom tillhörande en annan ordning. Af Sundevall [1]), äfvensom af Nitzsch, hafva de blifvit skilda från *Passeres*, och den förre har uppställt dem under ordningen *Coccyges*, hvilken, enligt honom, utom dessa omfattar *Zygodactyli* och *Columbae*. Från *Zygodactyli* äro de emellertid skiljaktiga genom beskaffenheten af sina fötter, och kunna icke uppställas under denna ordning, utan att beröfva den sitt mest utmärkande kännetecken. De synas således åstadkomma oreda, om de uppställas inom någon af de båda ordningarne *Passeres* och *Zygodactyli;* och vi hafva derföre ansett oss göra rättast uti att uppställa dem såsom en egen ordning: *Syndactyli*, hvilket namn af Cuvier blifvit gifvet åt en familj, omfattande en del af de dithörande formerne. Så skiljaktiga de än synas vara från såväl Dufvor och Roffoglar som från de Partåade, så är det dock mycket svårt, att för dem kunna finna något kännetecken, som skarpt och tydligt skiljer dem från alla tre de nämnda ordningarne; och vi hafva för schemat mást använda ett kännetecken, som icke tillkommer dem alla, ehuru de flesta äga det. De visa sig såsom en öfvergångsgrupp mellan *Accipitres*, *Zygodactyli* och *Passeres*.

Ordningen *Longipennes* har i allmänhet haft en mycket ombytlig plats i systemet, än främst bland simfoglarne, och än efterst. När simfoglarne, på grund af näbbformen, uppställas i 2:ne skilda grupper, såsom här, bestämmer deras plats sig sjelf, enligt hvad schemat visar, då man naturligtvis måste börja med *Pygopodes*. Till dessa sluta sig också *Longipennes* helt naturligt med slägtena *Puffinus* och *Halodroma*. Hos *Puffinus* är *patella* fastvuxen vid *tibia*, liksom hos *Colymbus* och *Podiceps*, och tarserne äro hoptryckte, liksom deras. Slägtena *Phalacrocorax* och *Mergus* bilda öfvergången mellan *Steganopodes* och *Lamellirostres*.

1) Kongl. Vetensk. Akad:s Handl. 1843, p. 375 et 376.

## 3. System.

### 1:sta Afdelningen eller Underklassen:

### NATATORES, Illiger; Sundevall.

Öfre delen af underbenet *(crus)* icke fri, utan indragen inom den hud, som betäcker kroppen [1]). Baktåns fäste ofvan framtårnas, och stundom saknas baktån. Benen korta, och framtårna — stundom äfven baktån — förenade genom simhud. Hos alla bilda de öfre stora täckfjädrarne på underarmen flera rader, och räcka utom armpennornes midt. Med undantag af *Podiceps* hafva alla, såvidt man känner, 2:ne *carotides communes*.

### 1:sta Gruppen: SIMPLICIROSTRES.

Näbben icke försedd med lameller. — Sammansatt monogama [2]). *Altrices*, d. v. s. bära föda till ungarne.

### 1:sta Ordningen: PYGOPODES, Illiger.

Benen sitta långt tillbaka, och baktån är, då den finnes, fri. Vingarne korta, och räcka knappt till stjertens bas. Stjerten kort eller ingen. — Tunga och klumpiga foglar, som dyka förträfligt, men gå dåligt eller icke.

*Anm.* Denna ordning innehåller de för *Natatores* typiska formerna.

### 2:dra Ordningen: LONGIPENNES, Duméril.

Benen sitta icke långt tillbaka, och baktån, då den finnes, är fri. Vingarne långa, och räcka mer eller mindre långt utom stjertens bas. — De äro i allmänhet lätta foglar, och ligga, simmande, grundt i vattnet, och kunna, med få undantag, icke dyka, utan då de ur luften störta sig ned i vattnet, hvilken sednare förmåga en stor del äga. De hafva i allmänhet en utmärkt flygförmåga.

---

1) Härifrån lära en del af *Longipennes* göra undantag.

2) Båda makarne rufva äggen, vårda ungarne, och bära föda till dem.

### 3:dje Ordningen: STEGANOPODES, Illiger.

Baktån genom simhud förenad med innertån, och dess fäste föga upphöjdt öfver framtårnas. Vingarne och stjerten temligen stora, de förra stundom spetsiga och stundom trubbiga. — En del af dessa foglar äro pelagiska och hafva en utmärkt flygförmåga, samt äro störtdykare; andra flyga dåligt, men dyka och simma förträffligt. Baktåns läge gör, att en del af dem stundom sitta på trädens grenar, samt der hafva sitt bo.

## 2:dra Gruppen: LAMELLIROSTRES.

Näbben försedd med lameller, — Merendels enkelt monogama [1]). *Praecoces*, d. v. s. bära icke föda till ungarne.

### 4:de Ordningen: LAMELLIROSTRES, Cuvier.

Öfverkäkens spets med så kallad näbbnagel; näbben för öfrigt betäckt af en mjuk hud. Baktån fri. Kroppen i allmänhet mer eller mindre tjock och tung. — Flygförmågan medelmåttig, stundom under medelmåttan. De som flyga bäst, kunna föga eller icke dyka; de andra ligga, simmande, djupt i vattnet, och dyka förträffligt. En del af de förra äro temligen snabba gångfoglar, och närma sig derigenom till den

# 2:dra Afdelningen eller Underklassen:

## CURSORES, Illiger; Sundevall.

Hela underbenet *(crus)* jemte nedre delen af låret *(femur)* fria. Baktåns fäste ofvan framtårnas [2]), och stundom saknas baktån. Om framtårna äro förenade genom hud, äro de detta, med högst få undantag, endast vid basen. De stora öfre täckfjädrarne på underarmen bilda flera rader, och räcka utom armpennornes midt. Med undantag af *Rhea* och *Phoenicopterus*, hafva de, så vidt man vet, 2:ne *carotides communes.*

1) Blott honan vårdar ungarne.

2) Härifrån göra de flesta af *Ardeidae* undantag; och dessa sitta, och bygga ofta i träd.

## 5:te Ordningen: GRALLAE, Linné.

Benen höga, och nedre delen af underbenet obefjädrad [1]). Vingarne tjenlige till flygt. Bröstbenet med kam. — Gå och löpa i allmänhet med lätthet eller snabbhet, samt hålla sig vanligtvis på fuktiga ställen, vid träsk, eller vid stränderna af större eller mindre vatten. Större delen flyga snabbt och lätt, en del flyga dåligt. Lefva merendels i den medlersta ("mittlere" Faber) monogamien [2]). *Praecoces.* En stor del af *Ardeidae* äro *Altrices.*

## 6:te Ordningen: BREVIPENNES, Duméril.

Vingarne mer eller mindre rudimentära, och otjenliga till flygt. Bröstbenet utan kam. — Ett ringa antal stora foglar, som löpa snabbt, och kunna betraktas såsom typiska för hela gruppen. Deras byggnad visar en stark tendens åt däggdjurens. En del lära lefva i den medlersta monogamien, andra i enkel monogami, och andra åter i polygyni. *Praecoces.*

## 7:de Ordningen: GALLINAE, Linné.

Benen af medelmåttig höjd, och hela underbenet befjädradt [3]). Vingarne tjenliga till flygt, men i allmänhet temligen korta, och trubbiga, samt mer eller mindre böjda. — De löpa snabbt, men tröttna snart att flyga, och bruka dölja sig bland stenar, buskar, gräs o. d. En del lefva i polygami, men flertalet lefva i den medlersta monogamien. *Praecoces.*

# 3:dje Afdelningen eller Underklassen:

## INSESSORES, Vigors; Bonaparte.

Hela underbenet jemte nedre delen af låret fria. Fjäderbetäckningen sträcker sig i allmänhet åtminstone till tarsalleden [4]). Baktåns fäste i samma plan, som framtårnas [5]), och den är mycket sällan saknad.

---

1) Härifrån gör slägtet *Scolopax* undantag.

2) Båda makarne vårda ungarne, men bära icke föda till dem, utan låta dem sjelfve under deras ledning söka sin föda.

3) Härifrån gör slägtet *Ortyxelos*, Vieill. undantag.

4) Härifrån gör *Didunculus* eller *Pleiodus* undantag, som har nedra delen af underbenet naken.

5) Härifrån göra *Cathartini* undantag.

## 8:de Ordningen: PULLASTRAE, Sundevall.

Näbben vid basen icke täckt af någon vaxhud, men der merendels naken, eller med en uppsväld hud vid näsborrarne. Öfverkäkens spets kullrig, men högst sällan nedböjd under form af hake. Trenne tår framåt riktade, samt icke sammanvuxne. De stora öfre täckfjädrarne på underarmen bilda flera rader, samt räcka utom armpennornes midt. 2:ne *carotides communes*. — Större delen hafva snabb flygt; de andra flyga sämre, men dessa springa snabbt. Större delen lefva i sammansatt monogami, några i den medlersta eller enkla monogamien (*Penelope*), och några få i polygyni (*Crax*). De fleste äro *Altrices*, de andra *Praecoces*.

*Anm.* Denna ordning visar sig tydligen vara en öfvergångsgrupp mellan *Cursores* och *Insessores*. *Talegallinae*, *Penelopidae* och *Didunculidae* förete någon tendens åt *Accipitres*.

## 9:de Ordningen: ACCIPITRES, Linné.

Näbben vid basen täckt af vaxhud *(cera)*, mot spetsen kullrig, och öfverkäkens spets nedböjd under form af hake. Benen starka, med 3:ne framtår, som icke äro sammanvuxne, och som jemte baktån äro väpnade med starka, krökta klor. Vingarne stora, med de stora öfre täckfjädrarne på underarmen bildande flera rader och räckande utom pennornes midt. 2:ne *carotides communes*. — Hafva stark flygförmåga, men dåligt lopp [1]), som icke är hoppande. Sammansatt monogamia. *Altrices*. Födoämnena merendels bestående af vertebrerade djur.

## 10:de Ordningen: SYNDACTYLI, Illiger; Cuvier.

Näbben utan vaxhud, vid basen hård och utan uppsväld hud vid näsborrarne, och af omvexlande form. Framtårne 3:ne, som oftast äro sammanvuxne vid basen, stundom der äro förenade genom hud, och sällan äro fria. Stundom är baktån vändbar. Baktåns klo mindre än klon på den medlersta framtån (Sundev.). De stora täckfjädrarne på underarmen bilda flera rader, och räcka utom armpennornes midt. En del — *Caprimulgus*, *Coracias*, *Alcedo* — hafva 2:ne *carotides communes*, och en del — *Cypselus*, *Trochilus*, *Merops* — hafva blott

1) Härifrån gör *Gypogeranus* undantag.

en sådan. Förhållandet med *carotides* hos *Buceros* är okändt. — En del hafva utmärkt, och andra mindre god flygförmåga. Benen hos de fleste korta, och mindre tjenlige till gång. Sammansatt monogama. *Altrices.*

*Anm.* En polymorphisk grupp, som företer tendens både åt *Accipitres*, *Zygodactyli* och *Passeres.*

## 11:te Ordningen: ZYGODACTYLI, Vieillot.

2:ne framtår, och 2:ne baktår; eller också någon gång 2:ne framtår och 1 baktå [1]), eller 3:ne framtår, af hvilka den yttre är vändbar. Klorna hoptryckte. Med undantag af *Picidae* och *Bucconidae*, bilda de stora öfre täckfjädrarne på underarmen flera rader och räcka utom armpennornes midt. En del hafva 2:ne *carotides communes*, och andra — *Picus*, *Ramphastos*, *Cacatua* — endast en sådan. — Flygförmågan icke utmärkt. De gå i allmänhet dåligt på marken, men en stor del klättra eller klänga med behändighet på trädens stammar och grenar. Sammansatt monogama. *Altrices.*

## 12:te Ordningen: PASSERES, Linné; Sundevall.

3:ne framtår och 1 baktå, och den yttre framtån merendels vid basen sammanvuxen med den medlersta. Baktåns klo lika stor, som den medlersta framtåns, och dess långa böjmuskel skild från den muskel, som böjer framtårnas kloled (Sundev.). De stora öfre täckfjädrarne på underarmen bilda blott en rad, och räcka icke utom armpennornes midt Sundev. Så vidt kändt är, blott en *carotis communis*, eller *truncus caroticus impar*, hvilken utgår från den venstra *arteria subclavia.* — Lifliga och rörliga foglar, som både hafva snabb, och stundom utmärkt flygt, samt med lätthet kunna röra sig både på marken och på trädens grenar. På marken röra de sig merendels med hoppande, sällan med lopp. En del hafva en serskild sångmuskelapparat å *larynx inferior*, samt en mer eller mindre utmärkt sång. Sammansatt monogama. *Altrices.*

*Anm.* Denna ordning omfattar de för gruppen *Insessores* typiska formerna, samt de i allmänhet högst utbildade foglarne.

1) I så fall saknas tummen eller den egentliga baktån, som motsvarar den inre baktån hos de andre, med undantag af *Trogonidae.*

Uti de här meddelade tablåerne hafva vi sökt använda de vigtigaste och derjemte mest bestämda och tydliga kännetecken, men hafva dervid, såsom andra, stundom fått erfara svårigheten att kunna finna sådane för de mindre grupperne, eller familjerne och underfamiljerne inom de högre ordningarne. En stor del af dessa kännetecken äro hemtade från Sundevall, och, beträffande *Passeres*, en del från Cabanis. Deras användbarhet har naturligtvis först blifvit pröfvad. Vid fästadt afseende på den nämnda svårigheten finner man lätt, att man icke alltid efter sådane tablåer kan behörigen bestämma en ifrågavarande forms plats i systemet, då dertill kan behöfvas en utförligare beskrifning. De här meddelade tablåerne göra derföre icke anspråk på att kunna tjena såsom ett ofelbart medel för formernas hänförande till sina respektive familjer och underfamiljer, utan endast på att antyda en del af de vigtigare kännetecken, som ligga till grund för de uppställda grupperne, samt att meddela en lätt öfversigt af dessa grupper. En dylik tablå visar oss lättast, hvilka kännetecken äro gemensamma, och hvilka icke äro det.

Då en stor del af de exotiska slägtformerne af oss icke äro närmare kände, så vilja vi icke påstå, att alla slägten kunna uppställas under de här karakteriserade 63 familjerne och 138 underfamiljerne, och att inga andra familjer eller underfamiljer behöfva uppställas, men våga dock hoppas, att en stor del af slägtena dervid blifvit behörigen afsedda. Vi få nämna, att de svårigheter, som uppstått för begränsningen af familjerne *Corvidae*, *Paridae* och *Sylvidae* bland *Passeres*, vållat, att vi åt dessa gifvit en omfattning, som möjligen är vidsträcktare, än den bordt vara. *Epimachini* och *Paradiseini* tyckas tillsamman böra bilda en serskild familj, men vi hafva icke lyckats finna några bestämda, för dem gemensamma kännetecken, som skilja dem från *Corvidae*. Fam. *Corvidae* motsvarar "*cohors Corviformes*" hos Sundevall (Svenska foglarne). *Troglodytinae* omfatta former af både *Troglodytinae* och *Timalinae*, Cabanis, med uteslutande af en del med inskuret näbb. De andra af *Liotrichidae*, Cabanis, räknas till *Sylvidae*, och der dels till *Lanini*, och dels till *Sylvini*. Den af Cabanis uppställda fam. *Brachypodidae* synes äfven, åtminstone till stor del, böra öfvergå i den sistnämnda underfamiljen *(Sylvini)*, som, då den derjemte omfattar *Sylviadae*, Cabanis, är mycket rik, och räknar omkring 500 arter, eller något flera. Till *Sylvicolini*, räkna vi äfven *Vireoninae*, Cabanis.

**AVES.**

Öfre delen af underbenet . .

- icke fri, utan indragen inom den hud, som betäcker kroppen. Framtårna förenade genom simhud. . . . . — 1:sta Underklassen: *Natatores*, Illig.
  - Näbben . . . . .
    - icke försedd med lameller. . . — 1:sta Gruppen: *Simplicirostres*.
      - Baktån . . .
        - då den finnes, fri. Vingarne . . .
          - korta, och räcka knappt till stjertens bas. Benen sitta långt tillbaka. . . . . — 1. *Pygopodes*, Illig.
          - långa, räcka öfver stjertens bas. Benen med vanligt läge. . . . . — 2. *Longipennes*, Dumér.
        - genom simhud förenad med innertån. . . . — 3. *Steganopodes*, Illig.
    - försedd med lameller. . . . . — 2:dra Gruppen: *Lamellirostres*. . . . . — 4. *Lamellirostres*, Cuvier
- fri, jemte nedre delen af låret. Baktåns fäste.
  - ofvan framtårnas . . . . . — 2:dra Underklassen: *Cursores*, Illig.
    - Nedre delen af underbenet . . .
      - obefjädrad. Benen höga. Baktån saknas stundom. Vingarne . . . . . .
        - tjenlige till flygt. Bröstbenet med kam. . . . . — 5. *Grallae*, Linné.
        - mer eller mindre rudimentära, och otjenlige till flygt. Bröstbenet utan kam. . . . . — 6. *Brevipennes*, Dumér.
      - befjädrad. Benen af medelmåttig höjd. Baktån saknas sällan. . . . . — 7. *Gallinae*, Linné.
  - i samma plan, som framtårnes. Baktån saknas mycket sällan. . . — 3:dje Underklassen: *Insessores*, Vigors. De stora öfre täckfjädrarne på underarmen
    - bilda, med få undantag, flera rader, och räcka utom armpennornes midt. Baktåns långa böjmuskel sammanbunden med den muskel, som böjer de andra tårnas kloled.
      - Af tårna . . .
        - 3:ne riktade framåt, och 1 bakåt. Framtårna
          - icke vid basen sammanvuxne. Näbben . .
            - icke vid basen täckt af någon vaxhud, men der merendels naken, eller med en uppsvälld hud vid näsborrarne. . . . . — 8. *Pullastrae*, Sundev.
            - vid basen täckt af en vaxhud, och öfverkäkens spets nedböjd under form af en hake. . . — 9. *Accipitres*, Linné.
          - oftast vid basen sammanvuxne, och baktåns klo mindre än den medlersta framtåns. Näbben utan vaxhud, och vid basen hård . . — 10. *Syndactyli*, Illig.
        - 2:ne riktade framåt, och 2:ne bakåt, eller sällan 3:ne riktade framåt, och den yttre vändbar. . . . . — 11. *Zygodactyli*, Vicill.
    - bilda blott en enkel rad, och räcka icke utom armpennornes midt. Baktåns klo icke mindre än medlersta framtåns, och dess långa böjmuskel skild från den muskel, som böjer framtårnas kloled. . . . . — 12. *Passeres*, Lin. Sundev

Ordningar:

Familjer:

*Pygopodes.* Vingarne . utan pennor, och utan tumme. . . . . 1. *Aptenodytidae*, Sundev.

med pennor. Baktån . . saknas. . . . . 2. *Alcidae*, Gray.

tillstädes. Framtårna . . förenade genom hel simhud. . 3. *Colymbidae*, Sundev.

skilda, med simflikar . . . . 4. *Podicipidae.*

*Longipennes.* Näsborrarne . . . . . tubformade, och baktån rudimentär, eller ingen. . . . . 5. *Procellaridae*, Sundev.

af vanlig beskaffenhet. . . . . 6. *Laridae*, Sundev.

*Steganopodes.* Näbben . . . . . utan hake vid spetsen, och käkkanterne sågtandade. . . . . 7. *Dysporidae*, Sundev.

med en hake vid spetsen. Käkkanterne icke sågtandade. . . . . 8. *Pelecanidae*, Gray.

*Lamellirostres.* Lamellerne å näbben . . . hafva form af sågtänder, som, åtminstone på öfverkäken, äro riktade bakåt. Näbbnageln bildar en hake. . . . . 9. *Mergidae*, Bonap.

hafva icke form af sågtänder. Näbbnageln bildar ingen hake. Näbben är bredare. . . . . 10. *Anatidae*, Gray.

*Grallae.* Vingarne . trubbige, och 2:dra—5:te smällpennorne längst, och armpennorne långa. . . . . 1:sta Gruppen: *Amblypterae.* Vingarne . .

korta, och öfverarmen räcker icke bakom acetabulum. . . 11. *Rallidae*, Sund.

långa, och öfverarmen räcker bakom acetabulum. . . 12. *Ardeidae*, Sund.

spetsige, och 1:sta ell. 2:dra smällpennan längst; stundom 2:dra lika med 3:dje. Armpennorne korta. . . . . 2:dra Gruppen: *Oxypterae.* Näbben . .

lamellerad . . . . . 13. *Pheonicopteridae*, Bon.

mjuk och böjlig, lång och smal, mot spetsen afsmalnande, och utan vinkel vid undre kanten. Tårna längre. . . . . 14. *Scolopacidae*, Bonap.

hård, merendels kort, kortare eller föga längre än hufvudet (1), mot spetsen tjockare, klunsig, och med mer eller mindre tydlig vinkel vid undre kanten. Tårna kortare. Öfverkäkens kanter bakom spetsen . . .

utan inskärning. . . . . 15. *Charadridae*, Bonap.

med ett inskuret hak. . . 16. *Otididae.*

(1) Härifrån gör slägtet *Haematopus* undantag.

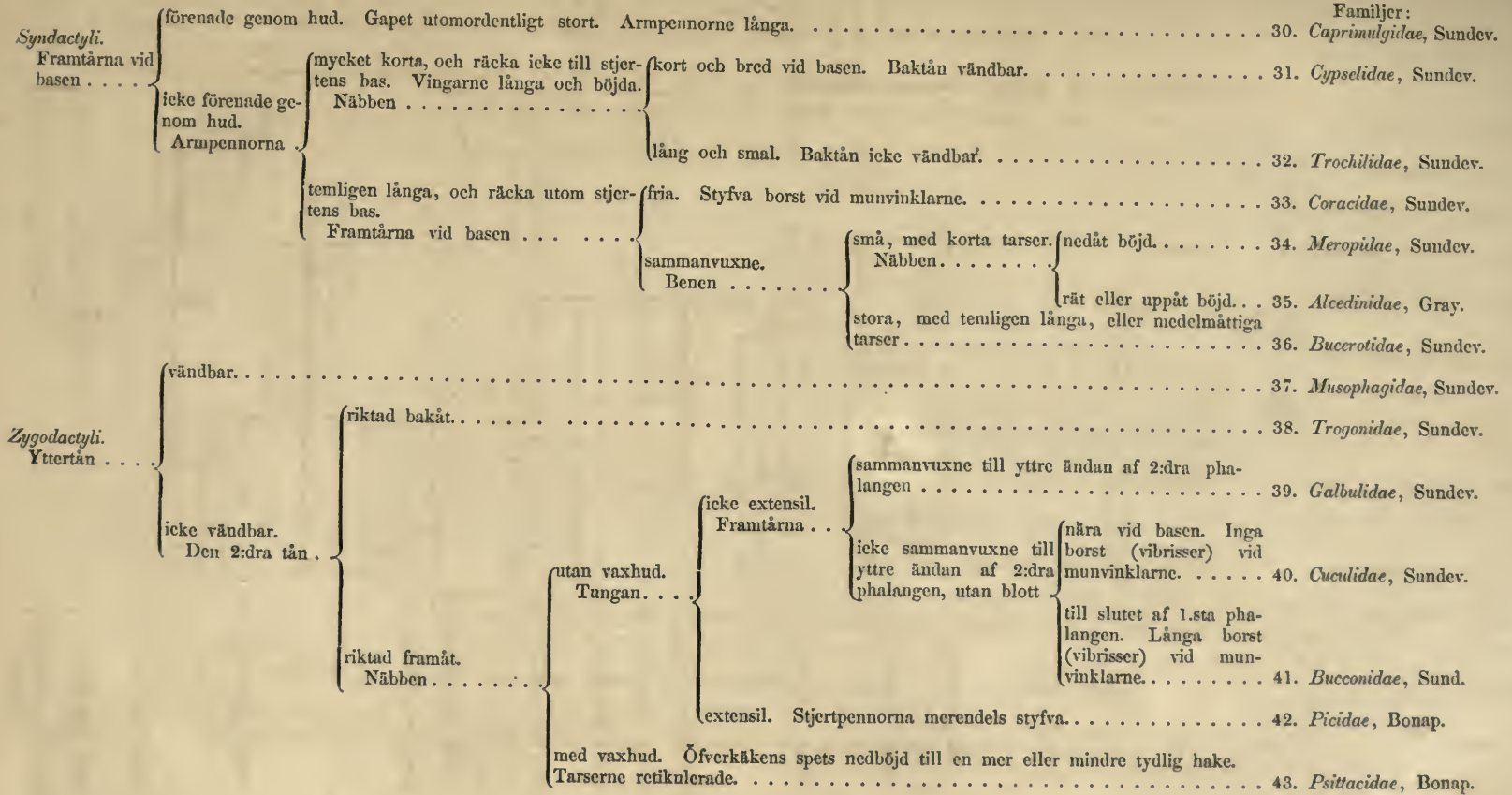
Familjer:

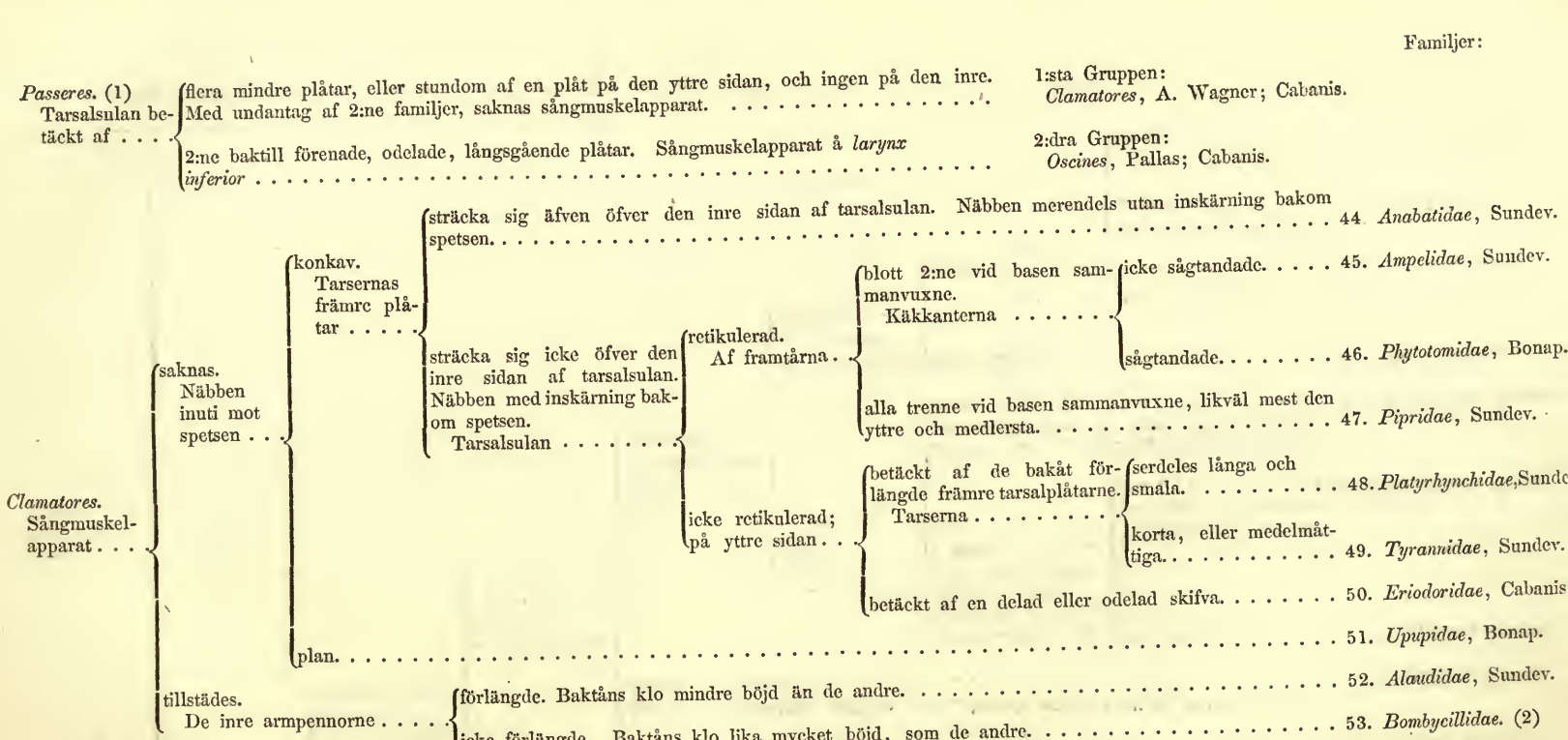
*Brevipennes.* Näsborrarne.
- belägne å vanligt ställe . . . . . 17. *Struthionidae*, Sundev.
- belägne vid den långa näbbens spets . . . . . 18. *Apterygidae*, Gray.

*Gallinae.* Vingarne.
- korta och trubbiga; 1:sta o. 2:dra smällpennorne vanligen kortare än 3:dje. Framtårna vid basen . . . . .
  - skilda. . . . . 19. *Crypturidae*, Sund.
  - mer eller mindre förenade g:m hud. Näbbens öfre kontur framom näsborrarne . . . . .
    - bildar en jemn båge, utan impression. Näbbens bas utan köttig hud. . . . . 20. *Tetraonidae*, Sund.
    - med en impression. Näbbens bas täckt af en köttig hud. . 21. *Phasianidae*, Sund.
- långa och spetsiga. 1:sta eller 2:dra smällpennorna längst. . . . . 22. *Pteroclidae*, Sund.

*Pullastrae.* Framtårna vid basen . . . .
- mer eller mindre förenade genom hud. Klorna . . . . . .
  - föga böjde, och den på baktån icke större än de andre. . . . . 23. *Megapodidae*, Gray.
  - starkt böjde, och den på baktån större än de andre. . . . . 24. *Penelopidae*, Sund.
- skilda. Underkäken . . . .
  - icke tandad. . . . . 25. *Columbidae*, Sundev.
  - tandad. . . . . 26. *Didunculidae*, Bonap.

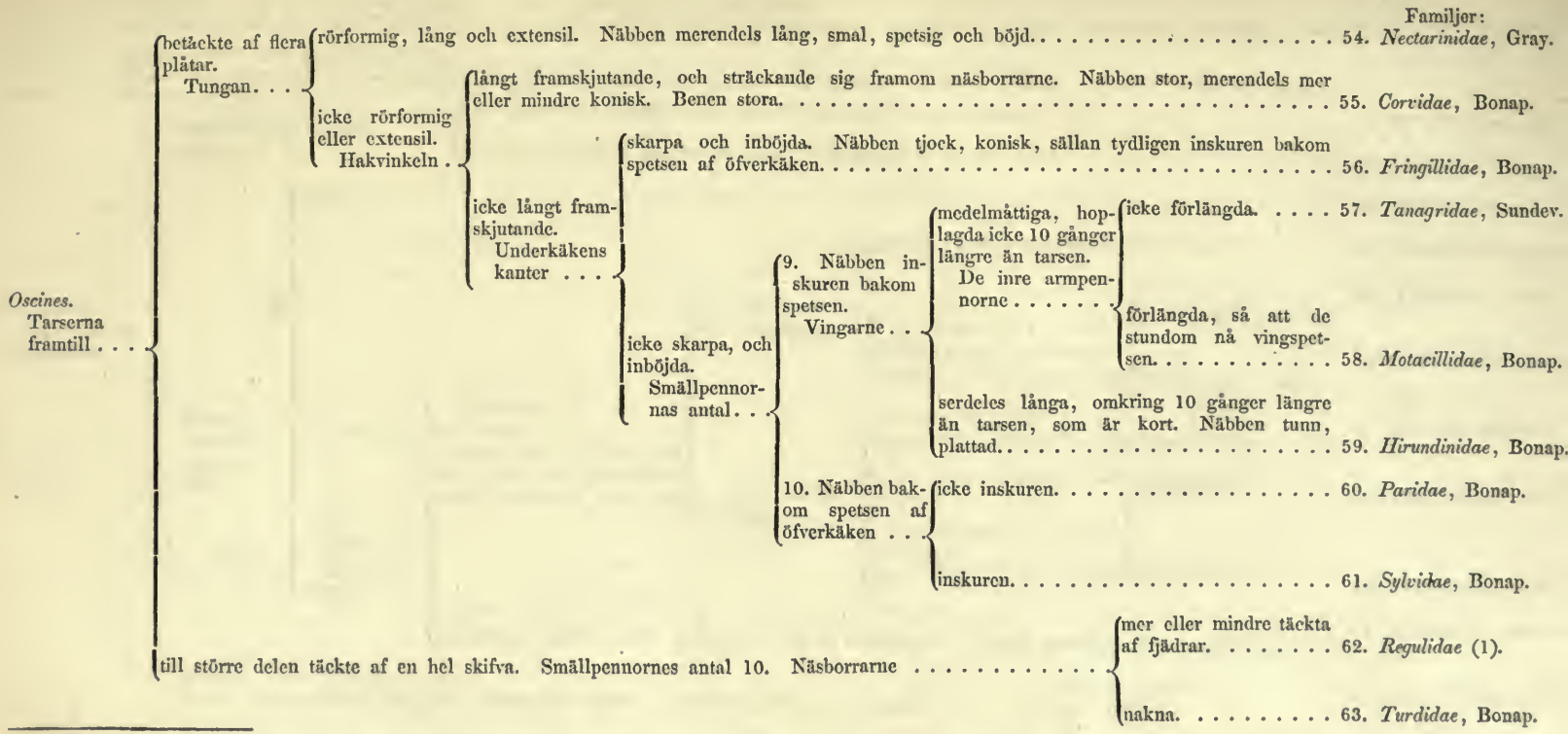
*Accipitres.* Ögonen riktade åt sidan. . . . .
- 1:sta Gruppen: *Diurni.* Baktåns klo.
  - icke större än den på mellantån. Klorna trubbiga. Hufvudet mer eller mindre naket. . . . . 27. *Vulturidae*, Sund.
  - större än den på mellantån. Klorna spetsiga. Hufvudet befjädradt. . . . . 28. *Falconidae*, Sund.
- 2:dra Gruppen: framåt. . . . . *Nocturni.* . . . . . Yttertån vändbar. . . . . 29. *Strigidae*, Sundev.


Familjer:
Syndactyli.
Framtårna vid basen
förenade genom hud. Gapet utomordentligt stort. Armpennorne långa. 30. Caprimulgidae, Sundev.
icke förenade genom hud.
Armpennorna
mycket korta, och räcka icke till stjertens bas. Vingarne långa och böjda.
Näbben
kort och bred vid basen. Baktån vändbar. 31. Cypselidae, Sundev.
lång och smal. Baktån icke vändbar. 32. Trochilidae, Sundev.
temligen långa, och räcka utom stjertens bas.
Framtårna vid basen
fria. Styfva borst vid munvinklarne. 33. Coracidae, Sundev.
sammanvuxne.
Benen
små, med korta tarser.
Näbben
nedåt böjd. 34. Meropidae, Sundev.
rät eller uppåt böjd. 35. Alcedinidae, Gray.
stora, med temligen långa, eller medelmåttiga tarser. 36. Bucerotidae, Sundev.
Zygodactyli.
Yttertån
vändbar. 37. Musophagidae, Sundev.
icke vändbar.
Den 2:dra tån
riktad bakåt. 38. Trogonidae, Sundev.
riktad framåt.
Näbben
utan vaxhud.
Tungan
icke extensil.
Framtårna
sammanvuxne till yttre ändan af 2:dra phalangen 39. Galbulidae, Sundev.
icke sammanvuxne till yttre ändan af 2:dra phalangen, utan blott
nära vid basen. Inga borst (vibrisser) vid munvinklarne. 40. Cuculidae, Sundev.
till slutet af 1.sta phalangen. Långa borst (vibrisser) vid munvinklarne. 41. Bucconidae, Sund.
extensil. Stjertpennorna merendels styfva. 42. Picidae, Bonap.
med vaxhud. Öfverkäkens spets nedböjd till en mer eller mindre tydlig hake.
Tarserne retikulerade. 43. Psittacidae, Bonap.




(1) *Passeres* upptagas här i öfverensstämmelse med den af Sundevall i "Svenska Foglarne" yttrade åsigten. De båda grupperna böra betraktas såsom 2:ne parallela serier.

(2) Oaktadt närvaron af sångmuskelapparat, synes dock denna fåtaliga familj sluta sig närmast till familjen *Ampelidae*, men ställes dock, på grund af nämnde karakter, härstädes såsom en från denna afskild familj.




(1) *Regulidae* tyckas visa mesta frändskapen med *Paridae*, men tarsernas beklädnad skiljer dem tydligen från dessa.

Underfamiljer:

- *Aptenodytidae* . . . . . 1. *Aptenodytini.*
- *Alcidae* . . . . . 2. *Alcini*, Bonap.
- *Colymbidae* . . . . . 3. *Colymbini*, Bonap.
- *Podicipidae* . . . . . 4. *Podicipini*, Gray.
- *Procellaridae* . . . . . 5. *Procellarini*, Bonap.
- *Laridae.* Öfverkäkens spets . . . . .
  - nedböjd till en hake . . . . . 6. *Larini*, Bonap.
  - icke nedböjd till en hake . . . . . 7. *Sternini*, Bonap.
- *Dysporidae* . . . . . 8. *Dysporini.*
- *Pelecanidae* . . . . . 9. *Pelecanini*, Bonap.
- *Mergidae* . . . . . 10. *Mergini*, Bonap.
- *Anatidae.* Baktån . . . .
  - med skinnflik . . . . . 11. *Fuligulini*, Swains.
  - utan skinnflik . . . . . 12. *Anatini*, Swains.
- *Rallidae.* Tarsen framtill betäckt af . . . . . .
  - transversella plåtar. Tårna . . .
    - förenade vid basen genom hud, och dessutom flikiga . . . . . 13. *Fulicinae.*
    - fria. Klorna . . .
      - medelmåttiga, böjda . . . 14. *Rallinae*, Bonap.
      - utomordentligt långa, och räta eller föga böjda . . . . . 15. *Parrinae*, Bonap.
  - sexkantiga fjäll . . . . . 16. *Palamedeinae*, Bonap.
- *Ardeidae.* Öppningen mellan käkbenen och mellankäksbenen, hvari näshålen ligga . . . . .
  - liten, och icke sträckande sig utom näbbens midt. Baktån . . .
    - i samma plan, som framtårna . . . . . 17. *Ardeinae*, Bonap.
    - mer eller mindre uppböjd öfver framtårnas plan. Näbben . . .
      - spetsig, svärdformig, eller någon gång platt, föga böjd, eller rät . . . . . 18. *Ciconinae*, Bonap.
      - trubbig, trindlagd, mot spetsen mer eller mindre hoptryckt och nedåtböjd . . . . . 19. *Tantalinae*, Bonap.
  - stor, och sträckande sig utom näbbens midt. Öfverkäken . . . . . .
    - icke hvälfd mot spetsen, och af samma längd, som den undre . . . . . 20. *Gruinae*, Bonap.
    - mot spetsen hvälfd, och längre än den undre . . . 21. *Psophinae*, Gray.
- *Phoenicopteridae* . . . . . 22. *Phoenicopterinae*, Bonap.

Underfamiljer:

*Scolopacidae.*
Ögonen . . .
- af vanlig storlek och läge. Benen och halsen . . .
  - långa. Tarsen merendels (1) längre än $^1/_4$ af den hoplagda vingen. Framtårna mer eller mindre förenade genom hud. Benen . . . . . .
    - mycket långa. Tarsen längre än $^1/_3$ af hoplagda vingen. Baktån mycket liten eller saknas. . . . . 23. *Recurvirostrinae*, Bonap.
    - långa. Tarsen icke, eller knappt mera än $^1/_3$ af hoplagda vingens längd. Baktån räcker marken. . . . . 24. *Totaninae*, Gray.
  - af medelmåttig längd. Tarsen icke $^1/_4$ af den hoplagda vingens längd. Framtårna . . . . .
    - med simflikar. . . . . 25. *Phalaropodinae*, Bonap.
    - utan simflikar. . . . . 26. *Tringinae*, Bonap.
- ovanligt stora, och belägna nära hjessan. Orbitae slutna. Näbben betydligt längre än tarsen. . . . . 27. *Scolopacinae*, Bonap.

*Charadridae.*
Tårna . . .
- breda, bredt kantade, och vid basen förenade. Näbben längre än tarsen. . . . . 28. *Haematopodinae*, Bonap.
- smala, icke eller föga kantade. Näbben icke längre än tarsen. Munnen . . . . . .
  - liten, och icke klufven bakom näbbens bas. . . . . 29. *Charadrinae*, Gray.
  - större, och klufven bakom näbbens bas. Baktån . . .
    - saknas. . . . . 30. *Cursorinae*, Gray.
    - tillstädes. . . . . 31. *Glareolinae*, Bonap.

*Otididae.* . . . . . 32. *Otidinae*, Bonap.

*Struthionidae.* . . . . . 33. *Struthionini*, Bonap.

*Apterygidae.* . . . . . 34. *Apterygini*, Gray.

*Crypturidae.*
Näbben . . .
- mot basen något plattad, och knappt hoptryckt mot spetsen. Stjerten ytterst kort, dold eller saknad. Baktån merendels tillstädes. . . . . 35. *Tinaminae*, Gray.
- hoptryckt, isynnerhet mot spetsen. Stjerten mer eller mindre tydlig. Baktån saknas. . . . . 36. *Turnicinae*, Gray.

*Tetraonidae.*
Tarserna . . .
- nakna. Huden vid näsborrarne naken. . . . . 37. *Perdicinae*, Bonap.
- mer eller mindre befjädrade. Huden vid näsborrarne befjädrad. 38. *Tetraoninae*, Bonap.

*Phasianidae.*
Stjerten . . . .
- utbredd, icke hoptryckt; . . .
  - kort, och till stor del dold af täckfjädrarne. . 39. *Numidinae*, Bonap.
  - mer eller mindre lång, och till större delen synlig. Hufvudet och halsen . . . .
    - till dels utan fjädrar. . . . . 40. *Meleagrinae*, Gray.
    - fjäderbetäckta. . . 41. *Pavoninae*, Bonap.
- mer eller mindre hoptryckt och vertikal. . . . . 42. *Phasianinae*, Bonap.

(1) Härifrån göra slägt. *Tringoides* och *Terekia*, samt *Limosa rufa* undantag.

Underfamiljer:

*Pteroclidae.* Tarserna . . .
- fjäderbetäckta. . . . . 43. *Pteroclinae*, Bonap.
- nakna. . . . . 44. *Thinocorinae*, Bonap.

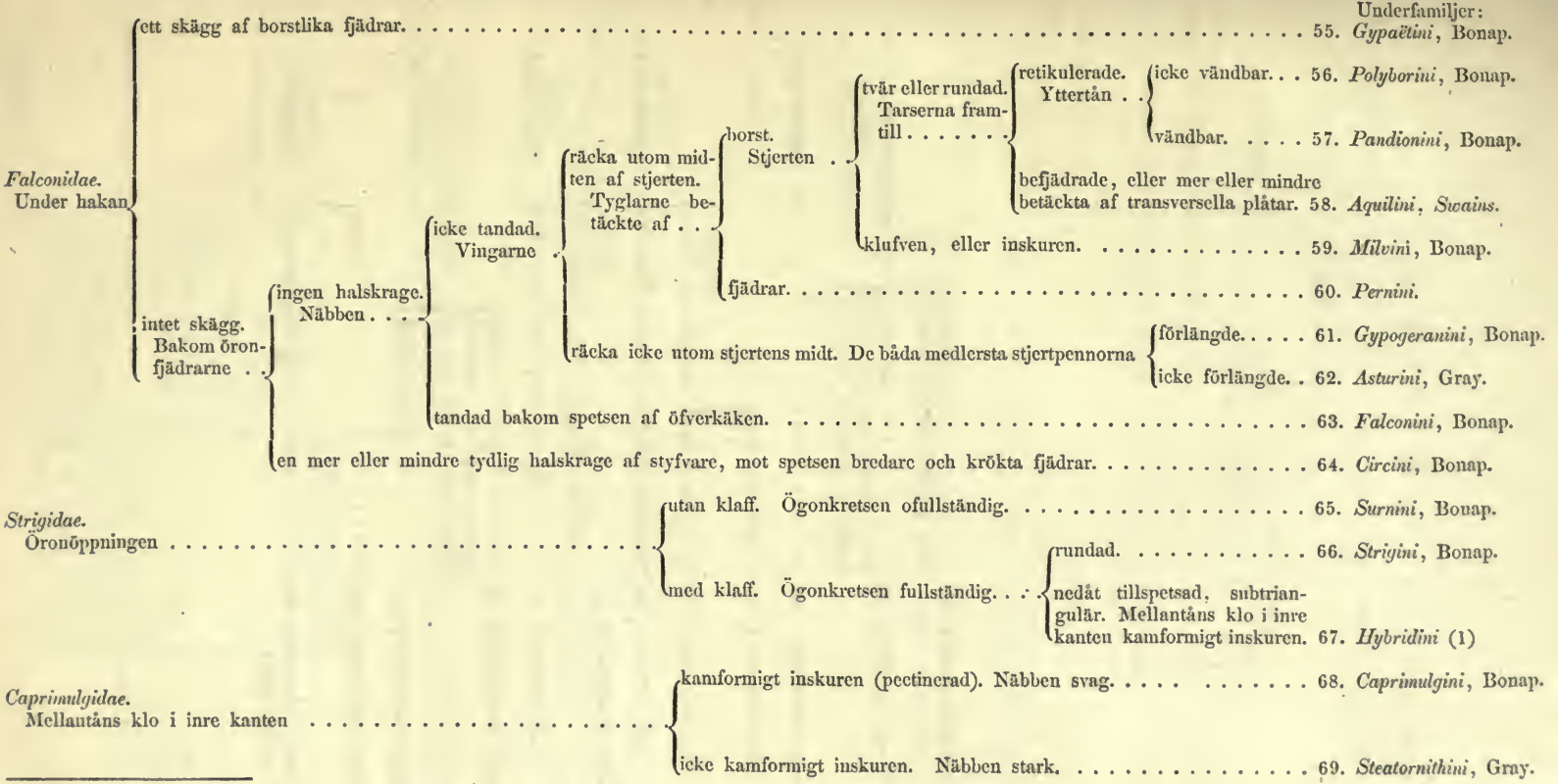
*Megapodidae.* Hufvudet och halsen. . .
- fjäderbetäckta. . . . . 45. *Megapodinae*, Swains.
- till dels nakna, och endast försedda med glesa, hårlika fjädrar. . . . . 46. *Talegallinae*, Bonap.

*Penelopidae.* Näbben . . . .
- hög, kort, från basen kullrig. . . . . 47. *Cracinae*, Gray.
- långsträckt, blott kullrig närmare spetsen. . . . . 48. *Penelopinae*, Bonap.

*Columbidae.* Tarsen . . . .
- lika lång som, eller längre än mellantån. 49. *Gourinae*, Gray.
- kortare än mellantån. Näbben . . . . . 
  - icke tjock. . . . . 50. *Columbinae*, Illig.
  - kort och tjock. . 51. *Treroninae*, Gray.

*Didunculidae.* . . . . . 52. *Didunculinae*, Bonap.

*Vulturidae.* Baktån med dess klo .
- mindre än någon af de främre tårna, och litet upphöjd öfver deras plan. . . . . 53. *Cathartini*, De Lafr.
- ungefär af samma storlek, som innertån. . . . . 54. *Vulturini*, Illig.




(1) Af gen. *Hybris*, Nitzsch. *Strix flammea* är typen för denna grupp.

Underfamiljer:

*Cypselidae*. . . . . 70. *Cypselini*, Bonap.

*Trochilidae*. . . . . 71. *Trochilini*, Bonap.

*Coracidae*. . . . . 72. *Coracini*, Bonap.

*Meropidae.* Näbben . . . tandad. . . . . 73. *Prionitini*, Bonap.

otandad. . . . . 74. *Meropini*, Bonap.

*Alcedinidae.* Näbben vid basen. . hoptryckt. . . . . 75. *Alcedinini*, Bonap.

bred, och icke hoptryckt. . . . . 76. *Halcyonini*, Gray.

*Bucerotidae*. . . . . 77. *Bucerotini*, Bonap.

*Musophagidae.* Baktån . . . . icke vändbar. . . . . 78. *Musophagini*, Swains.

vändbar. . . . . 79. *Colini*, Bonap.

*Trogonidae*. . . . . 80. *Trogonini*, Bonap.

*Galbulidae*. . . . . 81. *Galbulini*, Bonap.

*Cuculidae.* Näsborrarne ligga . . . . uti en fossa, eller fördjupning mellan näsbenen och öfverkäksbenet, och äro mer eller mindre täckta af en hinna, eller plåt.
Stjerten . . . . medelmåttig, grundt inskuren.
Näbben kort och tjock. . . . . 82. *Indicatorini*, Swains.
lång, tillspetsad, eller rundad.
Näbben . . kort, och öfverkäken böjd under större delen af sin längd. . . . . 83. *Cuculini*, Bonap.
lång, rät, och öfverkäken endast böjd nära spetsen. 84. *Saurotherini*, Bonap.

icke uti någon till det yttre märkbar fossa, eller fördjupning mellan näsbenen och öfverkäksbenet, och äro mera eller mindre öppna.
Näbben stor och tjock. . . . . 85. *Phoenicophaeini*, Gray.

*Bucconidae.* Näbben . . . utomordentligt stor, och merendels 2 gånger, eller mera, längre än hufvudet; näsborrarne belägne på dess öfre sida, samt icke omgifne af hud. Inga vibrisser. . . . . 86. *Ramphastini*, Bonap.

icke utomordentligt stor eller 2 gånger längre än hufvudet; och näsborrarne med vanligt läge. Merendels vibrisser. . . . . 87. *Bucconini*, Bonap.

*Picidae.* Stjertpennorne mjuka, rundade. . . . . 88. *Jyngini*, Bonap.

styfva, och mer eller mindre spetsiga. . . . . 89. *Picini*, Swains.

Underfamiljer:

- *Psittacidae.* Tarsen
  - icke längre än den inre framtån utan klo.
    - Ögonen omgifna af en ofullständig krets af mot spetsen borstlika fjädrar. . . . . 90. *Strigopini*, Bonap.
    - Ögonen utan sådan ögonkrets.
      - Tungan liten, smal, cylindrisk. . . . 91. *Microglossini*, Bonap.
      - Tungan bred, köttig och plattad.
        - Stjerten kort, rundad, eller tvär. . . 92. *Psittacini*, Illig.
        - Stjerten mer ell. mindre lång och tillspetsad. . 93. *Arairi*, Gray.
  - längre än den inre framtån utan klo.
    - Klorna korta, och starkt krökta. . . 94. *Platycercini*, Swains.
    - Klorna långa, och föga krökta. . . . 95. *Pezoporini*, Bonap.
- *Anabatidae.* Yttertån
  - ungefär lika lång, som mellantån. . . . . 96. *Dendrocolaptini*, Gray.
  - kortare än mellantån. Baktån längre än hos föregående. . . . . 97. *Anabatini*, Swains.
- *Ampelidae.* Näbben
  - tjock och kullrig, icke hoptryckt. 2:dra smällpennan hos hanen förkrympt. . . . . 98. *Psarini*, Bonap.
  - bred vid basen, och hoptryckt mot spetsen. 2:dra smällpennan icke förkrympt. . . . . 99. *Ampelini*, Swains.
- *Phytotomidae.* . . . . . 100. *Phytotomini*, Swains.
- *Pipridae.* . . . . . 101. *Piprini*, Swains.
- *Platyrhynchidae.* . . . . . 102. *Platyrhynchini.*
- *Tyrannidae.* Näbben
  - stor och tjock, vid basen bredare än hög. . . 103. *Tyrannini*, Swains.
  - medelmåttig, icke bredare än hög. . . . . 104. *Fluvicolini*, Swains.
- *Eriodoridae.* Tarsalsulans yttre sida
  - betäckt af plåtar. Näbben
    - hög, stark och liknande den af Lanius. . . . . 105. *Thamnophilini*, Swains.
    - svagare, och liknande den af Turdus. . . . . 106. *Myiotherini*, Swains.
  - betäckt af en hel skifva. . . . . 107. *Hypocnemidini*, Caban.
- *Upupidae.* Baktåns klo
  - starkt böjd. Ingen tofs. . . . . 108. *Irrisorini.*
  - nästan rät. Tofs. . . . . 109. *Upupini*, Bonap.
- *Alaudidae.* . . . . . 110. *Alaudini*, Bonap.
- *Bombycillidae.* . . . . . 111. *Bombycillini*, Swains.
- *Nectarinidae.* Smällpennornas antal
  - 10. Tungan
    - med penselformad spets. . 112. *Melliphagini*, Bonap.
    - utan penselformad spets. . 113. *Nectarinini*, Gray.
  - 9. . . . . 114. *Dacnidini*, Caban.

Underfamiljer:

- *Corvidae.* Näbben
  - smal, lång och krökt. . . . 115. *Epimachini*, Caban.
  - tjock, kort, eller medelmåttig. Benen
    - mycket stora, och tarserna framtill med otydliga plåtar. . . . 116. *Paradiseini*, Bonap.
    - medelmåttigt stora, och tarserna med tydliga plåtar. Mungiporna
      - räta. Näbben bakom spetsen
        - icke, eller otydligt inskuren. . . . 117. *Corvini*, Bonap.
        - tydligt inskuren. Tarsen
          - längre än mellantån med klo. . 118. *Garrulini*, Swains.
          - icke längre än mellantån med klo. . . . 119. *Oriolini*, Swains.
      - nedstigande. Smällpennornas antal
        - 10. . . . 120. *Sturnini*, Bonap.
        - 9. . . . 121. *Icterini*, Swains.
- *Fringillidae.* Smällpennornas antal . . . .
  - 10. Näbbryggen vid basen inskjutande bland pannfjädrarne. . . . 122. *Ploceini*, Bonap.
  - 9. Gomen
    - utan knöl eller köl. . . . 123. *Fringillini*, Bonap.
    - med en knöl, eller köl; och underkäken oftast större än den öfre. . . . 124. *Emberizini*, Bonap.
- *Tanagridae.* Näbben . . . . .
  - tjock, mer eller mindre konisk, och stundom vid basen utbredd. . . . 125. *Tanagrini*, Bonap.
  - smal och syllik. . . . 126. *Sylvicolini*, Bonap.
- *Motacillidae.* . . . . 127. *Motacillini*, Bonap.
- *Hirundinidae.* . . . . 128. *Hirundinini*, Bonap.
- *Paridae.* Yttertån
  - betydligt längre än innertån. Baktån och dess klo mycket stora. . . . 129. *Certhini*, Bonap.
  - föga eller icke längre än innertån. Näbben
    - kort, konisk. . . . 130. *Parini*, Bonap.
    - långsträckt och mer eller mindre syllik. Vingarne korta och rundade, med 1:sta smällpennan längre än $^1/_2$ af andra. . . . 131. *Troglodytini*, Swains.
- *Sylvidae.* Näbben
  - bred, plattad. Benen små. . . . 132. *Muscicapini*, Bonap.
  - hoptryckt. Benen medelmåttiga eller stora. Näbben
    - stor och stark, med djup inskärning bakom den starkt nedböjda spetsen. 133. *Lanini*, Bonap.
    - medelmåttig, syllik, med grund inskärning. . . . 134. *Sylvini*, Bonap.
- *Regulidae.* . . . . 135. *Regulini*, Bonap.
- *Turdidae.* Vingarne
  - korta, böjda och skålformiga. . . . 136. *Cinclini*, Bonap.
  - af vanlig längd, och icke skålformiga. . . . 137. *Turdini*, Bonap.

## II. Ornithologiska Notiser.

Enligt i bref lemnadt meddelande af Medic. Candidaten A. J. Wetterberg, har en fullväxt hane af *Pelecanus onocrotalus* blifvit skjuten af Sergeanten C. Olsén på hafvet 2:ne mil från Böda hamn på Öland i medlet af sistl. September månad. Exemplaret är uppstoppadt, och förvaras i Herr Wetterbergs fogelsamling. Detta är således andra gången som denna fogelart blifvit anträffad i Sverige. Första gången blef den skjuten i Dalarne. Den har sitt hem i de sydöstra delarne af Europa, i medlersta Asien, samt i norra Afrika.

Under förliden vinter (1859) lemnade flera inländska tidningar den underrättelsen, att af Fjellugglan *(Strix nyctea)* flere eller färre individer under vintren visat sig på sådana trakter uti medlersta och södra Sverige, der den eljest sällan eller aldrig blifvit observerad. Äfven utländska tidningar underrättade oss, att den på samma tid infunnit sig uti sydligare länder. I trakten af Upsala visade den sig ovanligt talrik, och här skjötos under vintrens lopp, likväl mest i början af vintren, åtminstone 20—30 exemplar. Den är en högnordisk fogel, samt en af de landtfoglar, hvars geografiska utbredning sträcker sig längst upp uti polartrakterne, t. ex. norra Grönland, och de nordligaste delarne af Sibirien. När den förekommer i något mindre nordliga trakter, t. ex. i södra Norge, väljer den derföre sitt hem på höjden af de der varande höga fjelltrakterne ofvan skogsregionen, emedan den här finner en med de nordliga polartrakternes öfverensstämmande natur, samt samma födoämnen, som der. Den tillbringar både vintren och sommaren i dessa trakter, om den än under den förra årstiden stundom söker dalarne, och är derföre icke någon egentlig flyttfogel, som hvarje år mot höstens eller vintrens annalkande flyttar åt södern. Det är derföre tydligt, att dess förekomst under förliden vinter i sådan myckenhet både här och i långt sydligare trakter antyder på en af dessa obestämda utvandringar, hvarpå vi hafva andra exempel såväl bland foglarne, som bland däggdjuren och insekterne, och troligtvis äfven inom andra djurklasser. Men ehuru dessa utvandringar äro obestämda i jemförelse med flyttfoglarnes hvarje år på viss tid återkommande vandringar, äro de dock icke så obestämda, att man ju icke dertill kan uppsöka någon annan bestämmande grund, än detta något, som man kallar instinkt. Vi skola derföre försöka att gifva en förklaring öfver denna Fjellugglornas utvandring. Det är nog-

samt bekant, att djurens förmåga att föröka sig är beroende af tillgången på föda, så att de, då de hafva rik tillgång derpå, föröka sig mera än eljest. Detta är visserligen mest märkbart i afseende på de lägre djuren, hvilkas lif är mera vegetativt, men det sträcker sig dock äfven till de högre. Af tidningarne sågo vi, att ett eller ett par år innan Fjellugglornas utvandring inträffade voro i Norrland och Lappland så kallade "Lemmel-år", det vill säga, att Fjell-lemlarne eller Fjell-mössen *(Lemmus norvegicus)* visade sig der i ovanlig myckenhet, och utvandrade från fjellen till de lägre liggande trakterne. Detta var nu förhållandet icke endast på den svenska sidan af Fjellryggen, utan äfven på den norska. Då vi veta, att Fjell-lemlarne utvandra från fjellen, när de der blifvit så talrika, att de, åtminstone till stor del, uppätit den för dem tillgängliga födan, så är det tydligt, att de någon tid innan utvandringen på fjellen skola hafva varit serdeles talrika. Fjell-lemlarne utgöra Fjellugglornas förnämsta föda, och dessa sednare träffas derföre vanligtvis endast på sådane ställen, der de förra, eller andra Lemlar, finnas uti någon mängd. Det är derföre mer än sannolikt, att den nämnda rika tillgången på Lemlar på Fjellryggen har befordrat Fjellugglornas förökning i dessa trakter. Dels hafva derigenom Fjellugglor från andra trakter blifvit ditlockade, och dels hafva de der boende kunnat fortplanta sig starkare än vanligt. Vi få derföre antaga, att Fjellugglorna under de nämnde "Lemmel-åren" varit ovanligt talrika på Fjellryggen. Då Fjell-lemlarne utvandrat och försvunnit från fjellen, hafva Fjellugglorna blifvit nödsakade att äfven utvandra; och till en början ledsagande de förra på deras tåg, hafva de sedermera, sedan desse, såsom vanligt, förgåtts, drifne af den vaknande migrationsdriften samt af behofvet att söka föda, fortsatt vandringen mot söder. Der de hafva funnit tillräcklig föda, samt sådane localiteter, som i viss mån öfverensstämde med deras hembygd, nemligen kala och öppna fält, här och der med större stenar samt en och annan klippa, hafva de stannat för längre eller kortare tid. — Af de 26 à 27 exemplar, som erhöllos till härvarande Universitets Zoologiska Museum, voro endast 3:ne stycken gamla, och af de andra yngre exemplaren voro endast 3:ne hanar. Det vida största antalet voro således yngre honor. Häraf skulle man kunna sluta, att de äldre individerne af Fjellugglan, liksom af somliga andra foglar, t. ex. Kungsörnen och Dufhöken, icke hafva samma benägenhet att utvandra, som de yngre, och att af dessa sednare hanarne äro mera stationära än honorna; och då nästan alla de här erhållne yngre tycktes vara årsungar, och somlige ännu t. o. m. hade qvar lemningar af dun-

drägten, att de förökat sig på mycket kort tid, samt troligtvis haft flera kullar på ett år. En sådan skiljaktighet uti benägenheten att utvandra mellan hanar och honor finna vi äfven hos en del andra foglar. Så får man t. ex. stundom under vintren se hanar af Bofinken, som hos oss qvarstannat, under det att honorna allmänt flyttat bort åt södern. Uti "Natural History of Ireland", vol. I, pag. 248 berättar W. Thompson, att han under kall väderlek i December månad sett mycket stora flockar af denna fogel i norra Irland, och att dessa flockar endast bestodo af honor. Derjemte hade han äfven sett mindre flockar af båda könen. De sednare ansåg han för att vara infödda foglar, men då han icke hade sett några flockar af hanar, ansåg han att de andra stora flockarne, hvilka endast innehöllo honor, hade flyttat till Irland från nordligare trakter, der de qvarlemnat hanarne, emedan flockar endast bestående af hanar, under vintren blifvit observerade i norra Europa. Uti "Naturgeschichte der Vögel Deutschlands", 5:te del. pag. 21 anför Naumann, att de allra flesta i Tyskland öfvervintrande enstaka Bofinkar äro hanar. Dessa iakttagelser öfverensstämma således med våra. Under mildare vintrar hafva vi stundom i Skåne vid Jultiden sett temligen stora flockar, som innehållit både Bofinkar *(Fringilla coelebs)* och Bergfinkar *(Fringilla montifringilla)* af båda könen, men under starkare köld hafva vi der endast observerat enstaka hanar af Bofinken, såvida icke en rikligare tillgång på bokollon hållit de andra qvar. Under våren får man äfven se, att hanarne af denna fogel återvända från södern tidigare än honorna. Vi hafva äfven gjort en iakttagelse rörande Kungsfogeln *(Regulus cristatus)*, som hos oss föranledt den förmodan, att honorna af denna fogel, åtminstone till större delen, under vintren lemna våra trakter, då deremot en stor del hanar stanna qvar. Uti Skandinavisk Fauna omnämnes äfven om denne, att hanarne under våren återvända tidigare från södern, än honorna. Häraf synes det, som om honorna vore mera ömtåliga för köld än hanarne.

Under de sednare åren har Vakteln *(Perdix coturnix)* börjat förekomma i trakten af Upsala. Ett par år efter hvarandra hafva familjer af den med temligen små ungar här blifvit anträffade, så att det är säkert, att den i denna trakten normalt häckar. Då Herr Mesch 1844 lät trycka en förteckning öfver Upsala traktens foglar m. m., hade den ännu icke här blifvit observerad.

Under denna vinter hafva trenne honor af Lappugglan *(Strix lapponica)* blifvit skjutna i en skogstrakt, ej långt från Upsala. Å Universitetets Zoologiska Museum förvaras ett par andra exemplar af

denna fogel, af hvilka det ena blifvit skjutet här i Upland, och det andra på gränsen mellan Upland och Gestrikland.

Berglärkan *(Alauda alpestris)* har ett par gånger erhållits vid Upsala. Under vintren 1856 skjötos ett par exemplar af Philos. Candidaten C. J. A. Thudén, och under denna vinter i Februari månad ett exemplar af Studeranden J. V. H. Stenström.

Då Nötväckan, enligt Carl Hartman, är mycket sällsynt i trakten af Gefle, och icke af C. Lundborg blifvit anträffad i Dalarne, förtjenar det anmärkas, att den är ganska talrik i trakten af Upsala.

Både *Parus palustris*, Nilsson, och *Parus borealis*, De Selys, förekomma i trakten af Upsala, men den sednare är här vida talrikare än den förre. I afseende på lokalerne, der de förekomma, förete de den skiljaktigheten, att *P. borealis* nästan endast anträffas i barrskogarne, och *P. palustris* bland löfträd i närheten till gårdarne och inuti staden, samt stundom bland buskar af barrträd och löfträd. Uti de täta och högväxta barrskogarne hafva vi deremot endast funnit *P. borealis*, men der mycket allmän. Den anmärkta skiljaktigheten uti lätet är fullt konstant, samt mycket märkbar, då man en gång derpå blifvit uppmärksam. Denna skiljaktighet sträcker sig äfven till den slags sång, som de under våren låta höra. De öfriga skiljaktigheterna dem emellan hafva vi äfven funnit konstanta. *P. palustris* företer här fullkomligt samma utseende, som uti Skåne, och visar ingen öfvergång till *P. borealis*. Sedd på afstånd, ser den i allmänhet något mindre ut än den sednare.

Den 13 sistl. April skjöts här en hona af *Falco aeruginosus*.

Svarta Tärnan *(Sterna nigra)* förekommer numera icke vid Ultuna, men jag har en gång observerat den vid ett litet skär i Mälalarn. Den tyckes emellertid här vara sällsynt.

Under den stränga vintern 1855 fångades nära Upsala uti en räfsax ett yngre exemplar af *Larus glaucus*. Den hade i magen ett stycke af ett stort oxben. Vid samma tid blef en yngre hane af *Fuligula Stelleri* skjuten härstädes.

Slutligen får jag meddela några ornithologiska iakttagelser under en resa till Norge 1858.

Under en exkursion vid Göteborg observerade jag nära intill staden *Emberiza miliaria*, *Charadrius minor* samt *Sterna nigra*. Den 14 Juni syntes i Bohuslänska Skärgården en flock af *Larus canus*, af hvilka några ännu tycktes hafva qvar en del af ungdrägten, och således troligtvis voro yngre foglar från föregående året. Alla de,

som sedermera observerades vid kusterna af Norge innan ungarne blefvo flygga, voro i fullt utbildad drägt.

Vid staden Bergen i Norge förekom *Sylvia rufa* Lath. (*Sylvia abietina* Nilss.) temligen talrik, ehuru der icke var någon tallskog. Den höll sig i löfträdens kronor jemte *Sylvia trochilus*.

Under en exkursion den 3:dje Juli till ett i närheten till nämnde stad varande fjell observerade jag, att *Fringilla flavirostris* var talrik bland buskarne vid foten af fjellet. Dessa foglar kallades af folket Knötter. Dess ungar voro utflugne. Det oaktadt fann jag på ett ställe en liten skara, som endast tycktes bestå af gamla foglar. Hanarne hade testes mycket uppsvällde, och hos en hona, som hade bart bröst, till tecken att den legat på ägg, fann jag en del temligen stora ägg i äggstocken. Detta tyckes bevisa, att den häckar mera än en gång under samma sommar, och troligen tvenne gånger, liksom Hämplingen. Uti dess mage fann jag endast växtfrön. Hos oss är denna fogel vestlig. Den förekommer häckande vid Norges kusttrakter åtminstone från Bergen (troligen från Lindesnäs) till Finmarken. I Svenska Lappmarkerna har den deremot icke blifvit anträffad af sednare ornithologer. Utom Skandinavien är den äfven vestlig, då den eljest i Europa endast blifvit funnen häckande i England, Skottland och Irland.

Vid ett stenras (*Ur*, på norska) på en temligen högt liggande fjellsida observerade jag under nämnda exkursion en *Accentor modularis*, som tycktes hafva sitt bo bland stenarne. Af *Troglodytes europaeus* observerades ett par exemplar på samma ställe, som *Accentor*.

Emellan Stadt och Christianssund observerades *Ardea cinerea* på flera ställen i skärgården ganska talrik. Den uppgafs häcka på de lodräta bergväggarnes afsatser.

Vid Romsdalen observerades under uppstigandet på en brant bergssida en mängd af *Hirundo urbica*, flygande ofvan skogsgränsen, och man uppgaf, att de hade sina bon på de dervarande lodräta bergväggarne.

Uti de inre fjordarne vid norska kusten observerade jag ingen *Sterna arctica*, utan endast *Sterna hirundo*. Vid yttre hafsbandet var deremot den förra, åtminstone på somlige ställen, talrikast. Så förekom den t. ex. den 9 Augusti i utomordentlig mängd vid Grips fiskläge, som ligger ungefär 2:ne mil utanför Christianssund i oceanen. Den visar sig således tydligen vara en mera pelagisk fogel, än *St. hirundo*, liksom den äfven är mera nordlig. Vid Grip observerades

vid nämnde tid en talrik mängd både af *Phalocrocorax graculus* och *carbo*. *Lestris parasitica* — båda färgvarieteterne — visade sig der äfvenledes synnerligen talrik. Der observerades äfven en och annan *Larus tridactylus*. Detta är den sydligaste ort, der jag under sommaren sett denna fogel. På de låga och nakna skären i grannskapet af den lilla ö eller holme, på hvilken Grips fiskläge ligger, såg jag vid nämnde tid stora skaror af *Tringa maritima*. Då jag förut under Juli månad på samma ställe sett dylika skaror af nämnde fogel, och då de alla voro i fullt utbildad drägt, men icke häckade der, synes det troligt, att de voro sådane, som under året icke häckat, och möjligen voro yngre foglar från föregående året.

Då landtudden vid Stadt passerades den 17 Augusti, observerades derstädes flera individer, både gamla och unga, af *Sula bassana*. Hafvet var lugnt, och på dess yta lågo en talrik mängd fiskmåsar. sysselsatte med att fiska. Der tycktes således vara ett sillstim. som hade ditlockat såväl dessa sednare som Hafsulorna. Stundom fick man se huru dessa från en ansenlig höjd störtade sig ned uti hafvet, och voro temligen länge under vattnet, innan de åter höjde sig från vattnet, hvilket skedde strax då de återkommo till vattenytan, så att de icke förblefvo någon tid liggande på denna. Då jag sedermera i början af Oktober hade passerat Lindesnäs, fick jag återigen se temligen många individer af denna fogel i Kattegatt såväl utanför den norska kusten som utanför den Bohuslänska, t. o. m. i närheten af Marstrand. Dess flygt är stark och snabb, stundom med starka och täta vingslag, och stundom med stillastående vingar. Den är icke sväfvande, som den af *Sterna*.

Under sednare hälften af September månad försvann *Sterna hirundo* från fjorden vid Bergen, men då Lindesnäs passerades den 3:dje October, observerades dock i närheten af de yttersta skären derstädes några individer af en *Sterna* — om af *S. hirundo* eller *arctica*, kan jag icke afgöra, då jag icke såg dem på så nära håll. Ännu den 9 October såg jag ett par exemplar af *Sterna* nära mynningen af Christiania-Fjorden, förföljde af *Lestris parasitica*. Det synes derföre, som de, då de flytta bort från sina häckställen, ännu någon tid stanna qvar vid de yttersta skären.

Mellan Lindesnäs och Bergen observerades nära Midsommaren på flera ställen i skärgården icke få individer af *Phalacrocorax carbo*. Det är derföre troligt, att den häckar i dessa trakter. Under September månad erhölls äfven *Phalacrocorax graculus* i trakten af Bergen. I

början af October syntes utanför Christianssand talrika individer af *Phalacrocorax*, som det tycktes, af båda arterna.

Under seglingen mellan Stavanger och Lindesnäs den 2 och 3 October hade vi att uthärda en ganska häftig nordvestlig storm med stark sjögång. Derunder syntes ett par individer af *Thalassidroma pelagica* (på norska Stormfugel), hvilka länge ledsagade ångfartyget, för det mesta hållande sig i kölvattnet. Då fartyget ingick uti fjordarne till Flekkefjord och Farsund, följde de icke med, men visade sig återigen vid fartyget så snart det ånyo utkommit på öppna hafvet. Då fartyget passerade Lindesnäs, försvunno de. På något afstånd hade de mycken likhet med Hussvalor *(Hirundo urbica)*, och deras flygt liknade i det närmaste dessas. Det var märkligt att se, huruledes dessa små foglar, utan hinder af den stormande vinden och det upprörda hafvet med lätthet höllo sig i fartygets grannskap, stundom höjande sig öfver de uppstigande vågorne och stundom sänkande sig ned till vattnet, för att uppsnappa någon föda. Ingen gång sågos de springa på vattnet.

---

Vi få här anmärka, att den *Aquila*, som i Skand. Fauna I: del. p. 53 anföres under namn af *Aquila naevia* Briss., är *Aquila clanga*, Pallas (J. F. Naumann). Då man under benämningen *Aquila naevia* Briss. (Gmel.) förblandat 2:ne skilda arter, nemligen dels den här ifrågavarande, och dels en annan, som stundom förekommer i Pomern, och derföre af Brehm fått namnet *Aquila pomarina*, samt äfven i åtskilliga andra delar af medlersta och södra Europa, hafva vi ansett oss här böra anföra detta. Då vi uti "*Observationes Zoologicae*" II, beskrefvo den som erhållits i Skåne, hade vi observerat, att den var skild från den andra mindre formen af *Falco naevius*, Gmel., och kallade den derföre *Falco maculatus* Gmel. J. F. Naumann har sedermera i 13:de delen pag. 40 af "Naturgeschichte der Vögel Deutschlands" med noggrannhet beskrifvit denna Örn under namn af *Falco clanga*, Pallas, samt utmärkt dess skiljaktigheter från den andra som han kallar *Falco naevius*, Gmel. Han kallar den förre "Der grosse Schreiadler", och den sednare "Der kleine Schreiadler." Hos *Aquila clanga* har jag funnit näbben $2\,^5/_{16}''$ lång från munvinkeln, samt dess höjd $1''$; och tarsen $4\,^7/_{16}''$. *Aquila naevia* (Gmel. Naum.) har, enligt Naumann, näbben från munvinkeln $2''$ lång, och ungefär $^3/_4''$ hög; och tarsen sällan nära $4''$. Näbbformen är äfven olik den förres. Hos *A. clanga*

är näbbens öfre kontur parallel med den undre ungefär till midten, och hos *A. naevia* är den sluttande från basen. *Aquila clanga* förekommer i Ryssland, Sibirien, Tyskland, Ungern, Italien, Grekland och Schweitz, samt synes i allmänhet vara mera östlig, än den andra.

Å en hane af *Fringilla linaria*, som vi haft i bur under en längre tid, hafva vi observerat, att den röda färgen vid fällningen gått förlorad, samt icke återkommit. På pannan har den öfvergått i gul färg, men på bröstet har den gulaktiga färg, som efterträdt den röda, varit mycket svag. Hos en hona öfvergick den röda färgen på pannan äfvenledes i gult. Då Holböll påstått, att dessa hanar under sommaren förlora den röda färgen på bröstet, skulle vi derföre vilja tro, att detta härleder sig från observation på sådane, som varit i bur. Denna färgförändring hos *Fring. linaria* tyckes vara fullt upplysande för bedömandet af färgförändringen hos *Loxiae* och *Corythus* under fångenskapen. Vi få dessutom tillägga, att vi å unga hanar af *Loxia curvirostra* observerat, att den drägt, som följer på den första ungdrägten, är gulaktig, med anstrykning af rödt och grönt, och efter fulländad fällning temligen mörk. Den renare röda färgen kommer sednare, och tillhör således den fullt utbildade drägten.

---

# Bidrag till kännedomen om tandömsningen hos Otaria och Halichoerus.

Af

**Wilh. Lilljeborg.**

Bland de betydliga skiljaktigheter, som förefinnas emellan *Ferae* och *Pinnipedia* Illiger, torde de, som hemtas från tandbyggnaden, vara de vigtigaste, då denna lemnar den förra ordningen sin vigtigaste morphologiska karakter. Dessa skiljaktigheter få en ökad vigt deraf, att de stå i förbindelse med betydande olikheter i digestionsorganernes byggnad, samt äfven uti djurens utveckling. *Ferae* hafva i allmänhet en kort tarmkanal, då *Pinnipedia* deremot, åtminstone ofta, hafva den mycket lång. Hos en fullvuxen hane af *Halichoerus grypus*, Nilss. af 3 aln. och 6 tums längd från nosen till svansspetsen, hafva vi funnit tarmkanalen vara ungefär 64 alnar lång, således nära 20 gånger längre än kroppen. Andra *Pinnipedia* lära finnas, som hafva den ända till 28 gånger längre än kroppen. Få andra däggdjur torde framföda så stora ungar, som *Pinnipedia*. En nyfödd unge af *Halichoerus grypus*, tagen på isen vid Gräsön i Roslagen den 13 sistl. Mars, med ännu vidhängande nafvelsträng, och med meconium qvar uti ändtarmen, samt utan tecken till att hafva diat, var 1 aln och 14 tum lång från nosen till svansspetsen, och vägde 26 skålp., då modren till en annan lika stor unge var 2 aln. 22 ½ tum lång. Cetaceerna äro, som bekant är, anmärkningsvärda för sina stora ungar, men de öfverträffas i detta afseende af Skälarne. Enligt Eschricht [1]) har ungen af *Balaenoptera rostrata* ("Vaagewall") ungefär ⅓ af modrens längd, då den framfödes. Med denna betydliga utveckling före partus hos Skälarne sammanhänger utan tvifvel det förhållandet, att deras ungar ömsa hår och tänder redan innan de äro framfödde, eller

1) Untersuchungen über die nordischen Wallthiere, p. 61.

såsom foetus. Det förra har blifvit observeradt af W. v. Wright [1]); det sednare har blifvit förmodadt af S. Nilsson [2]). Då vi icke känna, att denna förmodan genom några sednare rön vunnit bekräftelse, vilja vi här anföra de iakttagelser häröfver, som vi haft tillfälle att göra, och som tyckas ådagalägga dess befogenhet.

Prof. Nilsson (l. c.) har å en ung och förmodligen ofödd *Otaria*, som förvaras i Zoogl. Museum i Jardins des Plantes i Paris, bland framtänderna observerat både mjölktänder och permanenta tänder, samt uti det af honom lemnade utkastet till Phocaceernas systematiska indelning &c. i texten till "Illuminerade Figurer till Skandinavisk Fauna" yttrat, att en likadan unge af *Otaria ursina* finnes på Museum i Upsala. Detta har föranledt oss att undersöka tänderna hos denna unge. Enligt den påfästade etiketten är den från Cap, och bär namnet *Phoca minuta*, och uti Thunbergs disputation Appendix XXIV Donationis Thunbergianæ, p. 31, kallas den *Phoca pusilla*. Den är 1 aln 5 tum lång. Hårbetäckningen på extremiteterna, isynnerhet på de främre, är mycket kort och åtliggande. På den öfriga delen af kroppen är den längre samt något krusig. På öfre kroppssidan är den svartbrun. Bottenfällen är gulaktig. Tager man i betraktande storleken af den nyfödde ungen af *Halichoerus*, hvilken Skäl icke ernår den storlek, som *Otaria ursina*, så synes det vara mera än sannolikt, att denna Thunbergs *Phoca pusilla* är en ofödd unge. Dess tänder förete följande förhållande.

*I öfverkäken:*

*Framtänder:* 6, af hvilka de 4 medlersta tillhöra den andra dentitionen (permanenta), äro temligen stora, hafva transverselt delad krona och bruna spetsar. De 2:ne yttersta (1 å hvardera sidan) tillhöra första dentitionen, eller äro mjölktänder, och äro mycket små, $^1/_4$ tum eller 6 millim. långa, med trubbig spets, och hvita. Ofvan hvardera af dem ligger inuti käken en stor, till en del utbildad tand af 2:dra dentitionen (permanent), ännu omsluten af sin kapselhinna, och bestämd att intaga deras plats.

*Hörntänder:* 1 å hvardera sidan, små och trubbiga, likväl längre än de andra tänderna, och tillhörande den första dentitionen eller mjölktänderna, samt $^5/_8$ tum eller 16 millim. långa. Ofvan hvardera af dem ligger inuti käken en till en del utbildad, mycket större hörntand af 2:dra dentitionen.

1) Förh. vid Skand. Naturforsk. Mötet 1842, p. 647.

2) Skand. Fauna, Däggdj. 2:dra uppl. p. 269.

*Kindtänder:* 2:ne å hvardera sidan, tillhörande första dentitionen (mjölktänder), små och långt åtskilda, med enkel, brunfläckig och trubbig krona, till formen liknande den å kindtänderna hos *Cystophora cristata* (Erxleb.). Deras rötter äro enkla. Den främsta, som är störst, är $^3/_8$ tum eller 9 millim. lång. Mellan dem ligga inuti käken och omslutna af sin kapselhinna kindtänder af 2:dra dentitionen (permanenta), som äro mycket större, och deras kronor hafva redan till en del antagit den normala formen med en stor medlerst spets och tvenne små sidospetsar. Den främsta af dessa permanenta kindtänder ligger mellan hörntanden och den första affallande kindtanden samt är något mera utbildad, än den 2:dra.

*I underkäken:*

*Framtänder:* 4, tillhörande 2:dra dentitionen (permanenta). De båda medlersta äro redan i det närmaste fullt utbildade, $^1/_2$ tum eller 13 millim. långa, men med öppen rot. Deras krona är longitudinelt inskuren, har hos den ena 3:ne samt hos den andra 4 trubbiga och nästan lika höga knölar, och är till dels af brunaktig färg. De 2:ne yttersta hafva ännu icke genomträngt tandköttet, och midtför deras öfre ända synes i det torkade tandköttet en impression efter den affallna föregående mjölktanden.

*Hörntänder:* Tillhöra 1:sta dentitionen (mjölktänder), äro små, men dock högre och större än de andra tänderna, samt liknande de öfre och $^5/_8$ tum eller 15 millim. långa, med ännu icke sluten rot. Under dem ligga inuti käken de mycket större hörntänderna af 2:dra dentitionen.

*Kindtänder:* 3:ne å hvardera sidan, som tillhöra 1:sta dentitionen (mjölktänder), äro små, långt åtskilda, hafva brunfläckig krona, och likna dem i öfverkäken. Den främsta och den bakersta äro större än den medlersta, och ungefär lika stora. Den främsta är $^3/_8$ tum eller 9 millim. lång. Den bakersta har en trubbig knöl vid bakre kanten. Mellan hörntanden och den 2:dra, och mellan den 2:dra och 3:dje å hvardera sidan ligga inuti käken kindtänderna af 2:dra dentitionen. De hafva ännu icke genomträngt tandköttet, men äro mycket större än de af 1:sta dentitionen, samt hafva den normala formen, liksom de i öfre käken. Den främsta af dem är mest utbildad, har skjutit högre upp, samt nära genomträngt tandköttet.

Denna troligen ofödde unges tandformel blir således:

Framtänd. $\frac{3-3,}{2-2,}$, hörntänd. $\frac{1-1,}{1-1,}$, kindtänd. $\frac{2-2,}{3-3.}$, af hvilka en-

dast framtänd. $\frac{2-2.}{2-2.}$ äro permanenta, och de båda yttre af dem i underkäken ännu icke hafva genomträngt tandköttet.

Hos tvenne ungar af *Halichoerus grypus*, Nilss., af hvilka den ene är den nyfödde, som ofvan blifvit omnämnd, och den andre var något äldre, troligen 8 à 14 dagar gammal, 1 aln och 21 tum lång, samt mycket tjockare och fetare än den förre, hafva tänderna företett följande föhållande.

*1. Den nyfödde ungen.* Alla tänderna tillhöra 2:dra dentitionen (permanenta), — då man icke kan antaga att den är monophyodont — och hafva den normala storleken, samt, med undantag af en mera utbildad antydning till tvådelning vid roten hos de främre kindtänderna, äfven den normala formen. Alla spår till den föregående dentitionen, eller till mjölktänderna, hafva redan försvunnit. Det normala antalet: framtänd. $\frac{3-3}{2-2}$, hörntänd. $\frac{1-1.}{1-1.}$, kindtänd. $\frac{5-5.}{5-5.}$, är tillstädes, med tillägg af en mycket liten kindtand bakerst i öfverkäken å venstra sidan [1]). Alla tänderna hafva öppna rötter. De minst utbildade, med undantag af den nämnda 6:te kindtanden i öfverkäken, äro de 2:ne medlersta öfre framtänderna, som ännu icke hafva genomträngt tandköttet, och ligga under detta med spetsarne starkt böjde bakåt. Deras längd, i rät linia, är $\frac{3}{8}$ tum eller 9 millim Hörntänderna i öfverkäken äro 1 $\frac{1}{16}$ tum, eller 26 millim. långa. Af de 5 kindtänderna är den främsta i båda käkarne minst, och jemte den 1:sta och 2:dra i underkäken utan antydning till långsgående fåra på yttre sidan. Den 2:dra, 3:dje och 4:de kindtanden å hvardera sidan i öfverkäken hafva långsåt midten å yttre sidan mot roten en fåra, antydande tvådelning, grundast på den 2:dra och djupast på den 4:de. Å inre sidan finnes å dessa tänder ingen antydning till en sådan fåra, och roten är enkel. På 3:dje och 4:de kindtanden å hvardera sidan i underkäken finnes äfven en dylik fåra. 5:te kindtanden i såväl öfre som undre käken har tvådelad rot. Den 3:dje kindtanden i underkäken är jemte den 2:dra längst, samt $\frac{5}{8}$ tum eller 15 millim. lång. Den 6:te kindtanden har enkel rot och trubbig krona. Af de andra har den 5:te kronan minst tillspetsad. På den 5:te öfre kindtandens bakre rot finnes å yttre sidan ett litet hål. Den 2:dra

1) En dylik mindre 6:te kindtand har jag stundom observerat å hvardera sidan i öfverkäken hos äldre individer. Någon gång har jag t. o. m. observerat en sådan mellan den 4:de och 5:te kindtanden i öfverkäken. Dessa tillägg till det normala antalet tyckas bevisa en lägre utvecklingsgrad i afseende på tandbildningen, och en tendens till de lägre vertebrater, hos hvilka tändernas antal icke är konstant.

kindt. i öfverkäken och 2:dra och 3:dje d:o i underkäken sitta snedt, liksom hos *Phoca vitulina*. Å hvardera sidan i underkäken hafva 1:sta, 3:dje, 4:de och 5:te kindtänderna en tagg vid hvardera sidan — den främre och bakre — af spetsen. På den 5:te äro dessa taggar störst, och å denna tand har kronan samma form som å kindtänderna hos *Phoca annellata*, Nils.

2. *Den större ungen.* Tänderna likna dem hos den föregående, men de båda medlersta framtänderna i öfverkäken äro mera utbildade, hafva genomträngt tandköttet, och hafva kronan mindre böjd. Den 6:te kindtanden saknas. 4:de och 5:te kindtänderna i båda käkarne hafva dubbla rötter. På yttre sidan af den öfre 5:te kindtandens bakre rot är äfven här ett litet hål. I underkäken hafva 4:de och 5:te kindtänderna en liten tagg på hvardera sidan af spetsen, och 1:sta, 2:dra och 3:dje kindtänd. hafva en sådan endast vid främre sidan af spetsen; den 2:dra kindtanden har en svag antydning till fåra å yttre sidan.

Då man jemför tänderna hos de båda ungarne med hvarandra, finner man, att delningen och antydningen till delning af kindtändernas rötter äro starkast hos den äldre ungen. Detta står i strid dermed, att den yttre långsgående fåran med tilltagande ålder försvinner, eller nästan försvinner, och kan derföre svårligen tillskrifvas någon annan grund, än individuel variation. Genom denna fåra närma sig ungarne mera än de gamla till slägtet *Phoca*.

Dessa iakttagelser tyckas sätta utom allt tvifvel, att tandömsningen hos Skälarne sker under fosterlifvet, eller är foetal. Derigenom afvika de betydligt från Rofdjuren, samt visa sig stå på ett lägre stadium af utveckling, och öfverensstämma med lägre former af däggdjuren, t. ex. en del *Bestiolae*, Sundev. (*Talpa* och *Sorex*), hos hvilka enligt Owen [1]) tandömsningen är foetal. Ehuru Skälarnes mjölktänder äro mycket små i jemförelse med de permanenta tänderna, äro de dock större än hos dessa. Professor Nilsson har med rätta fästat uppmärksamheten derpå, att Hvalarne förete en analog foetal tandfällning, ehuru deras tänder icke framträda i dagen, utan resorberas redan medan de ännu ligga inneslutna uti alveolarhålorne, och ehuru deras 2:dra dentition framträder under en så afvikande form, som bardernas.

Owen [2]) uppgifver, att vid de tillfällen, då man observerat tandömsningen hos Skälarne, har man funnit de 3:ne främsta kindtänderna å hvardera sidan i båda käkarne vara affallande, eller mjölktänder·

1) Odontography, vol. 1, pag. 423.
2) L. c. p. 506.

Detta öfverensstämmer således icke fullkomligt med den ofvan anförda iakttagelsen å ungen af *Otaria ursina*.

Hos den ofvan anförde nyfödde ungen af *Halichoerus* var hårbetäckningen längre och mera gulaktig, än hos den andre, samt tycktes vara under fällning. Å den sednare var håret på halsen af samma utseende, som hos den förre, och var äfven under fällning. På den öfriga delen af kroppen var det kortare, mera hvitt, samt icke affallande.

# Anmälanden.

## 1.

"*On the classification and geographical Distribution of the Mammalia, being the Lecture on Sir Robert Reads Foundation, delivered before the University of Cambridge, in the Senate-House, May 10, 1859. By Richard Owen.*" 52 sidor 8:vo. London 1859. Härtill är bifogadt ett bihang: "*On the Gorilla*", och "*On the Extinction and Transmutation of Species.*"

Först lemnas en kort framställning af Aristoteles', John Ray's, Linnés och G. Cuviers systematiska uppställning af däggdjuren. Med afseende på Cuviers system anmärker Författaren, att de anatomiska och fysiologiska studier, som Cuvier genom sina skrifter och sitt föredöme uppmuntrat, snart började upptäcka bristerna uti Cuviers eget system. Kort efter det att detta system blifvit meddeladt fann man sig missbelåten med resultaterna af tillämpningen af de karakterer, som Cuvier användt för uppställandet af de primära och sekundära grupperna i klassen. Så t. ex. kunde man icke finna sig belåten dermed, att Sengångaren ställdes högre än Hästen, Mullvaden högre än Loet, och Flädermusen högre än Hunden, samt *Ornithorhynchus paradoxus* — som vid en noggrann anatomisk undersökning visar mera tendens åt Reptilierna än något af de andra däggdjuren — högre än den kolossale och skarpsinnige ("sagacious") Elephanten.

Derefter lemnas en öfversigt af däggdjurens anatomiska och fysiologiska karakterer, bland hvilka Författaren anför: mjölkkörtlarne och digifningen, blodcirkulationen, njurarne, lefvern, munnen med dithörande delar, benbyggnaden, synorganet, hörselorganet, luktorganet, tänderna, intelligensen, och det innerliga sambandet mellan modren och fostret såväl innan detta blifvit framfödt som sedan. Författaren yttrar: "Dessa vackra förebud till högre egenskaper äro dock endast öfvergående hos djuren, och sambandet mellan föräldrarne och afkomlingarne upphör, så snart dessa sednare kunna sörja för sig sjelfve. Bevaran-

det af afkomman har öfvergått till sjelfbevarandet, men der är ännu ingen sjelfständig perfectibilitet ("self-improvement"): denna är menniskoslägtets tillhörighet. Menniskan är utmärkt af den trögt mognande afkommans långvariga beroende af föräldrarnes omsorg och tillgifvenhet, på hvilka grunden för samhället blifvit lagd, och tillfälle blifvit gifvet för inplantandet af de grundsatser, på hvilka menniskans högsta visdom och verkliga sällhet äro grundade, och genom hvilka hon förberedes till en annan och högre spher af tillvaro. Endast från denna synpunkt må vi uppfatta ett adeqvat mål och syfte uti det stora organiska system, som blifvit utveckladt på vår planet."

Redan 1847 hade Författaren uti 3:dje volumen af Cyclopaedia of Anatomy and Physiology meddelat en systematisk uppställning af däggdjuren, hvaruti denna klass afdelades i 2:ne subclasses: *Placentalia* och *Implacentalia*, den sednare omfattande *Marsupialia* och *Monotremata*, och den förra alla de andra däggdjuren. Denna binära indelning föreföll likväl Författaren sedermera att vara onaturlig, derföre att den större gruppen *(Placentalia)* icke företedde en sådan formöfverensstämmelse mellan dithörande djurarter, som den mindre; och Författaren fortsatte derföre sina forskningar, för att vinna bättre kännedom om de mera naturliga och eqvivalenta primära grupperna. Med anledning af dessa undersökningar, företrädesvis öfver hjernans byggnad, fann han sig sedermera föranlåten att indela däggdjurens klass uti 4 subclasses, på sätt som i här ifrågavarande afhandling eller föreläsning blifvit framställdt.

Den första, eller den lägsta af dessa subclasses kallas *Lyencephala* [1]), och utmärker sig derigenom att hjernan saknar *corpus callosum*, och i allmänhet *gyri*, hvilka, om de förekomma, äro få och enkla; att de olfactoriska ganglierna, cerebellum, samt de optiska loberna i mer eller mindre grad äro framstående, d. v. s. icke täckte af stora hjernans hemispherer.

Den andra subclassis kallas *Lissencephala* [2]). Dessa hafva *corpus callosum*, men de båda cerebralhemisphererna äro föga mera utbildade än hos föregående, med få undantag utan gyri, och lemna olfactoriska ganglierna och lilla hjernan blottade.

Den tredje subclassis benämnes *Gyrencephala* [3]). Stora hjernans båda hemispherer, som äro förenade genom *corpus callosum*, äro så stora, att de mer eller mindre betäcka de olfactoriska ganglierna samt

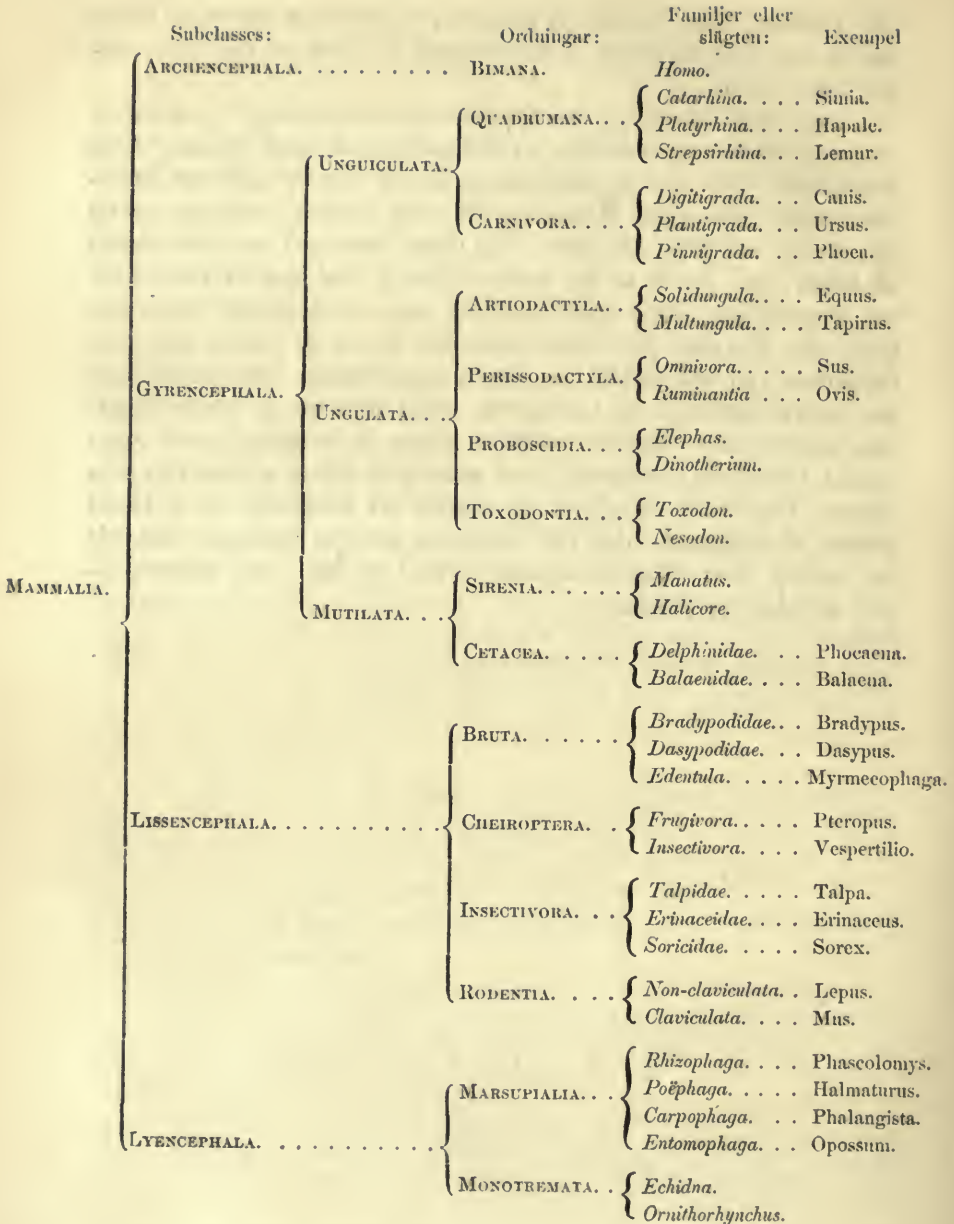
1) Af *λύω*, lösa, och *εγκέφαλος*, hjerna.
2) Af *λισσός*, slät.
3) Af *γῦρος*, ring.

lilla hjernan. Med mycket få undantag — nemligen för några af de mindre och lägre formerna af Quadrumana — hafva de mer eller mindre talrika gyri.

Den fjerde subclassis, som fått namnet *Archencephala*[1]), och endast omfattar menniskan, utmärker sig derigenom, att stora hjernans båda hemispherer, som äro sammanbundna genom *corpus callosum*, öfvertäcka både olfactoriska ganglierna och lilla hjernan, samt sträcka sig ett stycke ut öfver bådadera. Uti deras bakre del har man urskilt en tredje lob. Äfven är det bakre hornet af den laterala ventriculus, och hippocampus minor utmärkande för dessa hemispherers bakre eller tredje lob. Hjernans yttre gråa massa har genom de talrika och djupt nedgående gyri här erhållit sin största utsträckning. Med denna högsta utvecklingsformen af hjernan äro också förenade de högsta själsförmögenheterna. — Derefter utvecklas vidare de anatomiska och fysiologiska karakterer i allmänhet, som utmärka hvardera af dessa fyra subclasses. Författaren uppgifver, att ungefär två tredjedelar af de kända arterna af däggdjuren höra till Gnagarnes ordning. Slutligen meddelas ett schema öfver däggdjursklassen, hvilket vi här vilja meddela såsom serdeles upplysande.

---

1) Af ἄρχω, herrska, och ἐγκέφαλος, hjerna.


Subclasses:
Ordningar:
Familjer eller slägten:
Exempel
Mammalia.
Archencephala.
Bimana.
Homo.
Gyrencephala.
Unguiculata.
Quadrumana.
Catarhina. Simia.
Platyrhina. Hapale.
Strepsirhina. Lemur.
Carnivora.
Digitigrada. Canis.
Plantigrada. Ursus.
Pinnigrada. Phoca.
Ungulata.
Artiodactyla.
Solidungula. Equus.
Multungula. Tapirus.
Perissodactyla.
Omnivora. Sus.
Ruminantia Ovis.
Proboscidia.
Elephas.
Dinotherium.
Toxodontia.
Toxodon.
Nesodon.
Mutilata.
Sirenia.
Manatus.
Halicore.
Cetacea.
Delphinidae. Phocaena.
Balaenidae. Balaena.
Lissencephala.
Bruta.
Bradypodidae. Bradypus.
Dasypodidae. Dasypus.
Edentula. Myrmecophaga.
Cheiroptera.
Frugivora. Pteropus.
Insectivora. Vespertilio.
Insectivora.
Talpidae. Talpa.
Erinaceidae. Erinaceus.
Soricidae. Sorex.
Rodentia.
Non-claviculata. Lepus.
Claviculata. Mus.
Lyencephala.
Marsupialia.
Rhizophaga. Phascolomys.
Poëphaga. Halmaturus.
Carpophaga. Phalangista.
Entomophaga. Opossum.
Monotremata.
Echidna.
Ornithorhynchus.

De anatomiska och fysiologiska karakterer, — saknaden af corpus callosum, samt af placenta — hvarigenom *Lyencephala* skilja sig från de andra däggdjuren, äro af den betydenhet, att de derigenom ställa sig gent emot dessa sednare, och tydligen visa sig såsom en grupp, hvilken icke kan betraktas såsom eqvivalent med någon af de andra 3:ne af Owen uppställda subclasses. Vi kunna derföre icke finna, att den af nämnde Författare först lemnade binära uppställningen af däggdjuren, uti *Placentalia* och *Implacentalia*, är onaturlig derföre att den är binär, och derföre att den sednare subclassis företer mera formöfverensstämmelse, eller, som är detsamma, mindre formrikedom än den förra. Det är, som bekant, icke formernas mängd, utan karakterernas vigt, som bestämmer gruppernas rang uti systemet. Ett enda slägte med en enda art kan vara lika berättigadt att för sig utgöra en egen familj, som flera andra slägten med en mängd arter tillsamman. Oss synes derföre, att den först gjorda uppställningen af däggdjuren uti tvenne subclasses, — *Placentalia* och *Implacentalia* — hvilken sedan blifvit allmänt antagen, är den, som mest öfverensstämmer med naturen.

Då hjernan är det organ, på hvars byggnad däggdjurens företräde framför de andra vertebraterna isynnerhet grundar sig, och som lemnar den vigtigaste anatomiska karakteren för däggdjursklassen, så är det obestridligt, att detta organ bör i främsta rummet afses vid däggdjurens klassifikation. Men att endast lägga ett organ till grund för klassifikationen, är onekligen att göra denna i hög grad artificiel. Då organets betydelse är så stor, som här, är emellertid ett sådant system likväl förtjent af ett synnerligt afseende, och bör anses såsom ett godt medel för vinnandet af ett naturligt system.

## 2.

Vi vilja fästa uppmärksamheten på en ganska märklig, nyligen utgifven fysiologisk afhandling, med titel: "*De la Formation et de la Fécondation des oeufs chez les Vers Nématodes*, par Ed. Claparède," Genève 1859, 101 sidor in 4:o, och 8 plancher. Den har blifvit prisbelönt af medicinska faculteten vid Universitetet i Berlin, och ådrager sig utan tvifvel mycken uppmärksamhet, derföre att den sysselsätter sig med en stridsfråga, som på sednare tiden varit föremål för åtskilliga afhandlingar af motsatta åsigter såväl i Tyskland som England.

Sedan Författaren först lemnat en historisk framställning af detta ämnes föregående behandling, öfvergår han till den detaljerade beskrifningen, men anställer dock äfven vid denna sednare en kritisk jemförelse mellan sina egna iakttagelser och dem af andra. Vid beskrifningen afhandlas först generationsorganernas histologi, för det andra bildningen af äggen, för det tredje bildningen af spermatozoidierna eller zoospermerna, och för det fjerde äggens befruktning och utveckling. Kritiken är grundlig och skarpsinnig, men dock återhållsam, derigenom att den i allmänhet är inskränkt till området för den egna erfarenheten. Observationerna äro gjorda med den största noggrannhet, samt belysas af förträffliga figurer. I afseende på observationernas kombinering och de derur dragna slutsatserna ådagalägger Författaren den största försigtighet; gör inga andra slutsatser, än de, som äro en naturlig följd af observationerna, undviker förutfattade meningar, eller på förhand uppgjorda theorier, samt afhåller sig från uppställandet af hypotheser.

De hufvudsakliga resultaterna af hans undersökningar sammanfattas vid slutet af afhandlingen uti dessa sju satser.

1. De små kroppar, som Bischoff förklarat hos Ascaris mystax blott vara epithelialkäglor, äro verkliga zoospermer, såsom Nelson och Meissner med rätta hafva påstått.

2. Meissner har orätt, då han hos Ascaris mystax antager en synbar rachis, bildad af en stapel af moderceller. Dessa sednare finnas icke till.

3. Den af Meissner beskrifna micropylen hos äggen af Asc. mystax finnes icke till.

4. Det primära elementet för äggen hos alla Nematoder är germinalblåsan.

5. Det af Nelson och Meissner gjorda påståendet, att äggens befruktning hos Ascariderna är en följd af zoospermernas inträngande uti äggen, bör ännu betraktas såsom helt och hållet hypothetiskt.

6. Äggen och zoospermerna förete uti sin ömsesidiga utveckling en fullkomlig morphologisk homologi.

7. De fakta, beträffande zoospermernas rörelser, hvilka hafva blifvit observerade af Schneider hos olika Nematoder, äro fullt noggranna.

W. Lilljeborg.

## Rättelser:

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Sid. | 8 | rad. | 16 | nedifr. | står: | *spanska*, | läs: *franska.* |
| „ | 13 | „ | 7 | „ | „ | *fördrag* „ | *fördrag med.* |
| „ | 33 | „ | 18 | „ | „ | *förbindelse* „ | *förblindelse.* |
| „ | 40 | „ | 18 | „ | „ | *Timœns* „ | *Timœus..* |

En mängd mindre förvillande tryckfel, som beklagligen insmugit sig, torde läsaren sjelf benäget rätta.

Pris: 2: 50.

# ÅRSSKRIFT

UTGIFVEN

AF

## KONGL. VETENSKAPS-SOCIETETEN

I

## UPSALA.

ANDRA ÅRGÅNGEN.

# ÅRSSKRIFT

UTGIFVEN AF

## KONGL. VETENSKAPS-SOCIETETEN

## I UPSALA.

# ÅRSSKRIFT

UTGIFVEN AF

## KONGL. VETENSKAPS-SOCIETETEN I UPSALA.

ANDRA ÅRGÅNGEN.

UPSALA,
C. A. LEFFLER, KONGL. AKAD. BOKTRYCKARE.
1861.

## Utdrag ur Stadga angående utgifvande af Kongl. Vetenskaps-Societetens Handlingar.

*§. 1. Kongl. Vetenskaps-Societetens Handlingar komma att hädanefter i två särskilda afdelningar utgifvas. Den ena afdelningen utgöres af Acta Societatis Scientiarum Upsaliensis, hvari, efter samma plan som hittills, införas vetenskapliga, på latinska eller franska språket författade afhandlingar, hvilkas utgifvande förnämligast åsyftar att i utlandet bekantgöra resultater af sådana lärda forskningar, som ligga inom området af Societetens verksamhet. Såsom andra afdelningen utgifves en Årsskrift, upptagande sådana vetenskapliga afhandlingar och uppsatser, som höra till nämnde område, äro författade på svenska språket och anses kunna inom fäderneslandet befordra vetenskaplig bildning.*

. . . . . .

. . . . . .

*§. 4. Afhandling, som till införande i Societetens Handlingar inlemnas, skall remitteras till tvenne Ledamöter af den klass, till hvilken afhandlingen med afseende på sitt ämne hörer, och ega desse Ledamöter att efter verkställd granskning sig utlåta, huruvida afhandlingen bör i Societetens Handlingar upptagas, äfvensom, då den i detta hänseende godkännes, huruvida den bör i Acta eller i Årsskriften införas. Stadna vid denna pröfning de båda granskarne i olika meningar, hänskjutes afgörandet till samtlige i Upsala närvarande Ledamöter af den ifrågavarande klassen.*

*§. 5. Är afhandling, som i ofvan sagda ändamål inlemnad blifvit, författad på svenska språket, men befinnes med afseende på innehållet böra i Societetens Acta införas, må antingen Författaren eller Redaktions-Utskottet besörja dess öfversättning på det främmande språk, som pröfvas med ämnets beskaffenhet mest förenligt; är den åter författad på främmande språk, men anses mest passande för Årsskriften, må den till författaren återlemnas, för att på svenska språket öfverflyttas.*

*§. 6. Åt Författare af afhandling, som sålunda blifvit genom Societetens försorg till trycket befordrad, lemnar Societeten ett redaktions-arfvode af 10 Rdr Rmt för hvarje tryckt ark *). Derjemte eger Societeten att, utom detta redaktions-arfvode, åt dem, som författat de bästa till Societeten i ofvannämnde ändamål inlemnade afhandlingar, årligen utdela ett pris å 300 Rdr Rmt och trenne å 150 Rdr Rmt, på sätt särskildt stadgadt är **).*

## Tillägg:

*Sedan Upsala Universitet beslutat utgifva en Akademisk Årsskrift, till plan och syfte lika med Societetens, så har Kongl. Vetenskaps-Societeten, för att icke onödigtvis splittra krafterna, beslutat att tills vidare och så länge utgifvandet af den Akademiska Årsskriften fortfar, låta sin egen Årsskrift hvila. Med utdelandet af Vetenskaps-Societetens priser förfares emedlertid på sätt ofvan stadgadt är, blott med den förändring i afseende på Årsskriften, att de prisbelönta afhandlingar, hvilka skolat i densamma upptagas, öfverlemnas till införande i den Akademiska Årsskriften. Skulle mot förmodan den sistnämnda upphöra, kommer Societetens Årsskrift att ånyo utgifvas.*

---

*) *För utförligare afhandlingar, hvilka det kan anses för en vinst för författarne att få tryckta, betalas redaktions-arfvode endast för de 10 första arken.*

**) *Se särskild Stadga för bortgifvandet af K. Vetenskaps-Societetens pris (K. Vet.-Societetens Årsskrift, Första Årgången).*

## Innehåll.


Sid.

Geometrisk Kalkyl eller geometriska qvantiteters räknelagar, af Akad. Docenten G. Dillner. *(Prisbelönt af K. Vet.-Societeten)* . . . . . 1.

Kemisk-analytisk undersökning af Pyrosmalith, af Akad. Docenten J. Lang. . . . . 97.

Bidrag till Svenska Stadsförfattningens Historia, af Akad. Docenten C. T. Odhner. *(Prisbelönt af K. Vet.-Societeten)* . . . . . 117.

Om Asteroiden Alexandra (54); Fjerde Element-Systemets Jemförelse med Observationerna, af Akad. Adjunkten H. Schultz. . . . . 199.

# Geometrisk Kalkyl eller geometriska qvantiteters räknelagar

af

**Göran Dillner.**

---

## *Inledning.*

De qvantiteter, som här benämnas *geometriska*, utgöra den analytiska geometriens qvantiteter.

Detta arbetes mål är att visa, att den analytiska geometrien icke vidare behöfver utgöra en "tillämpning" af algebrans qvantiteter på geometrien, utan att den har egna och sjelfständiga qvantiteter för sina räkningar.

Betydelsen af geometrisk qvantitet, sådan den förefinnes i detta arbete äfvensom i den analytiska geometrien, ligger till fullo gifven och bestämd i våra enklaste geometriska begrepp. Hvar och en vet, att, för att bestämma en punkts läge i rummet, behöfver han på förhand ha följande bestämningar fastställda: *ett plan*, *en utgångspunkt* (origo), *en riktning* i planet samt *ett enhetsmått*. Det är dessa fyra bestämningar, som i detta arbete kallas *grundbestämningar*, och hvilka alltid förutsättas för en geometrisk qvantitets verklighet. Det är vidare tydligt, att, om tvenne eller flera geometriska qvantiteter bestämma hvar sina punkter i rummet, så kan ingen inbördes jemförelse mellan dem ega rum, innan de blifvit reducerade till lika grundbestämningar. Det är lagarna för reduktioner till lika grundbestämningar äfvensom deraf härledda lagar, som i detta arbete kallas *geometriska qvantiteters* eller, som är detsamma, den analytiska geometriens *räknelagar*.

Dessa lagar motsvaras till en del, åtminstone så vidt det rör formen, af lagarna för algebrans operationer. Dessa motsvarigheter komma vi i det följande att framhålla så mycket heldre, som vi behöfva öfverflytta benämningarna från algebrans operationer på motsvarande räkningar här. Inom ett visst område (projektionerna) sammanfalla för öfrigt algebrans och geometriens kalkyler helt och hållet, hvarföre algebrans kalkyl för undvikande af alltför stor vidlyftighet i detta arbete förutsättes såsom känd.

I följd af arbetets ringa omfång har den analytiska tillämpningen af dessa räknelagar (N:is 9 & 13) måst inskränka sig till blotta antydningar och några enkla exempel. Af samma skäl är trigonometrien och läran om logarithmerna behandlad med förutsättning af redan gjord bekantskap med dessa delar af mathematiken.

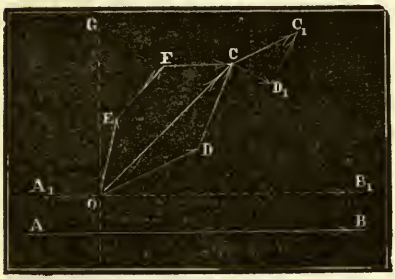
Förevarande arbete är hufvudsakligen ett resultat af betraktelser öfver de imaginära qvantiteternas theori, sådan den förefinnes i den allmänna mathematiken äfvensom uti Cauchys Exercices d'Analyse Tom. IV pag. 159 etc. Ty liksom de negativa qvantiteterna inom de abstrakta talens område eller arithmetiken icke gerna kunna hafva någon reel betydelse, utan för sin realitet häntyda på en ny kalkyl, nämligen den algebraiska, så ega icke heller de imaginära qvantiteterna inom algebran någon realitet, utan häntyda der på en ny kalkyl, nämligen den geometriska.

De bevis, som i detta arbete äro anbragta, stödja sig hufvudsakligen på elementär geometri och de abstrakta talens lagar, hvaraf tydligt nog inses, att en fullständig theori för den geometriska kalkylen låter utveckla sig, uteslutande stödd på nämde elementära delar af mathematiken.

# 1.

## Förberedande förklaringar.

En punkt i ett plan är alltid bestämd till sitt läge, så snart vi deri känna hans afstånd från en gifven punkt samt detta afstånds riktning från en gifven riktning.




Punkten $C$ är således bestämd till sitt läge, så snart vi känna hans afstånd från den gifna punkten $O$ samt detta afstånds riktning från den gifna riktningen $A\,B$. Detta afstånd kan vara gifvet:

I:o efter rätliniga vägen $O\,C$, då punkten *C:s* läge är bestämdt, så snart vi känna räta linien $O\,C$*:s storlek* (längd) samt *riktning* från $A\,B$.

2:o efter någon af de brutna vägarna $O\,D\,C$ eller $O\,E\,F\,C$, då punkten *C:s* läge är bestämdt, så snart vi till *storlek* och *riktning* känna hvarje rätlinig del af den brutna vägen.

För enkelhetens skull låta vi en med $A\,B$ parallel linea $A_1\,B_1$ vara dragen genom den gifna punkten $O$, hvilken då representerar den gifna riktningen; och, för att ha punkten $O$ gifven på $A_1\,B_1$, låta vi en rät linea $O\,G$ skära $A_1\,B_1$ i den nämnda punkten. Dessa tvenne hvarandra skärande linier kallas *axlar* eller *axelsystem*. Dessa axlar kallas *rätvinkliga*, om de bilda med hvarandra räta vinklar; *snedvinkliga* i hvarje annat fall. Den gifna punkten $O$ kallas *origo* (grundpunkt) och den gifna riktningen $A\,B$ eller som är detsamma $A_1\,B_1$ *grundriktning*. Ett axelsystem representerar således: origo och grundriktning, som vi måste ha gifna, innan vi kunna bestämma en punkts läge i planet.

Hvarje rätlinig storhet i ett plan, hvilken, såsom utmärkande en punkts läge, har till nödvändiga bestämningar *storlek* (längd) och *riktning*, kallas *geometrisk qvantitet.*

Linien $O\,C$ äfvensom hvarje rätlinig del af afstånden $O\,D\,C$ och $C\,E\,F\,C$, såsom utmärkande hvarje föregående den efterföljandes origo och den siste punkten $C$ sjelf, utgöra således geometriska qvantiteter.

En geometrisk qvantitet betecknas:

$$R_P,\ r_p,\ \varrho_\varphi,\ a_a \text{ o. s. v.}$$

der $R$, $r$, $\varrho$, $a$ o. s. v. beteckna *storlekar*, räknade från ett fastställdt origo samt hänförda till någon annan storlek såsom sin enhet, samt $P$, $p$, $\varphi$, $\alpha$ o. s. v. beteckna *riktningar*, räknade från grundriktningen.

Om en geometrisk qvantitets enhet vore en fastställd längd $o\,a$, så tecknas han egentligen $o\,a\,.\,R_P$, der $R$ utgör ett tal. Vi undvika denna vidlyftighet i teckningen genom att sätta $o\,a = 1$, då vi således få $1\,.\,R$ eller, som är detsamma, $R$ såsom representerande en geometrisk qvantitets storlek.

Origo, grundriktning och enhet, hvilka vi ega att efter godtfinnande och behof på förhand fastställa, för att ha den geometriska qvantiteten fullt verklig till sin betydelse, kallas den geometriska qvantitetens *grundbestämningar.*

Anm. Det plan, hvari en geometrisk qvantitet ligger, utgör ock i sjelfva verket en grundbestämning, som vi på förhand efter behof och godtfinnande ega att fastställa. Men som det här är fråga endast om punkter i ett plan i allmänhet, så gälla naturligtvis de lagar vi här komma att utveckla för hvilket plan som helst, då vi följaktligen tillsvidare (N:o 10—12) lemna planet obestämdt.

En geometrisk qvantitets riktning bestämma vi förmedelst den vinkel, som ifrågavarande riktning bildar med grundriktningen, då en geometrisk qvantitet tecknas egentligen $R_{P^0}$. Denna vinkel kan icke allenast vara ifrån och med $0^0$ till och med $360^0$, utan den kan vara millioner grader. Ty en och samma riktning kan representeras af hvilken som helst af vinklarna: $P^0$, $P^0+360^0$, $P^0+2\,.\,360^0$, $P^0+3\,.\,360^0$ och i allmänhet af $P^0+k\,.\,360$, då $k$ betyder något af *hela talen* 0, 1, 2, 3. 4, o. s. v. ända till $\infty$. En geometrisk qvantitet tecknas derföre generelt:

$$R_{P^0+k.360^0}$$

Vi förenkla denna beteckning, om vi med stöd af Eucl. III: 26 representera vinklar med längder af motsvarande cirkelbågar med bestämd radie. Om vi derföre upprita en cirkel med 1 till radie och kalla hela omkretsens längd $2 . \pi$, så kunna vi representera hvarje vinkel och följaktligen hvarje riktning med tal, som hafva nämde radies längd som enhet. En geometrisk qvantitets riktning får då följande enklare beteckning:

$$R_{P+2k\pi}$$

Denna beteckning komma vi i det följande att använda. Det är lätt att öfvergå ifrån denna till den förra. Längden $\frac{\pi}{2}$ betecknar således $90^0$, $\frac{\pi}{4}$ $45^0$, $4 . \pi$ $720^0$ o. s. v. Vi säga, att en geometrisk qvantitet, tecknad $R_{P,}$ har en *speciell riktning*, såsom representerad af en enda bestämd båge, och att en geometrisk qvantitet, tecknad $R_{P+2k\pi}$, har en *generell* riktning, såsom representerad af ett oändligt antal bågar.

Om vi tänka oss $k$ representera *bestämda* hela tal, så punktera vi det: $k_1$, $k_2$, $k_3$, $k_4$ o. s. v. Det opunkterade $k$ deremot representerar ett i allmänhet obestämdt helt tal, som kan vara lika eller olika hos särskilda qvantiteter.

Vårt mål med de geometriska qvantiteterna är att medelst dem *bestämma punkters lägen* eller, som vi för korthetens skull kalla det, *fixera punkter*. Vi säga ock, fast mindre egentligt, att geometriska qvantiteter sjelfva bestämma punkters lägen eller fixera punkter.

Då nu räta linien $OC$ med sin riktning tecknas $R_P$, $OD$ $r_p$, $DC$ $r'_{p,}$, $OE$ $\varrho_\varphi$, $EF$ $\varrho'_{\varphi,}$ och $FC$ $\varrho''_{\varphi,,}$, så är punkten $C$ fullt bestämd till sitt läge genom hvilken som helst af vägarna:

$$OC = R_P, \quad ODC = r_p + r'_{p,}, \quad OEFC = \varrho_\varphi + \varrho'_{\varphi,} + \varrho''_{\varphi,,},$$

hvilket ger oss anledning sätta:

$$R_P = r_p + r'_{p,} = \varrho_\varphi + \varrho'_{\varphi,} + \varrho''_{\varphi,,} \quad . \quad . \quad . \quad (1).$$

Tecknet + betyder icke här någon arithmetisk addition, utan en sammanläggning eller sammanfogning af brutna delar af ett afstånd, så att de tillsammantagna fixera en åstundad punkt. Vi benämna resultatet af denna sammanläggning *summa* och hvar och en af de brutna delarne *summander*.

Likheten (1) betyder: vägen $R_P$, brutna vägen $r_p + r'_{p_1}$ och brutna vägen $\varrho_\varphi + \varrho'_{\varphi_1} + \varrho''_{\varphi_{11}}$ äro alla tre lika såsom fixerande samma punkt $C$; eller geometriska qvantiteten $R_P$ är lika med summan af geometriska qvantiteterna $r_p$ och $r'_{p_1}$ eller $\varrho_\varphi$, $\varrho'_{\varphi_1}$ och $\varrho''_{\varphi_{11}}$ såsom fixerande en och samma punkt $C$.

Man akte sig att vid detta likhetsbegrepp fästa någon betydelse af likhet i qvantiteternas storlekar eller riktningar. Likheten betyder endast att en och samma punkt är fixerad af qvantiteterna på ömse sidor om likhetstecknet.

Vi skärskåda likheten (1) ur en annan synpunkt. Geometriska qvantiteterna $R_P$, $r'_{p_1}$ och $\varrho''_{\varphi_{11}}$ fixera alla tre samma punkt $C$. Vi hafva förutsatt för hvar och en af dem lika grundriktning och enhet; men alla tre äro hänförda till olika origon: $R_P$ till $O$, $r'_{p_1}$ till $D$ och $\varrho''_{\varphi_{11}}$ till $F$. Men för att någon likhet eller jemförelse mellan geometriska qvantiteter skall kunna uppställas, erfordras på grund af en lättinsedd nödvändighet, att deras grundbestämningar skola vara lika, d. v. s. de måste vara hänförda till samma plan, origo, grundriktning och enhet. Emedan vidare vårt mål med de geometriska qvantiteterna är att bestämma punkters lägen och hvar och en af qvantiteterna $R_P$, $r'_{p_1}$ och $\varrho''_{\varphi_{11}}$ är för oss i det afseendet af lika betydelse, så äro vi fullt berättigade att dem emellan uppställa likhet, så snart vi hänfört eller reducerat dem alla tre till ett och samma origo t. ex. $O$, då följaktligen alla deras grundbestämningar äro lika. Men $R_P$ är förut hänförd till $O$; $r'_{p_1}$ reducera vi till $O$ förmedelst geometriska qvartiteten $r_p$ genom att sätta summan $r_p + r'_{p_1}$; $\varrho''_{\varphi_{11}}$ reducera vi först till $E$ förmedelst geometriska qvantiteten $\varrho'_{\varphi_1}$ genom att sätta summan $\varrho'_{\varphi_1} + \varrho''_{\varphi_{11}}$, samt vidare denna summa till $O$ förmedelst geometriska qvantiteten $\varrho_\varphi$ genom att sätta summan $\varrho_\varphi + \varrho'_{\varphi_1} + \varrho''_{\varphi_{11}}$, då nämligen äfven $r_p$, $\varrho'_{\varphi_1}$ och $\varrho_\varphi$ äro hänförda till samma plan, grundriktning och enhet som $R_P$, $r'_{p_1}$ och $\varrho''_{\varphi_{11}}$. Likheten (1), sedd ur denna synpunkt, får då följande definition: *geometriska qvantiteter, som fixera samma punkt och äro hänförda till lika grundbestämningar, äro lika.*

Bestämningen af begreppet likhet, sedt ur denna synpunkt, är den *egentliga* och kommer att utgöra grundvalen för hela den följande theo-

rien. För att ytterligare häfda vår rättighet till uppställandet af detta likhetsbegrepp, tillämpa vi på likheten (1) tvenne kända axiomatiska satser:

I. Om man lägger lika till lika, så bli summorna lika; det vill här säga, *om man till qvantiteter, som fixera samma punkt och äro hänförda till lika grundbestämningar, lägger qvantiteter, som fixera samma punkt och äro hänförda till lika grundbestämningar*, (då nämligen plan, grundriktning och enhet äro lika hos de förra och sednare qvantiteterna), *så skola summorna fixera samma punkt och vara hänförda till lika grundbestämningar.* Ty om till $R_P = r'_{p,} + r_p$, fixerande punkten $C$ från $O$, lägges $A_T = a_t + a'_{t,}$, fixerande $C_,$ från $C$, då nämligen $A_T = CC_,$, $a_t = CD$, och $a'_{t,} = D, C_,$, så äro summorna lika, såsom fixerande samma punkt $C_,$ från $O$ eller:

$$R_P + A_T = r_p + r'_{p,} + a_t + a'_{t,} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2).$$

Denna sats innebär, såsom lätteligen inses, endast en reduktion af likheten $A_T = a_t + a'_{t,}$ till ett nytt origo $O$ från dess förra origo $C$.

II. Om man mångfaldigar lika ett lika antal gånger, så bli de mångfaldigade lika; det vill här säga: *om man mångfaldigar geometriska qvantiteter, som fixera samma punkt och äro hänförda till lika grundbestämningar ett lika antal gånger, så skola de mångfaldigade qvantiteterna fixera samma punkt och varda hänförda till lika grundbestämningar.* Således, om vi t. ex. mångfaldiga qvantiteterna i likheten (1) $m$ gånger d. v. s. $m \,.\, R_P$ och $m \,.\, (r_p + r'_{p,})$, så skall visas att de mångfaldiga qvantiteterna äro lika, d. v. s. $m \,.\, R_P = m \,.\, (r_p + r'_{p,})$. Ty om vi $m$ gånger mångfaldiga hvarje sida uti triangeln $O\,D\,C$, således $m \,.\, R_P$, $m \,.\, r_p$ och $m \,.\, r'_{p,}$, så förblir triangeln tydligen sluten (Eucl. VI: 5), då således qvantiteten $m \,.\, R_P$ och summan $m \,.\, r_p + m \,.\, r'_{p,}$ fixera samma punkt och fortfara dertill att vara hänförda till lika grundbestämningar, d. v. s. $m \,.\, R_P = m \,.\, r_p + m \,.\, r'_{p,}$. Emedan vidare en mångfaldig af en summa är = summan af samma mångfaldig af delarna (Eucl. V: 1), så följer deraf:

$$m \,.\, R_P = m \,.\, (r_p + r'_{p,}) = m \,.\, r_p + m \,.\, r'_{p,} \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

(3) gäller tydligen likaväl, då $m$ är ett brutet, som då $m$ är ett helt tal.

Denna sats innebär i sjelfva verket ingenting annat, än att vi i stället för en enhet 1 fastställt en enhet $m$ gånger så stor, hvilket på grund af förut fastställda bestämning af begreppet likhet är fullt berättigadt.

Med full insigt om riktigheten af vårt i (1) fastställda likhetsbegrepp gå vi nu att uttala en för våra räkningar särdeles vigtig axiomatisk sats, som omedelbart härledes från ofvan gifna definition på geometriska qvantiteters likhet.

III. *Vi kunna reducera en likhet till hvilka nya lika grundbestämningar som helst, utan att den någonsin upphör att vara likhet.*

Satserna I och II utgöra som vi se blott enskilda fall af denna.

## 2.

## Geometriska qvantiteters summation.

Med geometriska qvantiteters summation förstå vi de arithmetiska räkningar, hvarigenom vi kunna uttrycka en tecknad summa af geometriska qvantiteter i en enda storlek och en enda riktning, eller för att anföra det enklaste fall, bestämma geometriska qvantiteten $R_P$, då vi ha $r_p$ och $r'_{p,}$ gifna i likheten:

$$R_P = r_p + r'_{p,} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1).$$

Möjligheten att bestämma fullt tillförlitliga räknelagar för summationen ligger deri, att geometriska qvantiteter, som ingå i en likhet, bilda slutna månghörningar, hvilkas sidor och vinklar äro bestämda af de geometriska qvantiteternas storlekar och riktningar. De satser, som uti Euclids geometri äro bevisade om månghörningar, kunna derföre tillämpas på våra geometriska qvantiteter, då följaktligen de arithmetiska räkningar, som dessa satser anvisa, kunna öfverflyttas hit. För vårt närvarande behof tillämpa vi blott några satser på likheten (1).

Uti Euclids geometri betyder tecknet + arithmetiska räkningen "lägga till" (addition) och tecknet — arithmetiska räkningen "taga ifrån" (subtraktion), hvarföre vi framgent komma att med dessa tecken

beteckna nämde arithmetiska räkningar, såsom öfverflyttade på våra geometriska qvantiteter.

Anm. Man skilje mellan tecknet + i denna betydelse och tecknet + hos de geometriska qvantiteterna. Då tydligheten så fordrar, teckna vi derföre den arithmetiska summan liksom den arithmetiska skilnaden med parenthes.



I. Låt $O$ vara vårt origo och $OA$ vår grundriktning. Låt $R_p = OC$, $r_p = OB$ och $r'_p = BC$. Låt $\alpha$ mellan de gifna sidorna $r$ och $r'$ vara trubbig. Enligt Eucl. II: 12 få vi då:

$$R^2 = r^2 + r'^2 + 2r \,.\, BD \quad . \quad . \quad . \quad (2).$$

Storleken $R$ kunna vi nn beräkna genom en arithmetisk rotutdragning, så snart vi fått längden $BD$ bestämd. Vinkeln $P$ kunna vi deremot icke efter Euclides bestämma. Vi lemna derföre dessa bestämningar i sin allmännelighet till N:o 7, såsom beroende af lagar hos de geometriska qvantiteterna, som vi framdeles komma att utveckla, och fästa oss nu endast vid ett enskildt fall.

(2) gäller för alla möjliga trubbvinkliga trianglar och följaktligen äfven för dem, der $\alpha$ skiljer sig på oändligt litet från $180^0$. Men då $\alpha$ skiljer sig på oändligt litet från $180^0$, så skiljer sig $BD$ på oändligt litet från $r'$, då nemligen $r$ och $r'$ äro ändliga; och vi se att, då $\alpha = 180^0$, så är $BD = r'$, hvaraf följer med stöd af Eucl. II: 4:

$$R^2 = r^2 + r'^2 + 2r \,.\, r' = (r + r')^2$$

då således enligt I: 47 th. II:

$$R = (r + r')$$

hvilken likhet, betraktad i riktningen $p$, blir:

$$R_p = (r + r')_p \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3).$$

Likheten (1) har nu blifvit, emedan alla tre riktningarna sammanfallit till en enda $p$:

$$R_p = r_p + r'_p$$

som, sammanställd med (3) enligt Eucl. ax. 1, ger:

$$r_p + r'_p = (r + r')_p \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

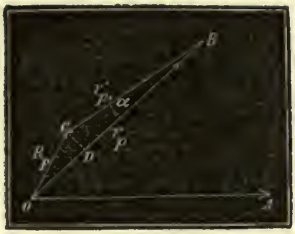
d. v. s. *summan af tvenne geometriska qvantiteter, som ha samma riktning, är = arithmetiska summan af deras storlekar med deras gemensamma riktning.*

Samma lag gäller tydligen för huru många summander som helst.

Detta inses ock omedelbart genom konstruktion. Ty den geometriska qvantitet, som skall fixera samma punkt, som summan af tvenne andra geometriska qvantiteter med samma riktning, kan till storleken icke vara annat än arithmetiska summan af deras storlekar och till riktningen icke annat än deras gemensamma riktning.

II. Låt $\alpha$ mellan $r$ och $r'$ vara spetsig, då enligt Eucl. II: 13:

$$R^2 = r^2 + r'^2 - 2r \,.\, BD \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$



Här gäller samma räsonnemang som i I. Tänka vi oss derföre en spetsvinklig triangel, der $\alpha$ skiljer sig på oändligt litet från $0^0$, så skiljer sig $BD$ på oändligt litet från $r'$, då $r$ och $r'$ äro ändliga; och då $\alpha = o^0$, så är $BD = r'$, hvaraf följer med stöd af Eucl. II: 7:

$$R^2 = r^2 + r'^2 - 2r \,.\, r' = (r - r')^2$$

då vi antaga $r > r'$, då således:

$$R = (r - r')$$

som, betraktad i riktningen $p$, blir:

$$R_p = (r - r')_p \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6).$$

Likheten (1) är nu, emedan $P = p$ och $p_1 = p + \pi$:

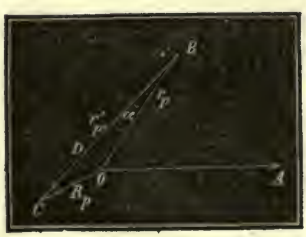
$$R_p = r_p + r'_{p+\pi}$$

som, sammanställd med (6), ger:

$$R_p + r'_{p+\pi} = (r - r')_p \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7).$$

Är deremot $r' > r$, så få vi i stället för (5):

$$R^2 = r^2 + r'^2 - 2r' \,.\, BD \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$



der för $\alpha = o^0$ $BD$ är $= r$ och således:

$$R = (r' - r)$$

som, betraktad i riktningen $p + \pi$, blir:

$$R_{p+\pi} = (r' - r)_{p+\pi} \quad . \quad . \quad . \quad (9).$$

Likheten (1) är nu, emedan $P = p + \pi$ och $p' = p + \pi$:

$$R_{p+\pi} = r_p + r'_{p+\pi}$$

som, sammanställd med (9), ger:

$$r_p + r'_{p+\pi} = (r' - r)_{p+\pi} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10).$$

Likheterna (7) och (10) betyda: *summan af tvenne geometriska qvantiteter, som skilja sig i riktning på 180°, eller som ha motsatta riktningar, är = arithmetiska skilnaden mellan deras storlekar med den större riktning.*

Riktigheten af denna sats inses äfven omedelbart genom konstruktion. En geometrisk qvantitet kan nämligen icke tänkas fixera samma punkt, som summan af tvenne andra geometriska qvantiteter med motsatta riktningar, utan att den till storleken måste vara lika med arithmetiska skilnaden mellan deras storlekar och till riktningen lika med den större summandens riktning.

Medelst dessa 2:ne lagar, uttryckta i (4), (7) och (10), erhålla vi vigtiga jemförelsepunkter mellan våra geometriska qvantiteter och algebrans positiva och negativa qvantiteter. Vi veta af algebran, att en algebraisk negativ qvantitet kan betraktas såsom resultatet af en subtraktion, der subtrahenden är större än minuenden, hvilket resultat der tecknas med — (minus) framföre; (10) antyder just en sådan subtraktion, der likväl resultatet är tecknadt med riktningen $\pi$. Således utmärker $\pi$ hos en geometrisk qvantitet på grund af (7) och (10) jemte hvad — tecknet utmärker hos en algebraisk dertill äfven riktningen 180°. Vi komma derföre i det följande att på grund af denna motsvarighet kalla riktningen $p + \pi$ negativ i förhållande till riktningen $p$, betraktad som positiv, samt storlekar i denna riktning för negativa i förhållande till storlekar i riktningen $p$, betraktade som positiva.

Vi anmärkte i början af detta N:o, att vi egde att skilja mellan tecknet + såsom ett uttryck för arithmetisk addition och tecknet + såsom uttryck för geometrisk summation. Af (4), (7) och (10) se vi nu, att det geometriska summationstecknet + omfattar såsom enskilda fall betydelsen af både + och — såsom uttryck för arithmetiska eller algebraiska räkningar.

III. Låt vinkeln mellan sidorna $r$ och $r'$ vara rät, då enligt Eucl. I: 47:

$$R^2 = r^2 + r'^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$



hvaraf följer, då vi tillsvidare med $(r^2+r'^2)^{\frac{1}{2}}$ beteckna den arithmetiska qvadratroten ur $r^2 + r'^2$:

$$R = (r + r'^2)^{\frac{1}{2}}$$

som, betraktad i riktningen $P$, blir:

$$R_P = (r^2 + r'^2)^{\frac{1}{2}}_P \quad . \quad . \quad . \quad (12).$$

Likheten (1) blir nu:

$$R_P = r_p + r'_{p+k\pi+\frac{\pi}{2}}$$

som sammanställd med (12), ger:

$$r_p + r'_{p+k\pi+\frac{\pi}{2}} = (r^2 + r'^2)^{\frac{1}{2}}_P \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13).$$

Riktningen $P$ kunna vi icke nu bestämma (se I). Men vi se att den måste vara beroende af summandernas $r_p$ och $r'_{p_1}$ storlekar och riktningar.

Likheten (13) betyder: *summan af tvenne geometriska qvantiteter, hvilka skilja sig i riktning på 90° eller 270°, är till storleken = arithmetiska qvadratroten ur arithmetiska summan af qvadraterna på r och r' samt till riktningen beroende af ifrågavarande qvantiteters storlekar och riktningar.*

Vi se att i detta fall kunna icke geometriska qvantiteter direkt hvarken "läggas till" eller "tagas ifrån" hvarandra. Vi skola längre fram se, att denna summation motsvarar den algebraiska additionen af en reel och en imaginär qvantitet.

Är $p = o$, så gälla (4), (7), (10) och (13) naturligtvis för den positiva grundriktningen; är $p = \pi$, så gälla de för den negativa.

Vi uttala till slut följande trenne för de geometriska qvantiteterna högst vigtiga satser:

1. $r_p = r'_{p_1}$, d. v. s. fixerande samma punkt, kan icke ega rum, utan att särskildt:

$$r = r' \text{ och } p = p_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

2. $r_p = r'_{p+k\pi+\frac{\pi}{2}} = o$, d. v. s. fixerande origo, kan med stöd af (13) icke ega rum, utan att särskildt:

$$r = o \text{ och } r' = o \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15)$$

3. $r_{k\pi} + r'_{k\pi+\frac{\pi}{2}} = \varrho_{k\pi} + \varrho'_{k\pi+\frac{\pi}{2}}$, der $k$ representerar

obekanta hela tal, kan med stöd af Eucl. 1: 26 icke ega rum, utan att särskildt:

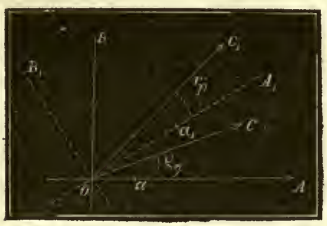
$$r_{k\pi} = \varrho_{k\pi} \text{ och } r'_{k\pi} = \varrho'_{k\pi} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (16).$$

Att $k$ måste representera tal som äro lika, särskildt hos $r$ och $\varrho$ och särskildt hos $r'$ och $\varrho'$, eller skilja sig på ett jemt tal inses omedelbart genom konstruktion.

## 3.

## Geometriska qvantiteters reduktion till en ny enhet och ny grundriktning.

I N:o 1 ha vi kallat origo, enhet och grundriktning för en geometrisk qvantitets grundbestämningar, derföre att vi måste på förhand fastställa dessa, för att den geometriska qvantiteten skall kunna vara fullt verklig till sin betydelse. Emedan desse trenne bestämningars fastställelse beror på vårt eget godtfinnande och på beskaffenheten af våra räkningar, så kunna de för särskilda qvantiteter vara olika. Det är tydligt, att qvantiteter, som ha olika grundbestämningar, måste först bringas till likhet i afseende på dem, innan de kunna bli möjliga af någon inbördes jemförelse. Vi förutsätta nu enhet och grundriktning olika. Vi skola framdeles i N:o 5 afhandla det fall, då jemte dessa, äfven origo är olika. Låt oss derföre ha tvennę axelsystemer $BoA$ och $B_1oA_1$ med samma origo $o$, olika enhet $oa$ och $oa_1$, samt olika grundriktning $oA$ och $oA_1$. Låt oss vidare ha tvenne geometriska qvantiteter $\varrho_\varphi$ och $r_p$, fixerande $C$ och $C_1$, samt hänförda till hvar sitt system. Enligt N:o 1 representeras då $C$ af $oa.\varrho_\varphi$ och $C_1$ af $oa_1.r_p$. För att dessa qvantiteter skola kunna på något sätt jemföras med hvarandra, så fordras att förhållandet mellan deras enheter och grundriktningar skall vara bestämdt. Sätta vi derföre $oa = 1$ och riktningen $oA = 0$ d. v. s. såsom grundriktning för begge qvan-

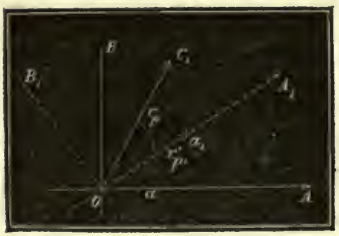


titeterna, så kan enheten $o\,a_1$ med sin riktning $o\,A_1$, i förhållande till enheten $o\,a$ med sin riktning $o\,A$ representeras af en geometrisk qvantitet $r'_{p_1}$. Punkten $C_1$, hänförd till enheten $o\,a$ och grundriktningen $o\,A$, representeras följaktligen af *produkten* $o\,a_1 . r_p = r'_{p_1} . r_p$. Vi säga nu att *vi reducerat en geometrisk qvantitet* $r_p$ *till en ny enhet* $o\,a$ *och en ny grundriktning* $o\,A$. Den förra enheten $o\,a_1$ med sin riktning $o\,A_1$, eller $r'_{p_1}$ utgör således den qvantitet, förmedelst hvilken en sådan reduktion låter verkställa sig och hvilken vi derföre understundom benämna *reduktionsqvantitet till ny enhet och grundriktning.* Uttrycket $r'_{p_1} . r_p$ visar för öfrigt den kända formen för den arithmetiska och algebraiska *multiplikationen*, hvilket räknesätt således kommer att ingå i läran om våra geometriska qvantiteter, med ofvan angifna begreppsutvidgning. Qvantiteterna $r'_{p_1}$ och $r_p$ benämnas ur denna synpunkt *faktorer* och uttrycket $r'_{p_1} . r_p$ *produkt.*

Sedan vi sålunda visat uppkomsten och betydelsen af en multiplikation med geometriska qvantiteter, ha vi att uppvisa de arithmetiska räkningar, förmedelst hvilka vi ega att utföra en sådan multiplikation. Dessa innehållas i följande sats:

*Produkten af tvenne geometriska qvantiteter* $r'_{p_1}$ *och* $r_p$ *är till storleken = arithmetiska produkten af storlekarna* $r'$ *och* $r$ *samt till riktningen = arithmetiska summan af riktningarna* $p_1$ *och* $p$, *d. v. s.* $r'_{p_1} . r_p = (r' . r)_{p_1 + p}$ *eller enklare* $= r' . r_{p_1 + p}$.

Vi låta punkten $C_1$, hänförd till enheten $o\,a_1$, och riktningen $o\,A_1$, representeras af $r_p$, då enligt ofvan $C_1$, hänförd till enheten $o\,a$ och riktningen $o\,A$, representeras af produkten $r'_{p_1} . r_p$, då nemligen $r'_{p_1}$ representerar enheten $o\,a_1$ med dess riktning $o\,A_1$ i förhållande till enheten $o\,a$ med dess riktning $o\,A$. Produkten $r'_{p_1} . r_p$ uttrycker således först att enheten $r'_{p_1}$ skall tagas $r$ gånger, hvilket just utgör arithmetiska produkten af $r'$ och $r$ i riktningen $p_1$, räknadt från $o\,A$, d. v. s. $(r' . r)_{p_1}$; sedan skall detta resultat förläggas i riktningen $p$,



räknadt från $o A_1$, hvaraf vi erhålla $(r' \cdot r)_{p_1 + p}$ eller helt enkelt tecknadt $r' \cdot r_{p_1 + p}$, då således:

$$r'_{p_1} \cdot r_p = r' \cdot r_{p_1 + p} \quad \ldots \ldots \quad (1).$$

Anm. 1:o är $p = o$ och $p_1 = \pi$, så blir

$$r_o \cdot r'_\pi = r \cdot r'_\pi$$

eller är $p = \pi$ och $p_1 = o$, så blir

$$r_\pi \cdot r'_o = r \cdot r'_\pi;$$

2:o är $p = p_1 = \pi$, så blir

$$r_\pi \cdot r'_\pi = r \cdot r'_{2\pi}.$$

Inom algebran är:

$$a \cdot (-b) = -a \cdot b$$
$$(-a) \cdot b = -a \cdot b$$
$$(-a) \cdot (-b) = +a \cdot b,$$

hvilket ytterligare ådagalägger $\pi$:*s* öfverensstämmelse till betydelsen med — tecknet i algebran.

## Följdsatser:

I. Emedan

$$r'_{p_1} \cdot r_p = r' \cdot r_{p_1 + p},$$

så är

$$r''_{p_{11}} \cdot r'_{p_1} \cdot r_p = r''_{p_{11}} \cdot r' \cdot r_{p_1 + p} = r'' \cdot r' \cdot r_{p_{11} + p_1 + p}$$

o. s. v. huru många faktorer det än må vara.

II. Emedan enligt arithmetiken faktorernas ordning i en produkt, likasom summandernas ordning i en summa, är likgiltig, så följer deraf, att det är likgiltigt, i hvilken ordning faktorerna här förekomma, ty

$$r'_{p_1} \cdot r_p = (r' \cdot r)_{p_1 + p}$$

och

$$r_p \cdot r'_{p_1} = (r \cdot r')_{p_1 + p},$$

då således

$$r'_{p'} \cdot r_{p_1} = r_p \cdot r'_{p'}.$$

Detta gäller tydligen för huru många faktorer som helst.

III. Om vi nu ha $m$ stycken lika faktorer, så teckna vi produkten $(r_p)^m$; $r_p$ säges nu vara upphöjd till $m$:te digniteten. Talet $m$, utmärkande de ingående faktorernas antal, kallas *exponent.* De arithmetiska räkningar vi ega att använda för en sådan dignitets upphöjning uttryckas medelst:

$$(r_p)^m = r_p \cdot r_p \cdot r_p \ldots . \; m \text{ stycken} = r^m_{mp} \quad . \; . \; . \quad (2)$$

d. v. s. *storleken r upphöjes till m:te digniteten och riktningen p multipliceras med m.* Detta sednare kallas att *nedmultiplicera exponenten i riktningen.*

Anm. Om $p = \pi$, så följer deraf:

$$(r_\pi)^m = r^m_{m \cdot \pi},$$

då produkten är positiv eller negativ alltefter som $m$ är jemt eller udda tal. Inom algebran är likaså:

$$(-a)^m = +a^m,$$

om $m$ är jemt, hvaremot

$$(-a)^m = -a^m,$$

då $m$ är udda tal.

IV. Om jag har en geometrisk qvantitet $r_p$, så kan jag tänka mig honom såsom produkten af två faktorer, t. ex. $\varrho'_{\varphi'}$ och $\varrho_\varphi$, således

$$r_p = \varrho'_{\varphi'} \cdot \varrho_\varphi.$$

Känner jag denna produkt samt den ena af faktorerna t. ex. $\varrho_\varphi$, så kan jag alltid beräkna den andra. Ty

$$r_p = \varrho'_{\varphi'} \cdot \varrho_\varphi = \varrho' \cdot \varrho_{\varphi' + \varphi}$$

d. v. s. enligt N:o 2 (14)

$$r = \varrho' \cdot \varrho \text{ och } p = \varphi' + \varphi$$

hvaraf följer:

$$\varrho'_{\varphi,} = \left(\frac{r}{\varrho}\right)_{p-\varphi} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

d. v. s. *den faktor* $\varrho'_{\varphi,}$, *som jemte en gifven faktor* $\varrho_{\varphi}$ *har till produkt en gifven qvantitet* $r_p$, *är till storleken* = *arithmetiska qvoten* $\frac{r}{\varrho}$ *samt till riktningen* = *arithmetiska skilnaden* $p - \varphi$.

Denna räknelag, såsom motsatt multiplikation, kallas *division*, då följaktligen $r_p$ benämnes *dividend*, $\varrho_{\varphi}$ *divisor* och $\varrho'_{\varphi,}$ *qvot*.

För enkelhetens skull kunna vi teckna:

$$\left(\frac{r}{\varrho}\right)_{p-\varphi} = \frac{r_p}{\varrho_{\varphi}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

då vi med en riktning i nämnaren alltid förstå en subtraktiv riktning i täljaren.

Anm. 1. Skulle den subtraktiva riktningen $\varphi$ vara större än $p$, så kunna vi öka $p$ med $2k\pi$, då subtraktionen låter verkställa sig, eller ock kunna vi subtrahera $p$ från $\varphi$ och afsätta resten i motsatt led från grundriktningen, hvaraf uppkommer med — tecknade eller *negativa* vinklar eller bågar. Det är likgiltigt, hvilketdera sättet jag använder, ty i begge fallen erhålles samma resultat.

Anm. 2. Sedan uppkomsten och betydelsen af negativa vinklar eller bågar blifvit i Anm. 1 ådagalagd, så är det tydligt, att vi icke vidare behöfva inskränka $k$ i $2k\pi$ att endast uttrycka ett helt positivt tal, utan det kan uttrycka hvilket helt positivt eller negativt tal som helst.

Anm. 3. Är

$$p = \pi \text{ samt } \varphi = o,$$

så följer deraf

$$\frac{r_\pi}{\varrho_o} = \left(\frac{r}{\varrho}\right)_\pi;$$

är vidare

$$p = o \text{ samt } \varphi = \pi,$$

så följer deraf

$$\frac{r_o}{\varrho_\pi} = \left(\frac{r}{\varrho}\right)_{-\pi};$$

är slutligen

$$p = \varphi = \pi,$$

så följer deraf

$$\frac{r_\pi}{\varrho_\pi} = \left(\frac{r}{\varrho}\right)_o.$$

Inom algebran återfinna vi dessa trenne fall under följande former:

$$\frac{-a}{b} = -\left(\frac{a}{b}\right);$$

$$\frac{a}{-b} = -\left(\frac{a}{b}\right);$$

$$\frac{-a}{-b} = +\left(\frac{a}{b}\right).$$

V. Om jag har en dignitet $\left(r_p\right)^m$ och jag tänker mig den ena efter den andra af de multiplikationer, som den innefattar, upphäfna, så kunna vi representera detta medelst följande teckningar:

$$\frac{\left(r_p\right)^m}{r_p} = \left(r_p\right)^{m-1}$$

$$\frac{\left(r_p\right)^m}{\left(r_p\right)^2} = \left(r_p\right)^{m-2}$$

. . . . . .

$$\frac{\left(r_p\right)^m}{\left(r_p\right)^m} = \left(r_p\right)^{m-m} = \left(r_p\right)^0.$$

Detta ger anledning till trenne slutsatser: 1:o *kan en dignitet i nämnaren tecknas som en dignitet i täljaren, men med negativ exponent:*

$$\frac{1}{\left(r_p\right)^m} = \left(r_p\right)^{-m} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

2:o *kunna vi representera 1 med hvilken qvantitet som helst med o till exponent:*

$$\left(r_p\right)^0 = 1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

3:o *kunna vi på negativa exponenter tillämpa lagen, uttryckt i (2);* ty enligt (4) är:

$$\frac{1}{(r_p)^m} = \left(\frac{1}{r^m}\right)_{-mp}$$

hvaraf följer, då vi enligt algebran teckna storleken $\left(\frac{1}{r^m}\right) = r^{-m}$:

$$\frac{1}{(r_p)^m} = (r_p)^{-m} = r^{-m}_{-mp} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

VI. Tänkes en geometrisk qvantitet $r_p$ såsom $m^{te}$ digniteten af en geometrisk qvantitet $\varrho_\varphi$, d. v. s.

$$r_p = (\varrho_\varphi)^m,$$

så kan $\varrho_\varphi$ uttryckas i $r_p$ sålunda:

$$\varrho_\varphi = (r_p)^{\frac{1}{m}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

*då jag med* $(r_p)^{\frac{1}{m}}$ *förstår en sådan qvantitet, som, upphöjd till* $m^{te}$ *digniteten, återger mig* $r_p$, *d. v. s.*

$$\left(r_p\right)^{\frac{1}{m}\,.\,m} = \left(r_p\right)^1 = r_p.$$

De arithmetiska räkningar, hvarigenom vi kunna bestämma $\varrho_\varphi$ ur $r_p$ kallas *rotutdragning*, och $\varrho_\varphi$ säges vara $m^{te}$ *rot till* $r_p$.

Vi gå att uppvisa dessa räkningar:

$$(\varrho_\varphi)^m = \varrho^m_{m\varphi} = r_p,$$

hvaraf följer:

$$\varrho^m = r, \qquad m\varphi = p,$$

hvaraf vidare följer:

$$\varrho = r^{\frac{1}{m}}, \qquad \varphi = \frac{p}{m},$$

då således:

$$\varrho_\varphi = \left(r_p\right)^{\frac{1}{m}} = r^{\frac{1}{m}}_{\frac{p}{m}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (9)$$

d. v. s. $m^{te}$ *roten ur en geometrisk qvantitet* $r_p$ *är till storleken* = $m^{te}$ *roten ur storleken* $r$ *samt till riktningen* $m^{te}$ *delen af riktningen* $p$.

Om vi betrakta riktningen $p$ i dess generalité, d. v. s. ökad med $2k\pi$, så följer deraf:

$$\varrho_\varphi = \left(r_{p+2k\pi}\right)^{\frac{1}{m}} = r^{\frac{1}{m}}_{\frac{p+2k\pi}{m}} \quad \ldots \quad (10).$$

Vi se att $\varrho_\varphi$ har olika riktningar för $k = o$, $k = 1$, $k = 2$ o. s. v. ända till $k = m - 1$, hvaraf vi sluta, *att en geometrisk qvantitet* $r_p$ *har generelt* $m$ *stycken* $m^{te}$ *rötter, men specielt för* $k = o$ *blott en enda*, hvilken kallas *principalrot.*

Anm. Inom algebran ha vi qvadratroten ur en positiv qvantitet $a = \pm \sqrt{a}$; detta motsvaras här af:

$$\left(r_{2k\pi}\right)^{\frac{1}{2}} = r^{\frac{1}{2}}_{k\pi},$$

der vi för $k = o$ få:

$$r^{\frac{1}{2}}_{o}$$

och för $k = 1$:

$$r^{\frac{1}{2}}_{\pi}.$$

Vidare ha vi inom algebran qvadratroten ur en negativ qvantitet $-a = \pm \sqrt{-a} = \pm \sqrt{a} \cdot \sqrt{-1}$, hvilket här motsvaras af:

$$\left(r_{\pi+2k\pi}\right)^{\frac{1}{2}} = r^{\frac{1}{2}}_{\frac{\pi(1+2k)}{2}},$$

som för $k = o$ blir:

$$r^{\frac{1}{2}}_{\frac{\pi}{2}}$$

samt för $k = 1$:

$$r^{\frac{1}{2}}_{\frac{3\pi}{2}}.$$

Algebrans imaginära qvantiteter motsvaras således af geometriska qvantiteter i den positiva och negativa vinkelräta riktningen.

VII. Vi ha enligt (9):

$$\left(r_p\right)^{\frac{1}{m}} = r^{\frac{1}{m}}_{\frac{p}{m}}$$

och om vi tänka oss dessa qvantiteter upphöjda till $n^{te}$ digniteten, så följer deraf:

$$\left(r_p\right)^{\frac{n}{m}} = \left(r^{\frac{1}{m}}_{\frac{p}{m}}\right)^n = r^{\frac{n}{m}}_{\frac{np}{m}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

hvaraf vi se, *att samma lag gäller för brutna exponenter, som för hela positiva och negativa.*

Betrakta vi i (11) riktningen $p$ såsom generell, så få vi:

$$\left(r_{p+2k\pi}\right)^{\frac{n}{m}} = r^{\frac{n}{m}}_{\frac{n}{m}\cdot(p+2k\pi)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

I detta fall få vi tydligen äfven $m$ olika värden på riktningen; hvilket visar, att *en geometrisk qvantitet med bruten exponent lemnar generelt lika många värden på riktningen, som nämnaren i exponenten innehåller enheter.*

Anm. I (12) och öfverallt, der vi använda bråk-exponenter, anse vi bråket bragt till sin enklaste form, d. v. s. täljare och nämnare få icke innehålla någon gemensam faktor.

Föregående formler äro tydligen sanna, äfven om $m$ och $n$ äro endera negativa, i följd hvaraf vi kunna representera alla i det föregående rörande exponenter utvecklade lagar medelst teckningen:

$$\left(r_{p+2k\pi}\right)^{\mu} = r^{\mu}_{\mu\,(p+2k\pi)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (13)$$

der vi med $\mu$ representera ett positivt eller negativt helt eller brutet tal.

VIII. Om vi med $\mu$ $\mu_{,}$, $\mu_{,,}$ o. s. v. representera positiva eller negativa hela eller brutna tal, så låter med användande af föregående lagar bevisa sig att:

$$\left(r_p\right)^{\mu} \cdot \left(r_p\right)^{\mu_{,}} \cdot \left(r_p\right)^{\mu_{,,}} \ldots = \left(r_p\right)^{\mu+\mu_{,}+\mu_{,,}\ldots} \quad \ldots \quad (14)$$

samt att:

$$\left[\left\{\left(r_p\right)^{\mu}\right\}^{\mu_{,}}\right]^{\mu_{,,}\ldots} = \left(r_p\right)^{\mu.\mu_{,}.\mu_{,,}\ldots} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (15)$$

IX. Vi gå nu att undersöka uttryck af formen:

$$\left\{r_p \cdot r'_{p_{,}}\right\}^{\mu},$$

der $\mu$ har ofvannämnda betydelse.

1:o $\mu = m$, ett helt positivt tal, hvaraf följer med stöd af II:

$$\left(r_p \cdot r'_{p_1}\right)^m = \left(r_p \cdot r'_{p_1}\right)\left(r_p \cdot r'_{p_1}\right) \ldots m \text{ stycken} = \left(r_p\right)^m \cdot \left(r'_{p_1}\right)^m \ldots (16)$$

2:o $\mu = m$, ett helt negativt tal, hvaraf följer enligt V:

$$\left(r_p \cdot r'_{p_1}\right)^{-m} = \frac{1}{\left(r_p \cdot r'_{p_1}\right)^m} = \frac{1}{\left(r_p\right)^m \cdot \left(r'_{p_1}\right)^m}$$

$$= \left(r_p\right)^{-m} \cdot \left(r'_{p_1}\right)^{-m} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (17)$$

3:o $\mu = \frac{1}{m}$, då $m$ är ett helt positivt eller negativt tal, hvaraf följer, om vi kalla:

$$\left(r_p\right)^{\frac{1}{m}} = \varrho_\varphi, \qquad \left(r'_{p_1}\right)^{\frac{1}{m}} = \varrho'_{\varphi_1},$$

då således:

$$r_p = \left(\varrho'_{\varphi_1}\right)^m, \qquad r'_{p_1} = \left(\varrho'_{\varphi_1}\right)^m;$$

$$\left(r_p \cdot r_{p_1}\right)^{\frac{1}{m}} = \left\{\left(\varrho_\varphi\right)^m \cdot \left(\varrho_{\varphi_1}\right)^m\right\}^{\frac{1}{m}} = \left(\varrho_\varphi \cdot \varrho_{\varphi_1}\right)^{m \cdot \frac{1}{m}}$$

$$= \varrho_\varphi \cdot \varrho'_{\varphi_1} = \left(r_p\right)^{\frac{1}{m}} \cdot \left(r'_{p_1}\right)^{\frac{1}{m}} \quad \ldots\ldots \quad (18)$$

4:o $\mu = \frac{n}{m}$, $m$ och $n$ hela tal, endera eller begge på samma gång positiva eller negativa:

$$\left(r_p \cdot r'_{p_1}\right)^{\frac{n}{m}} = \left\{\left(r_p\right)^{\frac{1}{m}} \cdot \left(r'_{p_1}\right)^{\frac{1}{m}}\right\}^n = \left(r_p\right)^{\frac{n}{m}} \cdot \left(r'_{p_1}\right)^{\frac{n}{m}} \ldots (19).$$

Dessa fyra fall kunna vi nu sammanfatta till ett och representera medelst formeln:

$$\left(r_p \cdot r'_{p_1}\right)^\mu = \left(r_p\right)^\mu \cdot \left(r'_{p_1}\right)^\mu \quad \ldots\ldots \quad (20).$$

Det är tydligt att detta gäller för huru många faktorer som helst.

X. Emedan de räknelagar, som innehållas i följdsatserna III—VII utgöra omedelbara härledningar af lagen för enhets- och grundriktnings-reduktionen och följaktligen sjelfva icke kunna vara annat än särskilda slags enhets- och grundriktnings-reduktioner, så ega vi full rätt med stöd af N:o 1 ax. III, att på en geometrisk likhet verkställa hvilka räkningar som helst, som innehållas i dessa satser. Således kunna vi, i öfverensstämmelse med lagen för algebraiska eqva-

tioner, på ömse sidor om likhetstecknet multiplicera och dividera med lika geometriska qvantiteter, upphöja till lika dignitet med positiv eller negativ exponent, utdraga lika rot och i allmänhet att upphöja till lika potens vare sig med hel eller bruten, positiv eller negativ exponent.

## 4.

Vi gå nu att bevisa en annan vigtig sats, hvarpå de geometriska qvantiteternas polynomräkningar grunda sig. Den lyder:

*Produkten af en geometrisk qvantitet och tvenne geometriska qvantiteters summa är = summan af produkterna af nämnde qvantitet med hvar och en af summanderna, d. v. s.*

$$\varrho_{\varphi} \cdot \left\{ r_{p} + r'_{p'} \right\} = \varrho_{\varphi} \cdot r_{p} + \varrho_{\varphi} \cdot r'_{p'}.$$



Sätt:

$$r_{p} + r'_{p'} = R_{P},$$

hvaraf följer enligt N:o 3, X:

$$\varrho_{\varphi} \cdot \left\{ r_{p} + r'_{p'} \right\} = \varrho_{\varphi} \cdot R_{P}$$
$$= \varrho \cdot R_{P+\varphi} \quad \ldots \quad (1).$$

Men enligt N:o 1 (3) är:

$$\varrho \cdot R_{P} = \varrho \cdot r_{p} + \varrho \cdot r'_{p'}.$$

Låt $OC$ representera $\varrho \cdot R_{P}$, $OB$ $\varrho \cdot r_{p}$ samt $BC$ $\varrho \cdot r'_{p'}$. Vrid triangeln $OBC$ en vinkel $\varphi$, hvaraf följer, att $OC_{,} = \varrho \cdot R_{P+\varphi}$ och $OB_{,} = \varrho \cdot r_{p+\varphi}$. Det är lätt se, det äfven $B_{,}C_{,}$ är $= \varrho \cdot r'_{p',+\varphi}$, om vi genom $O$ draga tvenne med $BC$ och $B_{,}C_{,}$ parallela linier. Alltså är:

$$\varrho \cdot R_{P+\varphi} = \varrho \cdot r_{p+\varphi} + \varrho \cdot r'_{p',+\varphi} = \varrho_{\varphi} \cdot r_{p} + \varrho_{\varphi} \cdot r'_{p'},$$

som, jemförd med (1), ger:

$$\varrho_{\varphi} \cdot \left\{ r_{p} + r'_{p'} \right\} = \varrho_{\varphi} \cdot r_{p} + \varrho_{\varphi} \cdot r'_{p'} \quad \ldots \quad (2).$$

Följdsatser:

I. Om

$$\varrho_{\varphi} = a_{\alpha} + b_{\beta},$$

så följer deraf:

$$(a_{\alpha} + b_{\beta})\,(r_p + r'_{p_1}) = (a_{\alpha} + b_{\beta})\,r_p + (a_{\alpha} + b_{\beta})\,r'_{p_1}$$
$$= a_{\alpha} \cdot r_p + b_{\beta} \cdot r_p + a_{\alpha} \cdot r'_{p_1} + b_{\beta} \cdot r'_{p_1} \quad . \quad . \quad . \quad (3).$$

Lagen är lätt att tillämpa på huru många qvantiteter som helst.

Är

$$a_{\alpha} = r_p \text{ och } b_{\beta} = r'_{p_1},$$

så blir (3):

$$(r_p + r'_{p_1})^2 = (r_p)^2 + 2\,r_p \cdot r'_{p_1} + (r'_{p_1})^2 \quad . \quad . \quad . \quad (4).$$

II. Det är sjelfklart, att Newtons Binomial-theorem i hela dess utsträckning gäller för våra geometriska qvantiteter likaväl, som för de algebraiska, då således:

$$(r_p + r'_{p_1})^m = (r_p)^m + \tfrac{m}{1}\,(r_p)^{m-1} \cdot (r'_{p_1})$$
$$+ \tfrac{m.(m-1)}{1\,.\,2}\,(r_p)^{m-1} \cdot (r'_{p_1})^2 + \text{o. s. v.}$$

vare sig $m$ är positivt eller negativt, helt eller brutet tal.

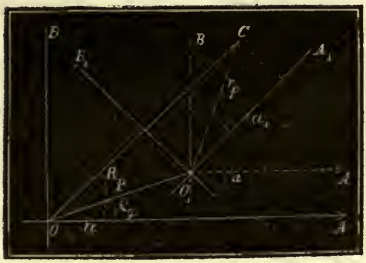
III. Det är vidare sjelfklart, att de polynomräkningar, som förekomma inom algebran och grunda sig på multiplikationen, äfven gälla för de geometriska qvantiteterna. Vi förbigå dem såsom nog vidlyftiga att här anföra.

## 5.

## Geometriska qvantiteters reduktion till nytt origo på samma gång som till ny enhet och ny grundriktning.

Om jag har en punkt $C$ i planet, hänförd till ett axelsystem $B, o, A_1$, d. v. s. till ett origo $o$, och en grundriktning $o, A$, samt till en enhet $o, a_1$, så kunna vi representera dess läge med en geometrisk qvantitet $r_p$. Vilja vi ha samma punkt $C$ hänförd till ett nytt axel-

system $B\,o, A$ och en ny enhet $o, a$, så veta vi af N:o 3, att om enheten $o, a$, med dess riktning $o, A$, i förhållande till enheten $o, a$ med dess riktning $o, A$ är $= r'_{p,}$, så representeras punkten $C$ i förhållande till dessa tvenne nya grundbestämningar af produkten $r'_{p,} \cdot r_p$. Om vidare i förhållande till axelsystemet $B\,o\,A$, parallelt med det nya axelsystemet $B\,o, A$, samt i förhållande till enheten $o\,a = o, a = 1$, origo $o$, representeras af $\varrho_\varphi$ och punkten $C$ af $R_P$, hvarigenom således $R_P$ och $r_p$ äro hänförda till lika grundbestämningar, så erhålla vi på grund af den i N:o 1 framställda bestämningen af begreppet likhet:



$$R_P = \varrho_\varphi + r'_{p,} \cdot r_p \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

hvilket uttryck således representerar *en reduktion till nytt origo på samma gång som till ny enhet och ny grundriktning.*

Anm. $\varrho_\varphi$ utgör här den qvantitet, förmedelst hvilken $r_p$ reduceras till nytt origo, liksom enligt N:o 3 $r'_{p,}$ utgör den qvantitet, förmedelst hvilken $r_p$ reduceras till ny enhet och ny grundriktning, och kan derföre lämpligen kallas *reduktions-qvantitet till nytt origo.* Denna reduktions-qvantitet, hvilken här framstår i form af *summand*, måste tydligen vara hänförd till samma enhet och grundriktning, som den eller de öfriga summanderna i summan.

## Följdsatser:

I. Vi kunna vidare underkasta $R_P$ en reduktion till nya grundbestämningar på samma sätt som $r_p$ i (1), hvaraf följer, då vi för symetriens skull punktera $R_P$ och $\varrho_\varphi$ och låta $R''_{P,,}$ $\varrho''_{\varphi,,}$ $r''_{p,,}$ beteckna mot $R_P$ $\varrho_\varphi$ och $r'_{p,}$ i (1) svarande qvantiteter:

$$R''_{P,,} = \varrho''_{\varphi,,} + r''_{p,,} \cdot R'_{P,} = \varrho''_{\varphi,,} + r''_{p,,} \cdot \left\{ \varrho'_{\varphi,} + r'_{p,} \cdot r_p \right\}$$

$$= \varrho''_{\varphi,,} + r''_{p,,} \cdot \varrho'_{\varphi,} + r''_{p,,} \cdot r'_{p,} \cdot r_p$$

Verkställa vi dylika reduktioner upprepade gånger, så få vi såsom resultatet af den $n^{te}$ i ordningen:

$$R^{(n)}_{P_{(n)}} = \varrho^{(n)}_{\varphi(n)} + r^{(n)}_{p(n)} \cdot \varrho^{(n-1)}_{\varphi(n-1)} + r^{(n)}_{p(n)} \cdot r^{(n-1)}_{p(n-1)} \cdot \varrho^{(n-2)}_{\varphi(n-2)} + \ldots .$$

$$+ r^{(n)}_{p(n)} \cdot r^{(n-1)}_{p(n-1)} \ldots r'''_{p'''} \cdot r''_{p''} \cdot \varrho'_{p'} + r^{(n)}_{p(n)} \cdot r^{(n-1)}_{p(n-1)} \ldots . r'''_{p''} \cdot r'_{p'} \cdot r_{p} \quad \ldots (2)$$

II. Af (2) följer omedelbart, om vi sätta:

$$r^{(n)}_{p(n)} = r^{(n-1)}_{p(n-1)} = \ldots = r'''_{p''} = r'_{p'} = r_{p},$$

$$R^{(n)}_{P_{(n)}} = \varrho^{(n)}_{\varphi(n)} + r_p \cdot \varrho^{(n-1)}_{\varphi(n-1)} + (r_p)^2 \cdot \varrho^{(n-2)}_{\varphi(n-2)} + \ldots .$$

$$+ (r_p)^{n-1} \cdot \varrho_{\varphi'} + (r_p)^{n+1} \ldots \ldots \quad (3)$$

(3) visar den kända formen af en $(n+1)$:ta grads eqvation, der termen näst den sista blifvit bortskaffad. Emedan det alltid är möjligt, att bortskaffa ifrågavarande term ur en eqvation, så ha vi i (3) den geometriska betydelsen gifven på en $(n+1)$:ta grads eqvation, bestående af geometriska qvantiteter. En sådan eqvation uttrycker således $n$ stycken reduktioner till nya grundbestämningar (enhet, grundriktning och origo), der alla reduktions-qvantiteterna $r'_{p'}$, $r''_{p''}$ o. s. v. äro lika sinsemellan och lika med geometriska qvantiteten $r_p$. I enlighet med konstruktionssättet af ofvanstående figur kunna vi derföre uppvisa den geometriska betydelsen af hvarje i en sådan eqvation ingående qvantitet.

III. Är i (2)

$$r^{(n)} = r^{(n-1)} = \ldots = r'' = r' = 1,$$

så följer deraf:

$$R^{(n)}_{P_{(n)}} = \varrho^{(n)}_{\varphi(n)} + 1_{p(n)} \cdot \varrho^{(n-1)}_{\varphi(n-1)} + 1_{p(n)+p(n-1)} \cdot \varrho^{(n-2)}_{\varphi(n-2)}$$

$$+ 1_{p(n)+p(n-1)+p(n-2)} \cdot \varrho^{(n-3)}_{\varphi(n-3)} + \ldots . + 1_{p(n)+p(n-1)+\ldots+p'''+p''} \cdot \varrho'_{\varphi'}$$

$$+ 1_{p(n)+p(n-1)+\ldots+p''+p'} \cdot r_p \quad \ldots \ldots \quad (4)$$

(4) representerar således resultatet af $n$ stycken reduktioner till nya grundriktningar och nya origon (koordinat-transformationer). Är $n=1$, så blir (4), om vi underlåta att punktera $R_P$ och $\varrho_\varphi$:

$$R_P = \varrho_\varphi + 1_{p'} \cdot r_p \ldots \ldots \quad (5)$$

(5) representerar hvad vi i plana analytiska geometrien förstå med *en transformation af rätvinkliga koordinater.*

IV. På grund af N:o 1 ax. III samt med stöd af N:o 3 X kunna vi nu på en geometrisk likhet verkställa hvilka reduktioner som helst till ny enhet, ny grundriktning och nytt origo. Om vi tillika erinra oss från N:o 2 att en summa i allmänhet $r_p + r_{p+\pi} = o$, så kunna vi förvandla likheten (1) i:

$$\frac{R_P + \varrho_{\varphi+\pi}}{r'_{p'}} = r_p \quad \ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

hvilket innebär en öfvergång från $R_P$:s till $r_p$:s grundbestämningar. Vi kunna tydligen på samma sätt i (2), (3) och (4) göra en öfvergång från $R^{(n)}_{P_{(n)}}$:s till $r_p$:s grundbestämningar.

Slutligen få vi anmärka tvenne för våra reduktioner särdeles vigtiga satser, hvilka äro sjelfklara på grund af de begrepp vi i det föregående utvecklat:

1. *Sättet huru vi räkna våra positiva riktningar och positiva bågar kan, såsom beroende af fastställelsen af våra grundbestämningar, vara hvilket som helst, blott det är ett och detsamma under hela loppet af en företagen räkning.*

2. *Vid våra reduktioner till lika grundbestämningar räkna vi våra riktningar och bågar från de nya grundbestämningarna till de gamla och icke tvertom.*

## 6.

Alla de räknelagar vi i det föregående framställt, motsvara de inom algebran s. k. *algebraiska lagarna.* De räknelagar åter, som vi i det följande N:o 6 och N:o 8 komma att framställa, hvilka angå *riktningar* och *exponenter*, motsvara mathematikens *transcendenta lagar.* Räknelagarna för *riktningar* kallas: *trigonometriska* och *cyklometriska*, de för *exponenter: exponentiella* och *logarithmiska.*

# A.

## De trigonometriska lagarna.

De trigonometriska räknelagarna ha till mål, att ur riktningar såsom gifna och bekanta bestämma storlekar, som af dem äro beroende. Dessa lagar hvila, ytterst på följande på grund af N:o 3 fullt klara sats:

$$1_o \cdot r_p = r_o \cdot 1_p \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

d. v. s. *vi kunna betrakta en geometrisk qvantitets riktning såsom tillhörande hans enhet*, då vi följaktligen kunna studera geometriska qvantiteters riktningar oberoende af deras föränderliga storlekar. Vi gripa oss derföre an med att studera uttryck af formen $1_p$.

Om vi sätta $1_p$ = summan af tvenne geometriska qvantiteter, hvaraf den ena ligger i den positiva eller negativa grundriktningen och den andra i den positiva eller negativa vinkelräta riktningen, så erhålla vi:

$$1_p = \varrho_{k\pi} + \varrho'_{k\pi+\frac{\pi}{2}}.$$

Vi kalla $\varrho_{k\pi}$ *Cosinus för* $p$, tecknad:

$$\text{Cos } p$$

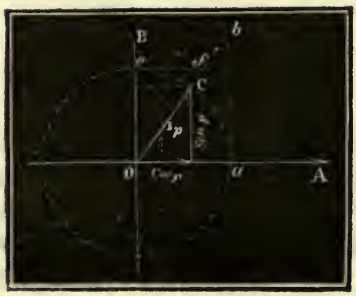
samt $\varrho'_{k\pi}$ *Sinus för* $p$, tecknad:

$$\text{Sin } p,$$

då således:

$$1_p = \text{Cos } p + \text{Sin } p_{\frac{\pi}{2}} \quad \ldots\ldots \quad (2).$$

Med stöd af N:o 2 (12) erhålla vi:




$$1_0 = (\text{Cos}^2 p + \text{Sin}^2 p)^{\frac{1}{2}}_0,$$

hvaraf följer:

$$1 = \text{Cos}^2 p + \text{Sin}^2 p \quad \ldots \quad (3).$$

Af (3) följer omedelbart:

$$\left.\begin{aligned} \text{Cos } p &= (1 - \text{Sin}^2 p)^{\frac{1}{2}}_{k\pi} \\ \text{Sin } p &= (1 - \text{Cos}^2 p)^{\frac{1}{2}}_{k\pi} \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (4)$$

Vanligen tecknas (4):

$$\text{Cos } p = \pm \sqrt{1 - \text{Sin}^2 p}$$

$$\text{Sin } p = \pm \sqrt{1 - \text{Cos}^2 p}$$

För hvarje punkt af cirkel-periferien se vi att följande förhållande eger rum:

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{Cos}(-p) &= \operatorname{Cos} p \\ \operatorname{Sin}(-p) &= -\operatorname{Sin} p \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (5).$$

Med stöd af (5), af lagen uttryckt i N:o 4 samt af riktningen $\pi$:s öfverensstämmelse till betydelsen med tecknet — härleda vi med lätthet följande satser:

$$1_{\frac{\pi}{2}} \cdot 1_{\pm p} = 1_{\frac{\pi}{2}} \cdot (\operatorname{Cos} p \pm \operatorname{Sin} p_{\frac{\pi}{2}}) = \operatorname{Cos} p_{\frac{\pi}{2}} \mp \operatorname{Sin} p;$$

vidare

$$1_{\frac{\pi}{2}} \cdot 1_{\pm p} = 1_{\frac{\pi}{2} \pm p} = \operatorname{Cos}\left(\tfrac{\pi}{2} \pm p\right) + \operatorname{Sin}\left(\tfrac{\pi}{2} \pm p\right)_{\frac{\pi}{2}},$$

som genom jemförelse gifva enligt N:o 2 (16):

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{Cos}\left(\tfrac{\pi}{2} \pm p\right) &= \mp \operatorname{Sin} p \\ \operatorname{Sin}\left(\tfrac{\pi}{2} \pm p\right) &= \operatorname{Cos} p \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (6).$$

På samma sätt finna vi:

$$1_{\pi} \cdot 1_{\pm p} = 1_{\pi} (\operatorname{Cos} p \pm \operatorname{Sin} p_{\frac{\pi}{2}}) = -\operatorname{Cos} p \mp \operatorname{Sin} p_{\frac{\pi}{2}}$$

vidare

$$1_{\pi} \cdot 1_{\pm p} = 1_{\pi \pm p} = \operatorname{Cos}(\pi \pm p) + \operatorname{Sin}(\pi \pm p)_{\frac{\pi}{2}},$$

hvaraf följer:

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{Cos}(\pi \pm p) &= -\operatorname{Cos} p \\ \operatorname{Sin}(\pi \pm p) &= \mp \operatorname{Sin} p \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (7).$$

Slutligen finna vi på samma sätt:

$$1_{\frac{3\pi}{2}} \cdot 1_{\pm p} = 1_{\frac{3\pi}{2}} \cdot (\operatorname{Cos} p \pm \operatorname{Sin} p_{\frac{\pi}{2}}) = -\operatorname{Cos} p_{\frac{\pi}{2}} \pm \operatorname{Sin} p$$

vidare

$$1_{\frac{3\pi}{2}} \cdot 1_{\pm p} = 1_{\frac{3\pi}{2} \pm p} = \operatorname{Cos}\left(\tfrac{3\pi}{2} \pm p\right) + \operatorname{Sin}\left(\tfrac{3\pi}{2} \pm p\right)_{\frac{\pi}{2}},$$

hvaraf följer:

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{Cos}\left(\tfrac{3\pi}{2} \pm p\right) &= \pm \operatorname{Sin} p \\ \operatorname{Sin}\left(\tfrac{3\pi}{2} \pm p\right) &= -\operatorname{Cos} p \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (8).$$

Man har kallat $\frac{\text{Sin } p}{\text{Cos } p}$ *tangenten för* $p$, tecknad tang $p$ eller tg $p$, samt $\frac{\text{Cos } p}{\text{Sin } p}$ *Cotangenten för* $p$, tecknad Cotang $p$ eller Cotg $p$; och kunna tg $p$ och Cotg $p$ med stöd af Eucl. VI: 4 till sina storlekar representeras af längderna $a\,b$ och $e\,f$. Af formlerna (6), (7) och (8) erhålla vi då:

$$\left.\begin{aligned} \text{tg}\left(\tfrac{\pi}{2} \pm p\right) &= \mp \text{ Cotg } p \\ \text{Cotg}\left(\tfrac{\pi}{2} \pm p\right) &= \mp \text{ tg } p \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (9)$$

$$\left.\begin{aligned} \text{tg}\,(\pi \pm p) &= \pm \text{ tg } p \\ \text{Cotg}\,(\pi \pm p) &= \pm \text{ Cotg } p \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (10)$$

$$\left.\begin{aligned} \text{tg}\left(\tfrac{3\pi}{2} \pm p\right) &= \mp \text{ Cotg } p \\ \text{Cotg}\left(\tfrac{3\pi}{2} \pm p\right) &= \mp \text{ tg } p \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (11).$$

Cos och Sin, tg och Cotg kallas *trigonometriska linier*. Någon ytterligare framställning af relationer mellan dessa linier samt betydelsen af *Secant* och *Cosecant* förbigå vi såsom liggande utom målet för denna afhandling.

Med stöd af dessa förutskickade formler öfvergå vi till framställningen af de vigtigaste satser inom trigonometrien.

I. Vi hafva enligt (1) och (2) samt N:o 1 (3):

$$r_p = r \cdot 1_p = r\left(\text{Cos } p + \text{Sin } p_{\frac{\pi}{2}}\right) = r \text{ Cos } p + \text{Sin } p_{\frac{\pi}{2}} \quad \ldots \quad (12).$$

Anm. Jemför följande bekanta uttryck:

$$r\, e^{p\sqrt{-1}} = r\,(\text{Cos } p + \sqrt{-1}\ \text{Sin } p).$$

Vidare kunna vi sätta:

$$r_p = a_{k\pi} + b_{k\pi \pm \frac{\pi}{2}} \quad \ldots\ldots \quad (13).$$

Om vi sammanställa (12) och (13), så erhålla vi med stöd af N:o 2 (16):

$$\left.\begin{aligned} a_{k\pi} &= r \text{ Cos } p \\ b_{k\pi} &= r \text{ Sin } p \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (14)$$

$a_{k\pi}$ eller $r$ Cos $p$ kallas $r_p$:s *projektion på grundriktningen* och $b_{k\pi}$ eller $r$ Sin $p$ kallas $r_p$:s *projektion på den vinkelräta riktningen.*

Med begagnande af (12) erhålla vi vidare:

$$r_p + r'_{p_,} = r \operatorname{Cos} p + r \operatorname{Sin} p_{\frac{\pi}{2}} + r' \operatorname{Cos} p_, + r' \operatorname{Sin} p_{,\frac{\pi}{2}}$$

$$= r \operatorname{Cos} p + r' \operatorname{Cos} p_, + (r \operatorname{Sin} p + r' \operatorname{Sin} p_,)_{\frac{\pi}{2}} \quad \ldots (15).$$

I (15) säga vi *att vi projicierat summan* $r_p + r'_{p_,}$ *på ett rätvinkligt axelsystem.* Vi kunna tydligen enligt (15) projiciera en summa bestående af huru många summander som helst.

Ha vi likheten:

$$r_p + r'_{p_,} = \varrho_\varphi + \varrho'_{\varphi_,},$$

så erhålla vi enligt (15) genom projicering:

$$r \operatorname{Cos} p + r' \operatorname{Cos} p_, + (r \operatorname{Sin} p + r' \operatorname{Sin} p_,)_{\frac{\pi}{2}}$$

$$= \varrho \operatorname{Cos} \varphi + \varrho' \operatorname{Cos} \varphi_, + (\varrho \operatorname{Sin} \varphi + \varrho' \operatorname{Sin} \varphi_,)_{\frac{\pi}{2}}$$

hvilken likhet enligt N:o 2 (16) sönderfaller i:

$$\left.\begin{aligned} r \operatorname{Cos} p + r' \operatorname{Cos} p_, &= \varrho \operatorname{Cos} \varphi + \varrho' \operatorname{Cos} \varphi_, \\ r \operatorname{Sin} p + r' \operatorname{Sin} p_, &= \varrho \operatorname{Sin} \varphi + \varrho' \operatorname{Sin} \varphi_, \end{aligned}\right\} \quad \ldots (16)$$

d. v. s. *geometriska qvantiteter, som fixera samma punkt, ha projektionerna på ett rätvinkligt axelsystem lika.* Detta gäller tydligen för huru många qvantiteter som helst.

Ha vi slutligen likheten:

$$r_p + r'_{p_,} + r''_{p_{,,}} + \ldots = o$$

så erhålla vi, om vi projiciera, med stöd af N:o 2 (15):

$$\left.\begin{aligned} r \operatorname{Cos} p + r' \operatorname{Cos} p_, + r'' \operatorname{Cos} p_{,,} + \ldots &= o \\ r \operatorname{Sin} p + r' \operatorname{Sin} p_, + r'' \operatorname{Sin} p_{,,} + \ldots &= o \end{aligned}\right\} \quad \ldots (17)$$

d. v. s. *geometriska qvantiteter, som fixera origo sjelft, ha projektionerna på de rätvinkliga axlarna* $= o$.




II. Låt $A\,B\,C$ vara en triangel, hvars vinklar äro $\alpha$, $\beta$, $\gamma$; låt $D\,C$ vara vinkelrät mot den utdragna $A\,B$ samt $B\,E$ vinkelrät mot $A\,C$. Med stöd af (14) och (7) finna vi då:

$$AC \operatorname{Sin} \alpha = BC \operatorname{Sin} (\pi - \beta)$$
$$= BC \operatorname{Sin} \beta = DC$$

hvaraf följer:

$$\frac{A\,C}{\mathrm{Sin}\,\beta} = \frac{B\,C}{\mathrm{Sin}\,\alpha}.$$

Vidare är:

$$A\,B\,\mathrm{Sin}\,\alpha = B\,C\,\mathrm{Sin}\,\gamma = B\,E,$$

hvaraf följer:

$$\frac{A\,B}{\mathrm{Sin}\,\gamma} = \frac{B\,C}{\mathrm{Sin}\,\alpha},$$

då således:

$$\frac{A\,B}{\mathrm{Sin}\,\gamma} = \frac{A\,C}{\mathrm{Sin}\,\beta} = \frac{B\,C}{\mathrm{Sin}\,\alpha}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (18)$$

d. v. s. *uti en triangel är hvarje sida i lika proportion till sinus för dess motstående vinkel.*

III. Vi veta af föregående samt N:o 4 att:

$$1_p \cdot 1_{p_1} = (\mathrm{Cos}\,p + \mathrm{Sin}\,p_{\frac{\pi}{2}}) \cdot (\mathrm{Cos}\,p_1 + \mathrm{Sin}\,p_{1\frac{\pi}{2}})$$

$$= \mathrm{Cos}\,p\,\mathrm{Cos}\,p_1 + (\mathrm{Cos}\,p\,\mathrm{Sin}\,p_1 + \mathrm{Sin}\,p\,\mathrm{Cos}\,p_1)_{\frac{\pi}{2}} + \mathrm{Sin}\,p\,\mathrm{Sin}\,p_{1\pi};$$

vidare är enligt N:o 3:

$$1_p \cdot 1_{p_1} = 1_{p+p_1} = \mathrm{Cos}\,(p + p_1) + \mathrm{Sin}\,(p + p_1)_{\frac{\pi}{2}}.$$

Om vi jemföra dessa två likheter, så erhålla vi med stöd af N:o 2 (16):

$$\left.\begin{aligned} \mathrm{Cos}\,(p + p_1) &= \mathrm{Cos}\,p\,\mathrm{Cos}\,p_1 - \mathrm{Sin}\,p\,\mathrm{Sin}\,p_1 \\ \mathrm{Sin}\,(p + p_1) &= \mathrm{Cos}\,p\,\mathrm{Sin}\,p_1 + \mathrm{Sin}\,p\,\mathrm{Cos}\,p_1 \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad (19).$$

På samma sätt få vi med iakttagande af (5):

$$\left.\begin{aligned} \mathrm{Cos}\,(p - p_1) &= \mathrm{Cos}\,p\,\mathrm{Cos}\,p_1 + \mathrm{Sin}\,p\,\mathrm{Sin}\,p_1 \\ \mathrm{Sin}\,(p - p_1) &= \mathrm{Sin}\,p\,\mathrm{Cos}\,p_1 - \mathrm{Cos}\,p\,\mathrm{Sin}\,p_1 \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad (20).$$

Af (19) och (20) ha vi således lärt oss *uttrycka Cos och Sin för summan af eller skilnaden mellan tvenne bågar i Cos och Sin för bågarna sjelfva.*

Vi kunna tydligen enligt (19) uttrycka Cos och Sin för summan af hvilket antal bågar som helst i Cos och Sin för bågarna sjelfva.

Vi se med lätthet att:

$$(1_p)^m = (\mathrm{Cos}\,p + \mathrm{Sin}\,p_{\frac{\pi}{2}})^m = 1_{mp} = \mathrm{Cos}\,mp + \mathrm{Sin}\,m\,p_{\frac{\pi}{2}}.$$

Enligt binomial-theoremet är:

$$(\operatorname{Cos} p + \operatorname{Sin} p_{\frac{\pi}{2}})^m = \operatorname{Cos}^m p + \frac{m}{1} \operatorname{Cos}^{m-1} p \,.\, \operatorname{Sin} p_{\frac{\pi}{2}}$$

$$+ \frac{m(m-1)}{1\,.\,2} \operatorname{Cos}^{m-2} p \,.\, (\operatorname{Sin} p_{\frac{\pi}{2}})^2 + \frac{m(m-1)(m-2)}{1\,.\,2\,.\,3} \operatorname{Cos}^{m-3} p \,.\, (\operatorname{Sin} p_{\frac{\pi}{2}})^3 + \ldots\ldots$$

Vi erinra oss att

$$(\operatorname{Sin} p_{\frac{\pi}{2}})^2 = -\operatorname{Sin}^2 p, \quad (\operatorname{Sin} p_{\frac{\pi}{2}})^3 = -\operatorname{Sin}^3 p_{\frac{\pi}{2}} \text{ o. s. v.,}$$

hvaraf följer enligt N:o 2 (16):

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{Cos} mp &= \operatorname{Cos}^m p - \frac{m(m-1)}{1\,.\,2} \operatorname{Cos}^{m-2} p \,.\, \operatorname{Sin}^2 p + \ldots\ldots \\ \operatorname{Sin} mp &= \frac{m}{1} \operatorname{Cos}^{m-1} p \operatorname{Sin} p - \frac{m(m-1)(m-2)}{1\,.\,2\,.\,3} \operatorname{Cos}^{m-3} p \,.\, \operatorname{Sin}^3 p + \ldots. \end{aligned}\right\} (21).$$

Är $m$ ett helt positivt tal, så äro serierna i (21) ändliga, hvaraf vi se, att multipla bågar kunna exakt uttryckas i digniteter af bågarna sjelfva. Dessa formler äro kända under namn af *Moivres theorem.*

## B.

## De cyklometriska lagarna.

Om jag utgår från någon af de trigonometriska linierna såsom gifven till sin storlek i den positiva eller negativa riktningen, så låta de deremot svarande värdena på $p$ beräkna sig. Dock se vi af formlerna (5), (7) och (10), att mot hvarje trigonometrisk linea svara 2:ne bågar, då det derföre erfordras något mer än en enda trigonometrisk linea, för att ha den åsyftade bågen fullt bestämd. Vi förbigå det generella fall, då vi tänka oss hvarje båge ökad med $2k\pi$. I detta fall svara naturligtvis mot hvarje trigonometrisk linea ett oändligt antal bågar.

Om vi med $\varrho_{k\pi}$ representera en storlek i den positiva eller negativa grundriktningen, der $1 > \varrho > o$, och om vi sätta:

$$\text{Cos}\, p = \varrho_{k\pi},$$

så svara mot hvarje värde på $\varrho_{k\pi}$, såsom nyss nämdes, en båge $p$ och en båge $-p$, hvilket vi representera medelst följande teckning:

$$\pm p = \text{arc Cos}\, \varrho_{k\pi} \text{ (bågen, hvars Cos är } = \varrho_{k\pi}) \ldots (22).$$

Likaledes finna vi, om vi ha

$$\text{Sin}\, p = \varrho'_{k\pi},$$

$$\left.\begin{matrix} p \\ \pi - p \end{matrix}\right\} = \text{arc Sin}\, \varrho'_{k\pi} \text{ (bågen, hvars Sin är } = \varrho'_{k\pi}) \ldots (23),$$

Om vi sätta

$$\text{tg}\, p = a_{k\pi}$$

samt

$$\text{Cotg}\, p = a'_{k\pi},$$

der $\infty > \left\{\begin{matrix} a \\ a' \end{matrix}\right\} > o$, så erhålla vi enligt (10):

$$\left.\begin{matrix} p \\ \pi + p \end{matrix}\right\} = \text{arctg}\, a_{k\pi} \text{ (bågen, hvars tg är } = a_{k\pi}) \ldots (24)$$

$$\left.\begin{matrix} p \\ \pi + p \end{matrix}\right\} = \text{arccotg}\, a'_{k\pi} \text{ (bågen, hvars Cotg är } = a'_{k\pi}) \ldots (25).$$

Uppvisandet af sättet, att numeriskt beräkna en trigonometrisk linea ur en gifven båge samt att beräkna en båge ur en gifven trigonometrisk linea, ligger utom målet för denna afhandling. Vår uppgift i N:o 6 har varit, att få trigonometrien uppvisad såsom en omedelbar följd af de lagar, som vi i föregående N:is utvecklat rörande de geometriska qvantiteterna.

## 7.

## Lagen för geometriska qvantiteters summation fullständigad.

Med stöd af de lagar vi hittills utvecklat kunna vi nu fullständigt utföra den i N:o 2 antydda summationen.

Om vi enligt N:o 6 (13) sätta:

$$r_p = a_{k\pi} + b_{k\pi+\frac{\pi}{2}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

samt utgå från projektionerna $a_{k\pi}$ och $b_{k\pi}$ såsom gifna och bestämda, så kunna vi beräkna $r_p$ både till storlek och riktning. Enligt N:o 2 III är:

$$r = (a^2 + b^2)^{\frac{1}{2}}$$

samt enligt N:o 6 (14):

$$\frac{b_{k\pi}}{a_{k\pi}} = \frac{r \operatorname{Sin} p}{r \operatorname{Cos} p} = \operatorname{tg} p\,,$$

hvaraf följer:

$$\left.\begin{matrix} p \\ \pi + p \end{matrix}\right\} = \operatorname{arctg} \frac{b_{k\pi}}{a_{k\pi}}.$$

Hvilkendera bågen, som är den räta, bestämmes af tecknen för $a$ och $b$ eller, som är detsamma, af $k$:s betydelse särskildt hos $a$ och särskildt hos $b$ (se nedan).

Vi erhålla således:

$$r_p = a_{k\pi} + b_{k\pi+\frac{\pi}{2}} = (a^2 + b^2)^{\frac{1}{2}} \operatorname{arctg} \frac{b_{k\pi}}{a_{k\pi}} \quad \ldots \quad (2).$$

Med stöd af (1) och (2) kunna vi nu summera 2:ne eller flera geometriska qvantiteter, om vi enligt N:o 6 (15) taga deras projektioner. Vi summera här blott 2:ne:

$$r_p + r'_{p_1} = r \operatorname{Cos} p + r' \operatorname{Cos} p_1 + (r \operatorname{Sin} p + r' \operatorname{Sin} p_1)_{\frac{\pi}{2}}$$

$$= \left\{(r \operatorname{Cos} p + r' \operatorname{Cos} p_1)^2 + (r \operatorname{Sin} p + r' \operatorname{Sin} p_1)^2\right\}^{\frac{1}{2}} \operatorname{arctg} \frac{r \operatorname{Sin} p + r' \operatorname{Sin} p_1}{r \operatorname{Cos} p + r' \operatorname{Cos} p_1}$$

Om vi utföra de inom { } tecknade räkningar, så få vi med stöd af N:o 6 (3) och (20):

$$r_p + r'_{p_1} = \left\{r^2 + 2r\,r' \operatorname{Cos}(p_1 - p) + r'^2\right\}^{\frac{1}{2}} \operatorname{arctg} \frac{r \operatorname{Sin} p + r' \operatorname{Sin} p'}{r \operatorname{Cos} p + r' \operatorname{Cos} p'} \quad \ldots (3)$$

Vi kunna finna en i allmänhet beqvämare formel för riktningen med användande af N:o 6 (18) och (20). Vi sätta:

$$r_p + r'_{p'} = R_P$$

samt

$$P = \alpha + p,$$

hvaraf följer:

$$\frac{r'}{\operatorname{Sin}\alpha} = \frac{r}{\operatorname{Sin}\{(p'-p)-\alpha\}} = \frac{r}{\operatorname{Sin}(p'-p)\operatorname{Cos}\alpha - \operatorname{Cos}(p'-p)\operatorname{Sin}\alpha},$$

hvaraf följer:

$$\alpha = \operatorname{arctg}\frac{\operatorname{Sin}(p'-p)}{\frac{r}{r'} + \operatorname{Cos}(p'-p)},$$

hvaraf vidare följer:

$$r_p + r'_{p'} = \left\{r^2 + 2r\,r'\operatorname{Cos}(p'-p) + r'^2\right\}^{\frac{1}{2}} \operatorname{arctg}\frac{\operatorname{Sin}(p'-p)}{\frac{r}{r'} + \operatorname{Cos}(p'-p)} + p \quad \ldots(4).$$

Denna formel kunna vi med stöd af N:o 4 omedelbart härleda ur (3):

$$r_p + r'_{p'} = 1_p \cdot \left(r_o + r'_{p'-p}\right)$$

$$= \left(r^2 + 2r\,r'\operatorname{Cos}(p'-p) + r'^2\right)^{\frac{1}{2}} \operatorname{arctg}\frac{r'\operatorname{Sin}(p'-p)}{r + r'\operatorname{Cos}(p'-p)} + p \quad \ldots(5)$$

$\operatorname{Arctg}\frac{r\operatorname{Sin}p + r'\operatorname{Sin}p'}{r\operatorname{Cos}p + r'\operatorname{Cos}p'}$ i (3) är fullt bestämd genom tecknen för täljaren och nämnaren i bråket $\frac{r\operatorname{Sin}p + r'\operatorname{Sin}p'}{r\operatorname{Cos}p + r'\operatorname{Cos}p'}$: äro nämligen täljare och nämnare båda på samma gång positiva, så ligger bågen mellan gränsvärdena $o$ och $\frac{\pi}{2}$ eller i 1:ta qvadranten; är täljaren positiv och nämnaren negativ, så ligger bågen mellan gränsvärdena $\frac{\pi}{2}$ och $\pi$ eller i 2:dra qvadranten; äro både täljare och nämnare på samma gång negativa, så ligger bågen mellan gränsvärdena $\pi$ och $\frac{3\pi}{2}$ eller i 3:dje qvadranten; är slutligen täljaren negativ och nämnaren positiv, så ligger bågen mellan gränsvärdena $\frac{3\pi}{2}$ och $2\pi$ eller i 4:de qvadran-

ten. Samma bestämningar gälla för arctg i (4) och (5). Det är lätt att genom konstruktion öfvertyga sig om riktigheten af det nu anförda.

## Följdsats:

Om vi i (4) sätta:

$$r = r' = 1,$$

så följer deraf:

$$1_p + 1_{p_1} = (2 + 2 \operatorname{Cos}(p_1 - p))^{\frac{1}{2}} \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Sin}(p_1 - p)}{1 + \operatorname{Cos}(p_1 - p)} + p \quad \ldots \quad (6).$$

Enligt N:o 6 (21) är:

$$\operatorname{Sin}(p_1 - p) = \operatorname{Sin} 2\left(\frac{p_1 - p}{2}\right) = 2 \operatorname{Sin}\left(\frac{p_1 - p}{2}\right) \cdot \operatorname{Cos}\left(\frac{p_1 - p}{2}\right),$$

$$\operatorname{Cos}(p_1 - p) = \operatorname{Cos} 2\left(\frac{p_1 - p}{2}\right) = \operatorname{Cos}^2\left(\frac{p_1 - p}{2}\right) - \operatorname{Sin}^2\left(\frac{p_1 - p}{2}\right),$$

då således med stöd af N:o 6 (3):

$$1 + \operatorname{Cos}(p_1 - p) = 2 \operatorname{Cos}^2\left(\frac{p_1 - p}{2}\right),$$

hvilka värden, insatta i (5), gifva:

$$1_p + 1_{p_1} = 2 \operatorname{Cos}\left(\frac{p_1 - p}{2}\right) \cdot 1_{\frac{p_1 + p}{2}} \quad \ldots \quad (7).$$

Vidare finna vi, om vi projiciera (7):

$$\operatorname{Cos} p + \operatorname{Cos} p_1 + (\operatorname{Sin} p + \operatorname{Sin} p_1)_{\frac{\pi}{2}}$$

$$= 2 \operatorname{Cos}(p_1 - p) \left\{ \operatorname{Cos}\left(\frac{p_1 + p}{2}\right) + \operatorname{Sin}\left(\frac{p_1 + p}{2}\right)_{\frac{\pi}{2}} \right\},$$

hvaraf följer enligt N:o 2 (16):

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{Cos} p + \operatorname{Cos} p_1 &= 2 \operatorname{Cos}\left(\frac{p_1 - p}{2}\right) \cdot \operatorname{Cos}\left(\frac{p_1 + p}{2}\right) \\ \operatorname{Sin} p + \operatorname{Sin} p_1 &= 2 \operatorname{Cos}\left(\frac{p_1 - p}{2}\right) \cdot \operatorname{Sin}\left(\frac{p_1 + p}{2}\right) \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (8),$$

hvarigenom vi lärt oss *uttrycka arithmetiska summan af 2:ne Cos eller 2:ne Sin i faktorer af desamma.*

Såsom en följd af (7) erhålla vi, om vi erinra oss N:o 6 (7) och (6):

$$1_p - 1_{p_1} = 1_p + 1_{p_1+\pi},$$

hvaraf följer:

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{Cos} p - \operatorname{Cos} p_1 &= 2 \operatorname{Sin} \tfrac{(p_1-p)}{2} \cdot \operatorname{Sin} \tfrac{(p_1+p)}{2} \\ \operatorname{Sin} p - \operatorname{Sin} p_1 &= -2 \operatorname{Sin} \tfrac{(p_1-p)}{2} \cdot \operatorname{Cos} \tfrac{(p_1+p)}{2} \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (9).$$

## 8.

## Exponentiella och logarithmiska lagar.

Vi förbigå all närmare redogörelse för dessa lagar, så vidt de endast röra geometriska qvantiteters storlekar. I detta fall är nämligen hvarje algebraisk framställning af dem fullt tillämplig här. Vi fästa oss i stället vid ett bekant exponent uttryck, hvars härledning blir medelst våra geometriska qvantiteter högst vig och naturlig.

Enligt N:o 3 (6) representerar $(r_p)^0$ enheten 1, hvad $r_p$ såsom ändlig än må vara. Ha vi derföre ett uttryck $(r_p)^{\frac{1}{m}}$, så är tydligen

$$\lim (r_p)^{\frac{1}{m}} = 1$$

på samma gång som

$$\lim \tfrac{1}{m} = 0.$$

Men vi antaga, att en qvantitet icke kan fullständigt sammanfalla med sin limes, då följaktligen $(r_p)^{\frac{1}{m}}$, der $m$ konvergerar mot $\infty$ och är ett positivt eller negativt tal, icke kan bli = 1. Om vi då tillika antaga, att $(r_p)^{\frac{1}{m}}$ skiljer sig på oändligt litet från 1, så kunna vi sätta:

$$(r_p)^{\frac{1}{m}} = 1 + \tfrac{\varrho_\varphi}{m} \quad \ldots \quad (1)$$

der således $\frac{\varrho_\varphi}{m}$ utmärker en oändligt liten del af en ändlig geometrisk qvantitet $\varrho_\varphi$.

Likheten (1) innebär föröfrigt, att $m$:te roten ur $r_p$ samt $m$:te delen af $\varrho_\varphi$, hvars origo ligger i den positiva grundriktningen på afståndet 1, skola fixera samma punkt och vara hänförda till lika enhet och grundriktning.

Vår uppgift blir nu att under dessa förutsättningar söka bestämma förhållandet mellan geometriska qvantiteterna $r_p$ och $\varrho_\varphi$, då $m$ konvergerar mot $\infty$.

Vi sätta:

$$\varrho_\varphi = \varrho \operatorname{Cos} \varphi + \varrho \operatorname{Sin} \varphi_{\frac{\pi}{2}} = x + y_{\frac{\pi}{2}},$$

der således:

$$\left.\begin{aligned} \varrho \operatorname{Cos} \varphi &= x \\ \varrho \operatorname{Sin} \varphi &= y \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2).$$

Vi erhålla då enligt N:o 7 (2):

$$(r_p)^{\frac{1}{m}} = 1 + \varrho_\varphi = (1 + \tfrac{x}{m}) + (\tfrac{y}{m})_{\frac{\pi}{2}}$$

$$= \left\{(1 + \tfrac{x}{m})^2 + (\tfrac{y}{m})^2\right\}^{\frac{1}{2}}_{\operatorname{arctg} \frac{\frac{y}{m}}{1+\frac{x}{m}}},$$

hvaraf följer, om vi upphöja till $m$:te digniteten å ömse sidor och i st. f. $(1 + \frac{\varrho_\varphi}{m})^m$ insätta dess limes:

$$r_p = \lim (1 + \tfrac{\varrho_\varphi}{m})^m = \lim \left\{(1 + \tfrac{x}{m})^2 + (\tfrac{y}{m})^2\right\}^{\frac{m}{2}}_{m \,.\, \operatorname{artcg} \frac{\frac{y}{m}}{1+\frac{x}{m}}} \quad \ldots \quad (3).$$

Men

$$\lim m \,.\, \operatorname{arctg} \frac{\frac{y}{m}}{1+\frac{x}{m}} = m \,.\, \operatorname{arc} \tfrac{y}{m} = y,$$

hvaraf följer

$$p = y \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4).$$

Vidare är:

$$r = \lim \left\{(1 + \tfrac{x}{m})^2 + (\tfrac{y}{m})^2\right\}^{\frac{m}{2}} = \lim \left\{1 + \tfrac{1}{m} \cdot (2x + \tfrac{x^2+y^2}{m})\right\}^{\frac{m}{2}}$$

samt, om vi sätta:

$$\tfrac{1}{m}\,(2x + \tfrac{x^2+y^2}{m}) = \tfrac{1}{m_1},$$

der således äfven

$$\lim \tfrac{1}{m_1} = o,$$

så är

$$\tfrac{m}{2} = m_1\,(x + \tfrac{x^2+y^2}{2m}),$$

hvaraf följer:

$$r = \lim (1 + \tfrac{1}{m_1})^{m_1\,(x + \frac{x^2+y^2}{2m})} = e^x \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5),$$

då för $(1 + \tfrac{1}{m_1})^{m_1}$ sättes dess limes $e$ samt för $(x + \tfrac{x^2+y^2}{2m})$ sättes dess limes $x$.

Genom sammanställning af (2), (3), (4) och (5) erhålla vi således:

$$r_p = \lim (1 + \tfrac{\varrho_\varphi}{m})^m = e^{\binom{x}{y}} = e^{\binom{\varrho \operatorname{Cos} \varphi}{\varrho \operatorname{Sin} \varphi}} \quad . \quad . \quad . \quad (6).$$

Detta är således det förhållande, som eger rum mellan 2:ne på i (1) uppgifna sätt förbundna geometriska qvantiteter. Vi skola framdeles i N:o 9 uppvisa den geometriska betydelsen af detta förhållande.

Sätta vi i (6)

$$\varrho = o,$$

så följer deraf

$$r_p = 1_o;$$

sätta vi vidare

$$\varphi = o,$$

så följer deraf

$$p = o,$$

hvilket visar, att $r_p$ och $\varrho_\varphi$ hafva samma grundriktning och att $\varrho_\varphi$:s origo ligger i den positiva grundriktningen på afståndet 1, såsom redan antyddes i likheten (1). Enhetsförhållandet mellan $r_p$ och $\varrho_\varphi$ är deremot gifvet genom likheten

$$r = e^{\varrho \operatorname{Cos} \varphi}$$

eller

$$\varrho \operatorname{Cos} \varphi = \log r.$$

Vi anföra slutligen en exponent beteckning, som är vanlig inom mathematiken, för att få den öfversatt på de geometriska qvantiteternas språk:

$$e^{y\sqrt{-1}} = \operatorname{Cos} y + \sqrt{-1} \operatorname{Sin} y$$

hvilket enligt de geometriska qvantiteternas beteckningssätt får följande utseende:

$$e^{y_{\frac{\pi}{2}}} = \operatorname{Cos} y + \operatorname{Sin} y_{\frac{\pi}{2}} = 1_y \quad \ldots\ldots (7)$$

då således:

$$y_{\frac{\pi}{2}} = \log (1_y) \quad \ldots\ldots\ldots (8).$$

(6) låter teckna sig i öfverensstämmelse härmed:

$$r_p = \lim (1 + \frac{\varrho_\varphi}{m})^m = e^{x + y_{\frac{\pi}{2}}} = e^{\varrho \operatorname{Cos} \varphi + \varrho \operatorname{Sin} \varphi_{\frac{\pi}{2}}} = e^{\varrho_\varphi} \ldots (9),$$

hvaraf således följer:

$$\varrho_\varphi = \log (r_p) = \log r + \log (1_p) = \log r + p_{\frac{\pi}{2}} \quad \ldots (10)$$

och, om $p$ tänkes ökad med $2k\pi$:

$$\varrho_\varphi = \log (r_{p + 2k\pi}) = \log r + (p + 2k\pi)_{\frac{\pi}{2}}.$$

Man har i detta fall sagt, att det för en qvantitet finnes generelt *ett oändligt antal* logarithmer, men specielt för $k = o$ blott *en enda*, hvilken blifvit kallad *principal logarithm.*

## 9.

Vi gå nu att i korthet antyda, hvilket gagn och bruk vi hafva att göra af våra geometriska qvantiteter inom den analytiska geometrien.

Om vi tänka oss en funktion af $r_p$ : $F(r_p)$, så har den för oss betydelse blott så till vida, som den enligt föregående räkningar kan uppvisas såsom fixerande en punkt i planet, då vi följaktligen kunna sätta:

$$R_P = F(r_p) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1).$$

Enligt förut framställda lagar kunna vi då bringa $F(r_p)$ till formen $\Phi(r,p).1_{\Phi_1(r,p)}$, då enligt N:o 2 (14):

$$\left.\begin{aligned} R &= \Phi(r,p) \\ P &= \Phi_1(r,p) \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

eller ock, om vi taga projektionerna af $R_P$ och $r_p$ och kalla dessa:

$$\left.\begin{aligned} R \operatorname{Cos} P &= X \qquad r \operatorname{Cos} p = x \\ R \operatorname{Sin} P &= Y \qquad r \operatorname{Sin} p = y \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3),$$

så kunna vi bringa $F(r_p) = F(x + y_{\frac{\pi}{2}})$ till formen: $\Psi(x,y) + \Psi_1(x,y)_{\frac{\pi}{2}}$, då enligt N:o 2 (16):

$$\left.\begin{aligned} X &= \Psi(x,y) \\ Y &= \Psi_1(x,y) \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4).$$

Om vi i (1) tänka oss $r_p$ representera *successiva värden* både i afseende på storleken och riktningen, d. v. s. fixera kontinuerliga punkter i planet eller, som vi för korthetens skull kalla det, *beskrifva en plan kurva*, så måste $R_P$ representera *motsvarande successiva värden* eller beskrifva en *motsvarig plan kurva.* De af $r_p$ och $R_P$ beskrifna kurvor, eller kortare uttryckt: kurvorna $r_p$ och $R_P$ kalla vi derföre *motsvariga kurvor.* I (2) och (4) ha vi tvenne eqvationer och fyra variabla. Det fordras derföre en *tredje* eqvation mellan de fyra variabla:

$$f = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

hvilken vi kalla *vilkors equation*, för att kunna eliminera tvenne af de variabla och såsom eliminations resultat erhålla en relation mellan de tvenne återstående:

$$f_1 = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6).$$

Om derföre vår vilkors-eqvation uttrycker eqvationen på kurvan $r_p$, således:

$$f(r, p) = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7),$$

så kunna vi såsom eliminations-resultat erhålla eqvationen på motsvariga kurvan $R_P$:

$$f_1(R, P) = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

eller ock, om vi ha eqvationen på kurvan $r_p$ gifven under formen:

$$f(x, y) = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9),$$

så kunna vi få såsom eliminations-resultat eqvationen på kurvan $R_P$ under formen:

$$f_1(X, Y) = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10).$$

Vi kunna omvända förhållandet och tänka oss vilkors-eqvationen uttrycka eqvationen på kurvan $R_P$, då vi såsom eliminations-resultat kunna erhålla eqvationen på kurvan $r_p$, uttryckt i $r$ och $p$ eller $x$ och $y$; och i allmänhet kunna vi, såsom ofvan nämdes, erhålla såsom eliminations-resultat en relation mellan tvenne hvilka som helst af de fyra variabla, hvilken då naturligen är beroende af beskaffenheten af funktionen $F$ och vilkors-eqvationen $f$. Med biträde af (3) kunna vi uttrycka eliminations-resultatet i tvenne hvilka som helst af variablerna: $R$, $P$, $X$, $Y$, $r$, $p$, $x$, $y$.

Det är tydligt att kontinuiteten i dessa våra $F$ och $f$ måste vara af stor vigt att undersöka, innan några räkningar med dem företagas. Vi anföra i det följande några enkla exempel, der $F$:*s* och $f$:*s* kontinuitet är obegränsad och der dessa tecken representera högst enkla funktionsformer. Innan vi likväl öfvergå till exemplen, få vi erinra om satserna 1 och 2 af N:o 5 äfvensom om nödvändigheten att reducera geometriska qvantiteter till lika grundbestämningar, innan likhet mellan dem uppställes (se N:o 1 definition på likhet), hvilket allt vi böra hafva i lifligt minne vid uppställningen af hvarje problem.

I. $$R_{p} = F(r_{p}) = \varrho_{\varphi} + 1_{p_1} \cdot r_{p} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

Denna geometriska likhet representerar enligt N:o 5 en reduktion af $r_{p}$ till ny grundriktning och nytt origo, då nämligen i förhållande till den nya grundriktningen och det nya origo $p_1$ representerar den gamla grundriktningen och $\varrho_{\varphi}$ det gamla origo.

Om vi enligt (3) taga projektionerna af $R_{p}$ och $r_{p}$ samt sätta $1_{p_1} = \operatorname{Cos} p_1 + \operatorname{Sin} p_{1\frac{\pi}{2}}$ och $\varrho_{\varphi} = x_1 + y_{1\frac{\pi}{2}}$ och verkställa de tecknade räkningarna, så erhålla vi enligt (4):

$$\left.\begin{aligned} X &= x_1 + x \operatorname{Cos} p_1 - y \operatorname{Sin} p_1 \\ Y &= y_1 + y \operatorname{Cos} p_1 + x \operatorname{Sin} p_1 \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad (12).$$

Detta uttrycker, såsom i N:o 5 (5) nämdes, *en transformation af rätvinkliga koordinater.*

Ha vi nu vår vilkors eqvation gifven under formen $f(x, y) = o$, så kunna vi mellan denna och (12) verkställa de förut antydda eliminationerna och såsom resultat erhålla $f_1(X, Y) = o$, hvilket då uttrycker den motsvariga kurvan $R_{p}$. Eller ock omvändt kan vilkorseqvationen vara gifven i $X$ och $Y$, då vi såsom eliminations-resultat erhålla ett uttryck i $x$ och $y$, såsom representerande motsvariga kurvan $r_{p}$. Vi förbigå enskilda tillämpningar på (12), såsom rikligt förekommande i analytiska geometrien, och fästa oss i stället vid sådana exempel, som kunna belysa vår antydda method ur flera synpunkter.

Ex. 1. *Hvad är motsvariga kurvan $R_{p}$ till en kurva $r_{p}$, hvars projektioner $x$ och $y$ äro i ett konstant förhållande?*

Vi förutsätta för begge kurvorna samma grundriktning, d. v. s. $p_1 = o$, samt låta $a$ betyda en konstant. Vårt problem representeras då af:

$$R_{P} = \varrho_{\varphi} + r_{p} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

samt vilkors-eqvationen:

$$\frac{y}{x} = \frac{r \operatorname{Sin} p}{r \operatorname{Cos} p} = \operatorname{tg} p = a. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14).$$

Vi se af (14) att riktningen $p$ är konstant, då följaktligen den af $r_{p}$ representerade kurvan är en *rät linea.*



Vi projiciera (13), hvaraf följer:

$$\left.\begin{aligned} X &= x_{,} + x \\ Y &= y_{,} + y \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad (15).$$

Eliminera mellan (14) och (15) $x$ och $y$, så följer deraf:

$$Y - y_{,} = a\,(X - x_{,}) \quad . \quad . \quad . \quad (16),$$

hvilket utgör den kända eqvationen på en rät linea, som går genom punkten $x_{,}\ y_{,}$.

Ex. 2. *Att bestämma läget af sådana punkter C, hvilkas närmaste afstånd från en gifven punkt O, och en gifven rät liner O B äro i ett konstant förhållande.*



Låt den gifna punkten $O$, ligga i grundriktningen och fixeras af $\varrho_{\varphi} = l_{o}$ samt den gifna linien $O\,B$ gå genom origo i den vinkelräta riktningen. Låt $R_{P}$ och $r_{p}$ från hvar sitt origo $O$ och $O_{,}$ fixera $C$. Vi hafva då att reducera $R_{P}$ och $r_{p}$ till samma grundbestämningar, innan vi mellan dem kunna uppställa någon likhet. Vi antaga $R_{P}$:s grundbestämningar: origo $O$ och grundriktningen $O\,A$ såsom våra på förhand fastställda grundbestämningar, hvartill vi således hafva att reducera $r_{p}$. Våra positiva bågar räkna vi som pilteckningen för $P$ utvisar, då följaktligen $r_{p}$ beskrifver negativa bågar. $r_{p}$ börjar beskrifva sin kurva i riktningen $\pi$, då således $p_{,} = \pi$. Närmaste afståndet $D\,C$ (det vinkelräta) är $= X$. Problemet representeras då af:

$$R_{P} = l_{o} + 1_{\pi} \cdot r_{-p} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (17)$$

samt vilkors-eqvationen:

$$\frac{X}{r} = k \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (18)$$

då vi med $k$ beteckna en konstant.

Projiciera (17), så följer deraf:

$$\left.\begin{aligned} X &= l - r\ \mathrm{Cos}\ p \\ Y &= r\ \mathrm{Sin}\ p \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (19).$$

Eliminera $X$ mellan (18) och den förra likheten i (19), så följer deraf:

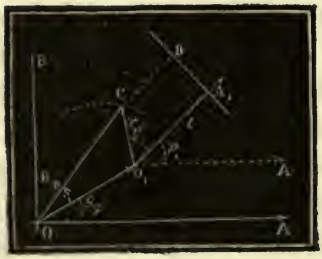
$$r = \frac{l}{k + \operatorname{Cos} p} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (20)$$

som, för olika värden på $k$ ($k > 1$, $k < 1$ och $k = 1$) representerar *ellipsens*, *hyperbelns* och *parabelns* polareqvationer. Punkten $O$, kallas *focus* och linien $O\,B$ *direktrice.*

Eliminera vi $r$ och $p$ mellan (18) och (19), så erhålla vi ett uttryck på nämde kurvor i $X$ och $Y$. Likaledes kunna vi genom lämplig eliminering uttrycka våra kurvor i $x$ och $y$.

Vi kunna med lätthet afhandla detta problem om focus och direktricen fullt generelt och låta $\varrho_\varphi$ och $p$, beteckna konstanter i allmänhet. För (17) sätta vi då:

$$R_p = \varrho_\varphi + 1_{p,} \cdot r_p \ldots (21)$$



samt för vilkorseqvationen (18):

$$\frac{l - r \operatorname{Cos} p}{r} = k \ldots (22).$$

Punkten $O$, är här focus och linien $A$, $D$ direktrice.

Projiciera (21), så erhålles:

$$\left.\begin{aligned} X - x_{,} &= r \operatorname{Cos} (p_{,} + p) \\ Y - y_{,} &= r \operatorname{Sin} (p_{,} + p) \end{aligned}\right\} \ldots (23),$$

då $X$, $Y$ samt $x_{,}$, $y_{,}$ ha samma betydelse som i (12). Af (23) finna vi:

$$r^2 = (X - x_{,})^2 + (Y - y_{,})^2 \quad \ldots \ldots \quad (24).$$

Eliminera i (23) $\operatorname{Sin} p$ samt mellan detta eliminations-resultat och (22) $\operatorname{Cos} p$, så följer deraf:

$$l - kr = (X - x_{,}) \operatorname{Cos} p_{,} + (Y - y_{,}) \operatorname{Sin} p_{,} \ldots (25).$$

Eliminera $r$ mellan (24) och (25), så följer deraf:

$$k^2 \{(X - x_{,})^2 + (Y - y_{,})^2\} = \{l - [(X - x_{,}) \operatorname{Cos} p_{,} + (Y - y_{,}) \operatorname{Sin} p_{,}]\}^2 \ldots (26).$$

Om vi utföra de räkningar, som äro tecknade i (26), så erhålla vi den generella formen på en 2:dra grads kurva, hvars konstanter

äro bestämda genom värdena på $\varrho$, $\varphi$, $k$, $l$ och $p_1$. Och tvärtom, ega vi en 2:dra grads kurva, hvars konstanter äro bestämda:

$$ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = f(x, y) = 0 \quad . \quad . \quad . \quad (27),$$

så kunna vi, emedan de mot hvarandra svarande konstanterna i (26) och (27) måste vara proportionella, beräkna de mot $a$, $b$, $c$, $d$, $e$, $f$ svarande värdena på $k$, $p_1$, $l$, $\varrho$, $\varphi$. Af de 6 eqvationer proportioneringen ger kunna vi bestämma de 5 sistnämda värdena jemte proportionskonstanten, hvilken vi kalla $m$. De 6 eqvationerna äro nämligen:

$$\frac{k^2 - \mathrm{Cos}^2 p_1}{a} = \frac{-2\,\mathrm{Sin}\,p_1\,\mathrm{Cos}\,p_1}{b} = \frac{k^2 - \mathrm{Sin}^2 p_1}{c}$$

$$= \frac{2\left\{l\mathrm{Cos}\,p_1 - x_1(k^2 - \mathrm{Cos}^2 p_1) + y_1\,\mathrm{Sin}\,p_1\,\mathrm{Cos}\,p_1\right\}}{d} = \frac{2\left\{l\mathrm{Sin}\,p_1 - y_1(k^2 - \mathrm{Sin}^2 p_1) + x_1\,\mathrm{Sin}\,p_1\,\mathrm{Cos}\,p_1\right\}}{e}$$

$$= \frac{x_1^2(k^2 - \mathrm{Cos}^2 p_1) + y_1^2(k^2 - \mathrm{Sin}^2 p_1) - 2x_1 y_1\,\mathrm{Sin}\,p_1\,\mathrm{Cos}\,p_1 - 2l\left\{x_1\mathrm{Cos}\,p_1 + y_1\mathrm{Sin}\,p_1\right\} - l^2}{f} = m \ldots (28).$$

Af de 3 första eqvationerna erhålla vi:

$$\left.\begin{aligned} 2k^2 - 1 &= m\,(a + c) \\ \mathrm{Cos}\,2p &= m\,(c - a) \\ \mathrm{Sin}\,2p &= -mb \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (29),$$

hvaraf vidare erhålles:

$$\left.\begin{aligned} m &= \pm\frac{1}{\sqrt{(c-a)^2 + b^2}} \\ \mathrm{tg}\,2p_1 &= \frac{-b}{c-a} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (30).$$

Af (29) och (30) erhålles följande värde på $k^2$:

$$k^2 = \tfrac{1}{2}\left\{\frac{a + c}{\pm\sqrt{(a + c)^2 + b^2 - 4ac}} + 1\right\} \quad . \quad . \quad . \quad (31).$$

Af (31) draga vi följande slutsatser:

för $b^2 - 4ac < 0$ är $k^2 > 1$ (ellipsen)
„ $b^2 - 4ac > 0$ „ $k^2 < 1$ (hyperbeln)
„ $b^2 - 4ac = 0$ „ $k^2 = 1$ (parabeln);

vidare, för att $k$ skall vara reelt, fordras att $a + c$ och $m$ äro af samma tecken för ellipsen och parabeln samt af samma eller motsatta tecken för hyperbeln.

Af (30) synes förövrigt att $m$ alltid är reelt. Med denna bestämning på $m$ eller rottecknet i (30) är bågen $2p_,$ för ellipsen och parabeln fullt bestämd genom tecknen för Cos och Sin i (29). För hyperbeln deremot finnes 2:ne värden på $2p_,$, skiljande sig på 180°, allteftersom den positiva eller negativa roten användes.

Af de 2 följande eqvationerna (28) erhålles med stöd af de 3 föregående:

$$\left.\begin{aligned} 2l \operatorname{Cos} p_, &= m\,\{2ax_, + by_, + d\} \\ 2l \operatorname{Sin} p_, &= m\,\{2cy_, + bx_, + e\} \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \quad (32)$$

samt af den sista med stöd af alla de föregående:

$$f(x_,, y_,) + \frac{l^2}{m} = o \quad . \; . \quad . \; . \; . \quad (33).$$

Om vi eliminera först $y_,$ och sedan $x_,$ i (32), så följer deraf:

$$\left.\begin{aligned} x_, &= \frac{2l(b \operatorname{Sin} p_, - 2c \operatorname{Cos} p_,)}{m(b^2 - 4ac)} + \frac{2cd - be}{b^2 - 4ac} = ln + x_0 \\ y_, &= \frac{2l(b \operatorname{Cos} p_, - 2a \operatorname{Sin} p_,)}{m(b^2 - 4ac)} + \frac{2ae - bd}{b^2 - 4ac} = ln_, + y_0 \end{aligned}\right\} \; . \; . \; . \; (34)$$

då vi sätta:

$$\left.\begin{aligned} \frac{2(b \operatorname{Sin} p_, - 2c \operatorname{Cos} p_,)}{m(b^2 - 4ac)} &= n \\ \frac{2(b \operatorname{Cos} p_, - 2a \operatorname{Sin} p_,)}{m(b^2 - 4ac)} &= n_, \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (35)$$

samt

$$\left.\begin{aligned} \frac{2cd - be}{b^2 - 4ac} &= x_0 \\ \frac{2ae - bd}{b^2 - 4ac} &= y_0 \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (36).$$

Dividera vi den sednare likheten (34) med den förra, så följer deraf, emedan $\frac{n_,}{n}$ befinnes vara $= \operatorname{tg} p_,$:

$$\frac{y_, - y_0}{x_, - x_0} = \frac{n_,}{n} = \operatorname{tg} p_, \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (37);$$

(37) visar, att focus $x_,$ $y_,$ alltid måste ligga på en rät linea (storaxeln) som går genom den fixa punkten $x_0$ $y_0$ (centrum) i riktningen $p_,$. Ett annat uttryck på denna räta linea erhålla vi af (32):

$$y_, = \operatorname{tg} p_, \, . \, x_, + \frac{e \operatorname{Cos} p_, - d \operatorname{Sin} p_,}{b \operatorname{Sin} p_, - 2c \operatorname{Cos} p_,} = \operatorname{tg} p_, \, x \, . + h \quad . \; . \; . \quad (38).$$

Enligt (38) erhålles således ordinatan i origo (hvilken vi kallat $h$) till kurvans storaxel:

$$h = \frac{e \operatorname{Cos} p_{,} - d \operatorname{Sin} p_{,}}{b \operatorname{Sin} p_{,} - 2c \operatorname{Cos} p_{,}}.$$

Genom insättning af (34) i (33) erhålles:

$$\frac{l^2}{m} + f(x_0 + ln, y_0 + ln_{,}) = \frac{l^2}{m} + f(x_0, y_0)$$

$$+ l\{n(2ax_0 + by_0 + d) + n_{,}(2cy_0 + bx_0 + e)\} + l^2\{an^2 + bnn_{,} + cn_{,}^2\} = 0.$$

Genom insättning af värdena $x_0$ $y_0$ ur (36) blir $l$:s koefficient $= 0$. Insättes dessutom värdena $n$ och $n_{,}$ ur (35), så få vi följande uttryck på $l$:

$$l = \sqrt{\frac{ae^2 + cd^2 - bde + (b^2 - 4ac)f}{b^2 + 2(a^2 + c^2 + \frac{a+c}{m})}} \cdot m \quad \ldots \quad (39).$$

I (39) uttrycker $l$ en numerisk storlek, hvarföre det negativa rottecknet icke behöfver komma i fråga. För ellipsen och parabeln är nämnaren i (39) ovilkorligen positiv, emedan $a + c$ och $m$ alltid äro af samma tecken, då således för reelt $l$ täljaren $ae^2 + cd^2 - bde + (b^2 - 4ac)f$ och $m$ måste ha samma tecken. För hyperbeln ega vi deremot att välja det tecken för $m$, som ger $l$ ett reelt värde, såvidt sådant värde är möjligt. Genom insättning af $l$:s värde i (34) erhålla vi koordinaterna för focus $x_{,}$ $y_{,}$. Om vi vidare insätta $\pi + p_{,}$ i st. f. $p_{,}$, så erhålla vi på storaxeln en ny focus $x, y,$ i motsatt riktning och på lika afstånd som den andra från punkten $x_0$ $y_0$. Vi finna således för ellipsen och hyperbeln 2:ne punkter, som ega karakteren af focus. Afståndet från punkten $x_0$ $y_0$ till hvardera focus uttryckes enligt (34) med:

$$D = \pm l\sqrt{n^2 + n_{,}^2} = \pm \frac{2\sqrt{\frac{1}{m}[ae^2 + cd^2 - bde + (b^2 - 4ac)f]}}{b^2 - 4ac} \quad \ldots \quad (40).$$

För parabeln deremot är enligt (34) ena focus oändligt långt borta samt den andra uttryckt på ett indeterminerad sätt med $\infty - \infty$. Om vi betrakta $x, y,$ i (38) såsom betecknande punkter i allmänhet på storaxeln eller, som den här kallas, diametern, så kunna vi genom elimination mellan räta linien:

$$y = \operatorname{tg} p_{,}\, x + h \quad \ldots \quad (41),$$

der $h$ enligt (38) betecknar ordinaten i origo, samt parabelns eqvation:

$$f(x\ ,\ y) = o \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (42)$$

bestämma koordinaterna $s$ och $t$ för parabelns hjessa (skärningspunkten mellan parabeln och dess diameter). Vi finna genom insättning af (41) i (42) samt af de ur (29) härledda värdena $\operatorname{tg}^2 p_{,} = \frac{a}{c}$ och $\operatorname{tg} p_{,} = \frac{-2a}{b}$:

$$\left.\begin{aligned} x = s &= b\frac{[f + h\,(e + ch)]}{2ae - bd} \\ y = t &= -\,2a\frac{[f + h'\,(d + ah')]}{2ae - bd} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad (43),$$

då vi för symetriens skull sätta abscissan i origo eller $-h \operatorname{Cotg} p_{,} = h'$. Emedan enligt (20) afståndet från parabelns focus till dess hjessa är $= \frac{l}{2}$, så följer deraf:

$$\left.\begin{aligned} x_{,} &= s + \frac{l \operatorname{Cos} p_{,}}{2} \\ y_{,} &= t + \frac{l \operatorname{Sin} p_{,}}{2} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (44),$$

hvarigenom vi således fullständigt solverat problemet om focus och direktricen.

Ex. 3. *Att bestämma läget af sådana punkter C, som fixeras af 2:ne radii vectores med hvar sitt origo O och O,, då dessa radiers arithmetiska summa är konstant.*



Uppställningen är densamma som i ex. 2, utom att $r_p$ beskrifver positiva bågar och börja i $R_P$:s grundriktning, d. v. s. $p_{,} = 0$:

$$R_P = l_o + r_p \quad . \quad . \quad . \quad (45).$$

Vilkorets eqvation är här:

$$R + r = c \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (46)$$

der $c$ betecknar en konstant. Projiciera (45):

$$\left.\begin{aligned} R \operatorname{Cos} P &= l_0 + r \operatorname{Cos} p \\ R \operatorname{Sin} P &= r \operatorname{Sin} p \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (47).$$

Eliminera $r$ och $p$ mellan (46) och (47) och sätt

$$c = 2a \text{ och } l = 2a \,.\, e,$$

så erhålles:

$$R = \frac{a\,(1 - e^2)}{1 + e \operatorname{Cos} P} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (48)$$

således en ellips. Halfva storaxeln i ellipsen utmärkes här af $a$ och excentriciteten af $e$.

Sätta vi vilkors-eqvationen:

$$R - r = c,$$

så få vi på samma sätt hyperbelns polareqvation.

Vi vilja belysa vår antydda analytiska method ur en ny synpunkt. Om, under det $r_p$ beskrifver en kurva, dess origo, fixeradt af $\varrho_\varphi$, *rör sig* enligt en viss lag, beroende af de föränderliga värdena på $r$ och $p$, så kunna vi söka motsvariga kurvan $R_P$. Detta generella problem ger 6 variabla, då 3 vilkorseqvationer erfordras, för att såsom eliminationsresultat erhålla en relation mellan 2:ne af dessa 6. Problemet representeras derföre af geometriska likheten:

$$R_P = \varrho_\varphi + 1_{p,} \,.\, r_p \quad \ldots\ldots\ldots \quad (49)$$

samt vilkorseqvationerna:

$$\left.\begin{aligned} r &= f\,(p) \\ \varrho &= f_1\,(r, p) \\ \varphi &= f_{11}\,(r, p) \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (50).$$

Anm. I stället för att såsom i (50) ha vilkorseqvationerna gifna i storlekar och riktningar kunna vi naturligtvis ha dem gifna i de geometriska qvantiteternas projektioner. Eqvationerna (50) uttrycka nämligen ingenting annat än qvantiteternas inbördes beroende af hvarandra.

Vi specialicera detta generella problem i några enkla exempel.

Ex. 4. *Hvad är motsvariga kurvan $R_P$ till en cirkel $r_p$, hvars origo rör sig efter grundriktningen på vinkelräta afståndet r med lika stor hastighet, som den af $r_p$ beskrifna cirkelbågen växer?*

Vi antaga $R_P$:s grundbestämningar origo $O$ och grundriktningen $OA$ såsom våra på förhand fastställda grundbestämningar, hvartill vi således ega att reducera $r_p$. Vi låta $r_p$ beskrifva negativa bågar och börja i riktningen $\frac{3\pi}{2}$, då således $p_1 = \frac{3\pi}{2}$. Om vi med $a$ beteckna en konstant, så blir uppställningen af vårt problem:



$$R_P = \varrho_\varphi + 1_{\frac{3\pi}{2}} \cdot r_{-p} \quad \ldots (51)$$

samt

$$\left.\begin{aligned} r &= a \\ \varrho \operatorname{Cos} \varphi &= r \cdot p \\ \varrho \operatorname{Sin} \varphi &= r \end{aligned}\right\} \quad \ldots (52).$$

Projiciera (51) och eliminera $r$, $\varrho$ och $\varphi$, så erhålles:

$$\left.\begin{aligned} X &= a \cdot p - a \operatorname{Sin} p \\ Y &= a - a \operatorname{Cos} p \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \quad (53).$$

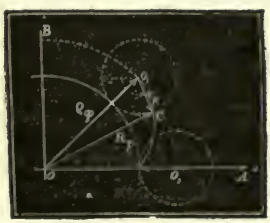
Eliminera $p$ i (53), så fås såsom uttryck på den sökta kurvan $R_P$:

$$X = a \cdot \operatorname{arc\,Cos} \frac{a - Y}{a} - \sqrt{2aY - Y^2} \quad \ldots \quad (54),$$

hvilket utgör den vanliga formeln för *cykloiden.*

Ex. 5. *Hvad är motsvariga kurvan $R_P$ till en cirkel $r_p$, hvars origo rör sig på en cirkelperiferi så, att den af $(\varrho - r)_\varphi$ fixerade punkten har lika stor hastighet, som den af $r_p$ beskrifna cirkelbågen växer?*

Vi utgå ifrån samma grundbestämningar som i föregående exempel. Vi antaga här $r_p$ beskrifva positiva bågar och börja i riktningen $\pi$, då således $p_1 = \pi$. Vår uppställning af problemet blir således, om $a$ och $a_1$ beteckna konstanter:



$$R_P = \varrho_\varphi + 1_\pi \cdot r_p \quad \ldots (55)$$

samt

$$\left.\begin{aligned} r &= a \\ \varrho &= a_1 \\ (\varrho - r) \cdot \varphi &= r \cdot p \end{aligned}\right\} \quad \ldots (56).$$

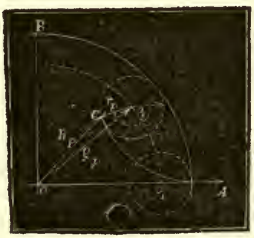
Tag projektionerna och eliminera $r$, $\varrho$ och $\varphi$, så följer deraf:

$$\left.\begin{aligned} X &= a_1 \operatorname{Cos} \frac{a \cdot p}{a_1 - a} - a \operatorname{Cos} p \\ Y &= a_1 \operatorname{Sin} \frac{a \cdot p}{a_1 - a} - a \operatorname{Sin} p \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (57).$$

Detta utgör den generella formeln för *epicykloiden*. En elimination af $p$ skulle ge epicykloiden, uttryckt i $X$ och $Y$. Sätta vi $a_1 - a = b$ och eliminera $a_1$, så få vi epicykloiden uttryckt i den fixa och den genererande cirkelns radier.

Ex. 6. *Hvad är motsvariga kurvan $R_P$ till en cirkel $r_p$, hvars origo rör sig på en cirkelperiferi så, att den af $(\varrho + r)_\varphi$ fixerade punkten har lika stor hastighet, som den af $r_p$ beskrifna cirkelbågen växer?*

Vi utgå från $R_P$:s grundbestämningar. Vi antaga $r_p$ beskrifva negativa bågar och börja i grundriktningen $OA$, då således $p_1 = 0$. Vårt problem uppställdt får då följande utseende, då vi med $a$ och $a_1$ beteckna konstanter.



$$R_P = \varrho_\varphi + r_{-p} \quad \ldots \quad (58)$$

samt

$$\left.\begin{aligned} r &= a \\ \varrho &= a_1 \\ (\varrho + r) \cdot \varphi &= r \cdot p \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (59).$$

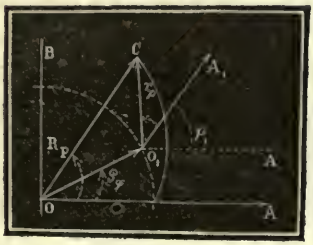
Om vi projiciera (58) och eliminera $r$, $\varrho$ och $\varphi$, så följer deraf:

$$\left.\begin{aligned} X &= a_1 \cdot \operatorname{Cos} \frac{a \cdot p}{a_1 + a} + a \operatorname{Cos} p \\ Y &= a_1 \cdot \operatorname{Sin} \frac{a \cdot p}{a_1 + a} - a \operatorname{Sin} p \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (60),$$

hvarigenom vi således erhållit en generell formel för *hypocykloiden* Sätta vi $a_1 + a = b$ och eliminera $a_1$, så få vi hypocykloiden uttryckt i den fixa och den genererande cirkelns radier.

Vi anföra här ett exempel, der vi med fördel kunna använda den i (2) antydda methoden.

*Hvad är motsvariga kurvan $R_P$ till en kurva $r_p$, hvars origo $O_1$, fixeradt af $\varrho_\varphi$, rör sig på en cirkelperiferi med lika stor vinkelhastighet och åt samma led som $r_p$ sjelf, och hvars storlek r växer proportionelt till vinkelhastigheten p?*




Vi låta $R_P$ vara hänförd till origo $O$ och grundriktningen $OA$ samt $r_p$ till origo $O_1$ och grundriktningen $O_1A_1$. Vi reducera $r_p$ till $R_P$:s grundbestämningar, då således, om $a$ och $a_1$ beteckna konstanter, problemet representeras af geometriska likheten:

$$R_P = \varrho_\varphi + 1_{p_1} \cdot r_p \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (61)$$

samt vilkorseqvationerna:

$$\left.\begin{aligned} r &= a \cdot p \\ \varrho &= a_1 \\ \varphi &= p \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (62).$$

Om vi i (61) insätta för $r$, $\varrho$ och $\varphi$ deras värden ur (62), så erhålla vi:

$$R_P = 1_p \cdot \{a_1 + 1_{p_1} \cdot ap\}$$

$$= \{a_1^2 + 2a_1\, ap \operatorname{Cos} p_1 + (ap)^2\}^{\frac{1}{2}} \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Sin} p_1}{\frac{a_1}{ap} + \operatorname{Cos} p_1} + p,$$

hvaraf följer:

$$\left.\begin{aligned} R &= \{a_1^2 + 2a_1\, ap \operatorname{Cos} p_1 + (ap)^2\}^{\frac{1}{2}} \\ P &= p + \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Sin} p_1}{\frac{a_1}{ap} + \operatorname{Cos} p_1} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad (63).$$

Vi särskilja tvenne fall, då eliminationen af $p$ i (63) låter verkställa sig.

1:o då $p_1 = \pm \frac{\pi}{2}$, hvaraf erhålles:

$$R = \{a_1^2 + (ap)^2\}^{\frac{1}{2}}$$

$$P = p + \text{arctg}\,\frac{(\pm ap)}{a_1},$$

då således:

$$P = \frac{\sqrt{R^2 - a_1^2}}{a} + \text{arctg}\,\frac{(\pm\sqrt{R^2 - a_1^2})}{a_1} \quad . \quad . \quad . \quad (64).$$

2:o då $p_1 = k\pi$, der vi antaga $k$ betyda 0 eller 1. Af (63) erhålles då:

$$R = a_1 + ap_{k\pi}$$

$$P = p,$$

hvaraf följer:

$$R = a_1 + aP_{k\pi} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (65).$$

I (65) ha vi erhållit uttrycket på en *Archimedis spiral*, som, för positivt $P$, går inifrån och utåt, då $k$ är $= 0$, samt utifrån och inåt, då $k$ är $= 1$.

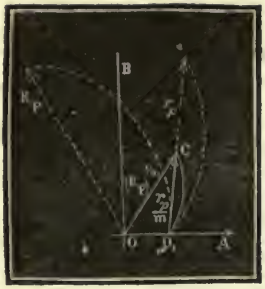
Vi kunna ytterligare generalisera problemet, som representeras af (49) och (50), derigenom, att vi äfven låta riktningen $p$, vara variabel, då således $r_p$:s båda grundbestämningar origo och grundriktning variera. Och i allmänhet kunna vi med stöd af formeln (4) i N:o 5 bestämma en rörlig punkt i förhållande till fixa grundbestämningar förmedelst huru många mellanliggande variabla grundbestämningar som helst, med vilkor, att för hvarje variabel storlek eller riktning, som kommer till, införes en ny vilkorseqvation.

Anm. Då vi här och öfverallt i detta N:o talat om grundbestämningar, så ha vi icke inbegripit enheten, hvilken öfverallt förutsättes vara densamma, hvilket ock har synts af sjelfva formlerna.

II. Vi taga såsom exempel den i N:o 8 (1) framställda funktionsformen, der vi antaga $m$ i st. f. att kongvergera mot $\infty$ vara ett positivt eller negativt ändligt tal:

$$(R_p)^{\frac{1}{m}} = 1 + \frac{r_p}{m} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (66).$$

Såsom redan nämdes i N:o 8 (1) uttrycker denna likhet att $\frac{r_p}{m}$, utgående från det af $1_0$ fixerade origo $O$, skall fixera samma



punkt som $\left(R_p\right)^{\frac{1}{m}}$, utgående från det fastställda origo $O$, då för öfrigt begge äro hänförda till samma enhet $OO_1$ och samma grundriktning $OA$. Vår uppgift är nu, att bestämma kurvan $R_p$, då vi ha kurvan $r_p$ gifven under formen $r = f(p)$, eller tvärtom, att bestämma kurvan $r_p$, då vi ha $R_p$ gifven under formen $R = f_1(P)$. Vi välja det förra fallet. Af (66) erhålla vi.

$$\left.\begin{aligned} R^{\frac{1}{m}} . \operatorname{Cos} \frac{P}{m} &= 1 + \frac{r}{m} . \operatorname{Cos} p \\ R^{\frac{1}{m}} . \operatorname{Sin} \frac{P}{m} &= \frac{r}{m} . \operatorname{Sin} p \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (67),$$

hvilka jemte vilkonseqvationen:

$$r = f(p) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (68)$$

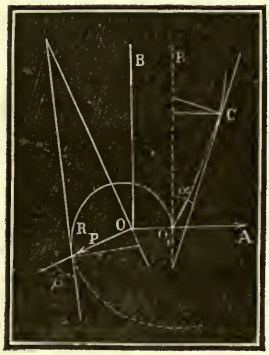
äro tllräckliga att bestämma kurvan $R_p$. Det är lätt, att på ett ungefär uppvisa dessa kurvors inbördes förhållande. Känna vi nämligen kurvan $r_p$, så ega vi att bestämma en likformig kurva $\frac{r_p}{m}$ hvars dimensioner äro $m^{te}$ delen af den förra. Denna kurvas punkter skola vidare fixeras af $\left(R_p\right)^{\frac{1}{m}}$, hvaraf vi finna, att då $m$ växer vare sig såsom positivt eller negativt tal, så, under det $r_p$:s vinkel $p$ är deraf helt och hållet oberoende, blir deremot $R_p$:s vinkel $P$ alltid $m$ gånger så stor som vinkeln $COA$, hvaraf synes, att $R_p$ med $m$:s tillväxande måste närma sig karakteren af spiral, hvilken kurva än $r_p$ må beskrifva. Vi gå nu att undersöka detta kurvan $R_p$:s spiralförhållande till kurvan $r_p$ för lim $m = \pm \infty$.

III. Vi hafva enligt N:o 8 (16):

$$R_p = \lim \left(1 + \frac{r_p}{m}\right)^m = e_y^x = e^{x + y\frac{\pi}{2}} = e^{r_p} \quad . \quad . \quad . \quad (69),$$

hvaraf erhålles enligt N:o 2 (14):

$$\left.\begin{aligned} R &= e^x \\ P &= y \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (70).$$




Om vi nu ha en vilkorseqvation:

$$x = f(y) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (71)$$

representerande kurvan $r_p$ eller $O, C$, så erhålla vi genom elimination mellan (70) och (71) af $x$ och $y$:

$$R = e^{f(P)} \quad . \quad . \quad . \quad (72)$$

såsom eqvation på motsvariga kurvan $R_P$, hvilken kurva således utgör en *logarithmisk spiral*, hvars form och beskaffenhet bestämmes af funktionsformen $f$. Mellan denna spiral $R_P$ och kurvan $r_p$ förefinnes ett högst egendomligt förhållande, funktionsformen $f$ må vara hvilken som helst. Låt $\alpha$ representera vinkeln, som kurvan $r_p$:s tangent bildar med den vinkelräta riktningen $O, B$, samt $\beta$ vinkeln mellan spiralens radius vector och tangent. Af differential-kalkylen veta vi att:

$$\operatorname{tg} \alpha = f'(y) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (73)$$

samt

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{R}{\frac{dR}{dP}} = \frac{e^{f(P)}}{\frac{d\left(e^{f(P)}\right)}{dP}} = \frac{1}{f'(P)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (74).$$

Men enligt (70) är $P = y$, då således:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{1}{f'(P)} = \frac{1}{f'(y)} = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = \operatorname{Cotg} \alpha,$$

hvaraf följer:

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - \beta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (75).$$

Beteckna vi derföre spiralens tangent, subtangent, normal och

subnormal med $T$, $S_t$, $N$ och $S_n$, samt kurvan $r_p$:s nämnde linier med $T'$, $S'_t$, $N'$ och $S'_n$, så erhålla vi på grund af (75):

$$\frac{T}{T'} = \frac{S_t}{S'_t} = \frac{N}{N'} = \frac{S_n}{S'_n} = \frac{e^x}{x} = \frac{e^{f(y)}}{f(y)} \quad . \quad . \quad . \quad (76).$$

## 10.

## Geometriska qvantiteters reduktion till nytt plan.



Om vi ha en punkt $C$ i ett plan $o\,A\,B'$, så kan den enligt föregående bestämmas till sitt läge i detta plan af en geometrisk qvantitet $r_p$, så snart dess origo $o$, enhet $o\,a$ och grundriktning $o\,A$ äro gifna. Likaledes kunna vi bestämma en punkt $C_1$ i ett annat plan $o\,A\,B$ medelst en geometrisk qvantitet t. ex. $\varrho_\varphi$, så snart vi ha hans tre grundbestämningar: origo, enhet och grundriktning gifna. Om vi känna förhållandet mellan dessa qvantiteters nyssnämda grundbestämningar, så kan likväl ingen jemförelse mellan qvantiteterna sjelfva ega rum, innan vi känna det inbördes läget af deras plan. För att kunna bestämma detta läge, få vi till en början förutsätta origo, enhet och grundriktning *lika* hos qvantiteter i det ena och andra planet. Utgå vi derföre från planet $o\,A\,B$ såsom vårt på förhand fastställda plan, hvartill vi vilja hänföra våra punkter, så är punkten $C$ i planet $o\,A\,B'$ fullt bestämd till sitt läge genom genom geometriske qvantiteten:

$$(r_p)_t,$$

der $r_p$ betecknar en storlek med sin riktning i planet $o\,A\,B'$ och $t$ den vinkel, som detta plan bildar med vårt fastställda plan $o\,A\,B$, och hvilken vi derföre kalla *planvinkel*. Punkten $C$ i planet $o\,A\,B'$ kan således nu jemföras till sitt läge med en punkt $C_1$ i planet $o\,A\,B$. Vi kalla planet $o\,A\,B'$, hvari qvantiteten $r_p$ ligger, för hans *eget* eller

*egentliga* plan samt planet $o\,A\,B$, hvartill vi hänfört honom, för hans *nya* plan. Vi säga nu, *att vi reducerat en geometrisk qvantitet* $r_p$ *till ett nytt plan* $o\,A\,B$, *i förhållande till hvilket hans eget plan* $o\,A\,B'$ *bestämmes af en vinkel* $t$.

Planet $o\,A\,B'$, såsom bestämdt till sitt läge i förhållande till det nya planet $o\,A\,B$ förmedelst planvinkeln $t$, kalla vi korteligen *planet* $t$. Vi säga derföre om en geometrisk qvantitet $(r_p)_t$ *att han ligger i planet* $t$, i stället för att säga, *att hans eget plan bildar med det nya planet, hvartill han blifvit hänförd, en vinkel* $t$.

Planet utgör nu såsom det redan antyddes i N:o 1 vår *fjerde grundbestämning.* För att någon inbördes jemförelse mellan geometriska qvantiteter skall kunna ega rum, fordras således, *att de skola vara reducerade till lika enhet, grundriktning, origo och plan.*

Den vinkel, som två plan bilda med hvarandra, bestämmes genom den lutning, som tvenne till hvardera planet hörande, från samma punkt utgående och mot skärningslinien vinkelräta linier bilda med hvarandra. Planvinkeln $t$, hvilken vi ega att räkna från vårt nya plan, utgöres således här af vinkeln $B'\,o\,B$, som de från samma punkt $o$ utgående och mot den gemensamma grundriktningen (skärningslinien) vinkelräta axlarna $o\,B'$ och $o\,B$ bilda med hvarandra. Denna vinkel ligger, som vi se, i ett mot planen $o\,A\,B'$ och $o\,A\,B$ vertikalt plan $o\,B\,B'$, och att bestämma $t$ sammanfaller derföre helt och hållet med att uti detta vertikalplan bestämma riktningen $o\,B'$ i förhållande till riktningen $o\,B$ som grundriktning. Enligt N:o 1 kunna vi bestämma hvarje riktning med motsvarande båglängder med 1 till radie. Upprita vi derföre en cirkel i nyssnämnda vertikalplan med $o$ till medelpunkt och $o\,a = 1$ till radie och gående genom de vinkelräta axlarna $o\,B$ och $o\,B'$, och kalla vi denna cirkels omkrets $2\omega$ till längden således $= 2\pi$, *så representeras hvarje vinkel* $t$ *af delar af* $2\omega$, då hvarje värde på $t$ kan anses innefattas mellan gränsorna 0 och $2\omega$. Generelt taget kan hvarje värde på $t$ tänkas ökad med $2k\omega$, då följaktligen en till nytt plan reducerad geometrisk qvantitet tecknas generelt:

$$(r_{p+2k\pi})_{t+2k\omega}.$$

Då vi nu och framgent tala om en geometrisk qvantitets *vertikalplan*, så förstå vi alltid det plan, som står vinkelrät mot det nya plan, hvartill qvantiteten blifvit reducerad, och som skär detsamma

efter den vinkelräta riktningen. Det nya plan åter, hvartill qvantiteten blifvit reducerad och som skäres af vertikalplanet efter den vinkelräta riktningen och bildar med detsamma räta vinklar, komma vi att benämna *grundplan.* Qvantitetens eget plan deremot eller det plan, hvarifrån qvantiteten blifvit reducerad till det nya planet eller grundplanet, benämna vi, såsom ofvan nämdes, af dess *planvinkel.* Vi komma ock att i stället för planvinkel använda benämningen *planriktning*, då vi dermed förstå den riktning i vertikalplanet som representeras af planvinkeln. I enlighet med N:o 2 II benämna vi derföre planriktningen $t + \omega$ *negativ*, i förhållande till planriktningen $t$, betraktad som *positiv.* Med anledning deraf säga vi om ett plan $t$, betraktadt i den positiva planriktningen $t$, att det har ett *positivt läge*, i förhållande till samma plan, betraktadt såsom vridet en vinkel $\omega$ eller i den negativa planriktningen $t + \omega$, då det säges ha ett *negativt läge.* Planet är naturligtvis i begge fallen ett och detsamma, endast betraktadt ur olika synpunkter.

Vi hafva nu bragt vår planreduktion, att uteslutande bero på bestämmandet af en riktning i vertikalplanet i förhållande till grundplanets vinkelräta riktning som grundriktning. De lagar för riktningen som i föregående N:is blifvit utvecklade gälla derföre i hela sin utsträckning för riktningar i detta vertikalplan, då följaktligen de reduktioner vi här komma att afhandla utgöra rena tillämpningar af nämde lagar. Således är möjligheten för oss nu öppnad, att endast med införandet af det nya tecknet $2\omega$, såsom utmärkande cirkelomkretsen i vertikalplanet och hvaruti hvarje planvinkel ingår såsom en del, bestämma fullt tillförlitliga lagar för beräknandet af våra planreduktioner.

Vi gå nu att framställa några högst vigtiga satser, hvilkas riktighet omedelbart inses på grund af de begrepp vi i detta N:o utvecklat.

1.
$$\left.\begin{aligned} (r_p)_t &= (r_{-p})_{t+\omega} \\ (r_{-p})_t &= (r_p)_{t+\omega} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

d. v. s. *en geometrisk qvantitets båge p öfvergår, under det qvantitetens plan vrides 180°, från positiv till negativ, eller tvärtom från negativ till positiv; eller m . a . o. en geometrisk qvantitets båge p ändrar tecknen, under det hans plan öfvergår från positivt till negativt läge, eller tvärtom från negativt till positivt.*

2. $$\left\{\left(r_p\right)_t\right\}_{t_,} = \left(r_p\right)_{t+t_,} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

d. v. s. *om vi förmedelst en planvinkel t, till ett nytt plan ytterligare reducera en geometrisk qvantitet* $\left(r_p\right)_t$, *så ega vi att addera planvinklarna t och* $t_,$.

Denna sats är sjelfklar på grund af N:o 3.

3. Likasom vi i N:o 4 funno såsom uttryck på en geomktrisk summas reduktion till ny grundriktning i grundplanet:

$$1_\varphi \cdot \{r_p + r'_{p,}\} = r_{p+\varphi} + r'_{p,+\varphi},$$

så finna vi här såsom uttryck på en geometrisk summas reduktion till ny grundriktning i vertikalplanet:

$$\left\{\left(r_p\right)_t + \left(r'_{p,}\right)_{t,}\right\}_\vartheta = \left(r_p\right)_{t+\vartheta} + \left(r'_{p,}\right)_{t,+\vartheta} \quad \ldots \quad (3)$$

d. v. s. *om vi vilja reducera en summa af tvenne till samma grundplan reducerade geometriska qvantiteter* $\left(r_p\right)_t$ *och* $\left(r'_{p,}\right)_{t,}$ *till ett nytt grundplan förmedelst planvinkeln* $\theta$, *så ha vi att till de respective planvinklarna t och* $t_,$ *addera* $\theta$.

Denna sats gäller tydligen för huru många summander som helst, hvilken form de än må ha.

Följande 3:ne satser få vi uttala med en särdeles stark betoning, såsom öfverallt förekommande vid våra reduktionsberäkningar.

4. $$\left(r_{k\pi}\right)_t = r_{k\pi} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

d. v. s. *en reduktion till ny grundriktning i vertikalplanet har icke något inflytande på qvantiteter i grundplanets grundriktning.*

Denna sats är sjelfklar derutaf, att en grundriktningsförändring i vertikalplanet icke kan åstadkomma någon annan förändring hos en qvantitet i grundplanets grundriktning, än en vridning omkring honom sjelf såsom axel; men en rät lineas vridning omkring sig sjelf såsom axel är inom geometrien tydligen utan all betydelse.

5. $$\left.\begin{aligned}\left(r_{k\pi+\frac{\pi}{2}}\right)_t &= \left(r_{k\pi+\frac{\pi}{2}}\right)\left(\operatorname{Cos} t + \operatorname{Sin} t_{\frac{\omega}{2}}\right)\\ &= \left(r_{k\pi+\frac{\pi}{2}}\right)\operatorname{Cos} t + \left(r_{k\pi+\frac{\pi}{2}}\right)\operatorname{Sin} t_{\frac{\omega}{2}}\end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

d. v. s. *en reduktion till ny grundriktning i vertikalplanet har inflytande på qvantiteter i grundplanets vinkelräta riktning, ithy att denna riktning utgör på samma gång vertikalplanets grundriktning.*

Betraktad såsom tillhörande vertikalplanets grundriktning teckna vi qvantiteten $r_{k\pi+\frac{\pi}{2}}$ med parenthes; betraktad åter såsom tillhörande grundplanets vinkelräta riktning teckna vi honom utan parenthes. Deraf följer såsom ett enskildt uttryck af nyss anförda sats:

$$\left(r_{k\pi+\frac{\pi}{2}}\right)\operatorname{Cos} t = r \operatorname{Cos} t_{k\pi+\frac{\pi}{2}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Vi skrifva derföre ock för symetriens skull:

$$\left(r_{k\pi+\frac{\pi}{2}}\right)\operatorname{Sin} t_{\frac{\omega}{2}} = \left(r \operatorname{Sin} t_{k\pi+\frac{\pi}{2}}\right)_{\frac{\omega}{2}} \quad . \quad . \quad . \quad , \quad (7)$$

6. $$1_p \cdot \left(r_{k\pi+\frac{\pi}{2}}\right)_{k\omega+\frac{\omega}{2}} = \left(r_{k\pi+\frac{\pi}{2}}\right)_{k\omega+\frac{\omega}{2}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

d. v. s. *en reduktion till ny grundriktning i grundplanet har icke något inflytande på qvantiteter i vertikalplanets vinkelräta riktning.*

Denna sats är liksom 4 sjelfklar derutaf, att en grundriktnings förändring i grundplanet icke kan åstadkomma någon annan förändring hos en qvantitet i vertikalplanets vinkelräta riktning, än en vridning omkring honom sjelf såsom axel; men en rät lineas vridning omkring sig sjelf såsom axel är, såsom redan nämdt är i 4, utan all geometrisk betydelse.

Vertikalplanets vinkelräta riktning kalla vi korteligen *vertikalriktning.*

Slutligen få vi uttala följande tvenne vigtiga satser, hvilka identifiera våra planreduktioner med bestämmande af punkters lägen i rymden, hvarigenom vi således på samma gång befinna oss inom de tre utsträckningarnas eller rymdens geometri.

7. Om vi tänka oss planet $o\,A\,B$ fixt samt planet $o\,A\,B'$ utdraget i oändlighet åt alla håll, så berör det sednare under sin vridning omkring grundriktningen från $t = 0$ till $t = \omega$ eller från $t = \omega$ till

$t = 2\omega$ alla tänkbara punkter i rummet, vare sig således vi betrakta planet $t$ i dess positiva eller negativa läge. Emedan vi med en geometrisk qvantitet $r_p$ kunna bestämma hvilken punkt som helst i planet $t$ eller planet $t + \omega$, så följer deraf, *att vi med en till nytt plan reducerad geometrisk qvantitet* $(r_p)_t$ *kunna bestämma hvilken tänkbar punkt som helst i rummet.*

Då vi framdeles tala om en geometrisk qvantitet $(r_p)_t$ ur denna synpunkt, så inskränka vi icke $t$ till någondera af ofvan angifna begränsningar inom 1:ta och 2:dra eller inom 3:dje och 4:de qvadranterna, utan låta $t$:s gränser innefatta mellan sig hela omkretsen $2\omega$, hvarigenom således den till nytt plan reducerade geometriska qvantiteten framstår såsom ett generelt uttryck för begge ofvan angifna fall.

8. Vi skärskåda vår reducerade geometriska qvantitet $(r_p)_t$ ur en annan synpunkt. Om vi tänka oss planet $t$ utdraget i oändlighet endast på den sidan om grundriktningen, som ligger åt den positiva vinkelräta riktningen, eller endast på den sidan, som ligger åt den negativa vinkelräta riktningen, så berör det i hvilketdera fallet som helst under sin vridning från $t = 0$ till $t = 2\omega$ alla tänkbara punkter i rummet, då således *en geometrisk qvantitet* $(r_p)_t$, *hvars båge p ligger inom 1:ta och 2:dra qvadranterna, eller ock inom 3:dje och 4:de qvadranterna, kan bestämma hvilken tänkbar punkt som helst i rummet, då nämligen t:s gränser innefatta mellan sig hela omkretsen* $2\omega$. Äfven för dessa tvenne fall framstår den till nytt plan reducerade geometriska qvantiteten såsom ett generelt uttryck.

Med stöd af ofvan anförda satser 3, 4 och 5 kunna vi nu sönderlägga en geometrisk qvantitet $(r_p)_t$. Vi sätta:

$$\left.\begin{aligned} r \operatorname{Cos} p &= x \\ r \operatorname{Sin} p &= y \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (9),$$

då således:

$$(r_p)_t = (x + y_{\frac{\pi}{2}})_t = x + (y_{\frac{\pi}{2}})_t = x + y \operatorname{Cos} t_{\frac{\pi}{2}} + (y \operatorname{Sin} t_{\frac{\pi}{2}})_{\frac{\omega}{2}} \quad \ldots \quad (10).$$

Sätta vi vidare:

$$\left.\begin{aligned} y \operatorname{Cos} t &= \eta \\ y \operatorname{Sin} t &= \zeta \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (11),$$

så finna vi, emedan

$$\left.\begin{aligned} r^2 &= x^2 + y^2 \\ y^2 &= \eta^2 + \zeta^2 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

samt

$$\left.\begin{aligned} p &= \operatorname{arctg} \frac{y}{x} \\ t &= \operatorname{arctg} \frac{\zeta}{\eta} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (13):$$

$$\left.\begin{aligned} (r_p)_t &= r\left\{\operatorname{Cos} p + \operatorname{Sin} p \operatorname{Cos} t_{\frac{\pi}{2}} + \left(\operatorname{Sin} p \operatorname{Sin} t_{\frac{\pi}{2}}\right)_{\frac{\omega}{2}}\right\} \\ &= x + \eta_{\frac{\pi}{2}} + \left(\zeta_{\frac{\pi}{2}}\right)_{\frac{\omega}{2}} = \left\{\left(x^2+\eta^2+\zeta^2\right)^{\frac{1}{2}} \operatorname{arctg} \frac{y}{x}\right\}_{\operatorname{arctg} \frac{\zeta}{\eta}} \\ &= \left\{\left(x^2 + \eta^2 + \zeta^2\right)^{\frac{1}{2}} \operatorname{arctg} \pm \frac{\sqrt{\eta^2 + \zeta^2}}{x}\right\}_{\operatorname{arctg} \frac{\zeta}{\eta}} \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (14).$$

Vi skola straxt i frågan om summationen undersöka den särskilda betydelsen af den positiva och negativa roten i $\operatorname{arctg} \pm \frac{\sqrt{\eta^2+\zeta^2}}{x}$.

Anm. I stället för $x$, $\eta$, $\zeta$ komma vi framdeles att för symetriens skull för det mesta skrifva $x$, $y$, $z$ och $X$, $Y$, $Z$.

Enligt (14) kunna vi nu summera tvenne eller flera till samma plan reducerade geometriska qvantiteter, om vi genom projiciering sönderlägga hvar och en af dem och kalla summan af qvantiteterna i grundriktningen för $X$, i den vinkelräta riktningen för $Y$ och i den vertikala riktningen för $Z$. Vi finna således summan af 2:ne geometriska qvantiteter:

$$(r_p)_t + (r'_{p'})_{t'} = \left\{\left(X^2+Y^2+Z^2\right)^{\frac{1}{2}} \operatorname{arctg} \pm \frac{\sqrt{Y^2+Z^2}}{X}\right\}_{\operatorname{arctg} \frac{Z}{Y}},$$

då nämligen:

$$\left.\begin{aligned}(X^2+Y^2+Z^2)^{\frac{1}{2}} &= (r^2+2rr'[\operatorname{Cos}p\ \operatorname{Cos}p_{,}+\operatorname{Sin}p\ \operatorname{Sin}p_{,}\operatorname{Cos}(t,-t)]+r'^2)^{\frac{1}{2}}\\ \operatorname{arctg}\pm\frac{\sqrt{Y^2+Z^2}}{X} &= \operatorname{arctg}\pm\frac{\sqrt{r^2\operatorname{Sin}^2p+2rr'\operatorname{Sin}p\operatorname{Sin}p_{,}\operatorname{Cos}(t,-t)+r'^2\operatorname{Sin}^2p_{,}}}{r\operatorname{Cos}p+r'\operatorname{Cos}p_{,}}\\ \operatorname{arctg}\frac{Z}{Y} &= \operatorname{arctg}\frac{r\operatorname{Sin}p\operatorname{Sin}t+r'\operatorname{Sin}p_{,}\operatorname{Sin}t_{,}}{r\operatorname{Sin}p\operatorname{Cos}t+r'\operatorname{Sin}p_{,}\operatorname{Cos}t_{,}}\end{aligned}\right\}(15).$$

I (15) ha vi således uttryckt ifrågavarande summa i en enda geometrisk qvantitet af formen $(R_P)_T$.

Med stöd af (3) kunna vi här, liksom i N:o 7 (5), omedelbart ur (15) härleda ett enklare uttryck för planvinkeln. Vi finna nämligen:

$$(r_p)_t+(r''_{p,})_{t,}+\left\{(r_p)_o=(r'_{p,})_{t,-t}\right\}_t$$

$$=\left\{(\quad)^{\frac{1}{2}}\operatorname{arctg}\pm\sqrt{\frac{}{r\operatorname{Cos}p+r'\operatorname{Cos}p_{,}}}\right\}\operatorname{arctg}\frac{r'\operatorname{Sin}p_{,}\operatorname{Sin}(t,-t)}{r\operatorname{Sin}p+r'\operatorname{Sin}p_{,}\operatorname{Cos}(t,-t)}+t \quad \ldots (16).$$

Planvinkeln, som representeras af $\operatorname{arctg}\frac{Z}{Y}$, eller närmare uttryckt, af $\operatorname{arctg}\frac{r\operatorname{Sin}p\operatorname{Sin}t+r'\operatorname{Sin}p_{,}\operatorname{Sin}t_{,}}{r\operatorname{Sin}p\operatorname{Cos}t+r'\operatorname{Sin}p_{,}\operatorname{Cos}t_{,}}$ i (15) eller $\operatorname{arctg}\frac{r'\operatorname{Sin}p_{,}\operatorname{Sin}(t,-t)}{r\operatorname{Sin}p+r_{,}\operatorname{Sin}p_{,}\operatorname{Cos}(t,-t)}+t$ i (16), är här, liksom i N:o 7 (3), (4) och (5), fullt bestämd af täljarens och nämnarens positiva eller negativa tecken. Gränsvärdena för planvinkeln innefatta således mellan sig alla fyra qvadranterna eller hela omkretsen $2\omega$. Enligt satsen 8 kan derföre den båge, som representeras af $\operatorname{arctg}\frac{\pm\sqrt{Y^2+Z^2}}{X}$, vara inskränkt inom gränsorna af 1:sta och 2:dra eller ock inom gränserna af 3:dje och 4:de qvadranterna, hvilka tvenne fall motsvaras, som vi se, af den positiva och negativa roten i $\operatorname{arctg}\frac{\pm\sqrt{Y^2+Z^2}}{X}$. Räkna vi derföre vår planvinkel från 0 till $2\omega$, så ega vi att använda den positiva roten; räkna vi deremot planvinkeln från $\omega$ till $3\omega$, d. v. s. betrakta vi planet $\operatorname{arctg}\frac{Z}{Y}$ i dess negativa läge, så ega vi att använda den negativa roten. Riktigheten af detta inses föröfrigt på grund af (1), samt deraf att alltid $\operatorname{arctg}\frac{\mp\sqrt{\ }}{X}=\mp\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{\ }}{X}$, då nämligen bågen enligt ofvan inskränkes mellan gränsorna 0 och $\pm\pi$; då således:

$$\left\{(\quad)^{\frac{1}{2}}_{\text{arctg}\ \mp\frac{V}{X}}\right\}_{\text{arctg}\ \frac{Z}{Y}+\omega} = \left\{(\quad)^{\frac{1}{2}}_{\text{arctg}\ \pm\frac{V}{X}}\right\}_{\text{arctg}\ \frac{Z}{Y}} \ldots(17).$$

## Följdsatser:

I. Är i (15) och (16) $t_{,} = t$, så följer deraf:

$$(r_p)_t + (r'_{p,})_t = \left\{(r^2 + 2rr'\,\text{Cos}\,(p_{,}-p) + r'^2)^{\frac{1}{2}}_{\text{arctg}\ \frac{r\,\text{Sin}p + r'\,\text{Sin}p_{,}}{r\,\text{Cos}p + r'\,\text{Cos}p_{,}}}\right\}_t \ldots(18)$$

d. v. s. *geometriska qvantiteter, som hafva lika planriktning, kunna summeras i sitt gemensamma plan enligt N:o 7.*

Denna sats utgör föröfrigt en omedelbar följd af (3); ty

$$(r_p)_t + (r'_{p,})_t = \left\{(r_p)_o + (r'_{p,})_o\right\}_t = \left\{r_p + r'_{p,}\right\}_t = \text{etc.}$$

Af (18) härleda vi:

$$\left.\begin{aligned}(r_p)_t + (r'_p)_t &= \left\{(r + r')_p\right\}_t \\ (r_p)_t + (r_{\pi+p})_t &= \left\{(r - r')_p\right\}_t\end{aligned}\right\} \ldots\ldots (19)$$

d. v. s. *qvantiteter, som hafva lika planriktning och lika eller motsatt riktning i sitt eget plan kunna direkt adderas till eller subtraheras från hvarandra.*

II. Är $t_{,} - t = \omega$; så följer deraf:

$$(r_p)_t + (r'_{p,})_{t+\omega} = \left\{(r^2 + 2rr'\,\text{Cos}\,(p_{,}+p) + r'^2)^{\frac{1}{2}}_{\text{arctg}\ \frac{r\,\text{Sin}p - r'\,\text{Sin}p_{,}}{r\,\text{Cos}p + r'\,\text{Cos}p_{,}}}\right\}_t \ldots(20)$$

d. v. s. *geometriska qvantiteter med motsatta planriktningar t och t + ω summeras enligt N:o 7, som om deras riktningar i planet t representerades af bågar med motsatta tecken.*

Är $p_{,}$ i (20) negativ, så återfå vi (18), hvilket är klart på grund af (1).

Af (20) härleda vi:

$$\left.\begin{aligned} (r_p)_t + (r'_{-p})_{t+\omega} &= \{(r+r')_p\}_t \\ (r_p)_t + (r'_{-(\pi+p)})_{t+\omega} &= \{(r-r')_p\}_t \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad (21)$$

d. v. s. *qvantiteter, som ha motsatta planriktningar och hvilkas riktningar i deras eget plan representeras af lika eller på 180° sig skiljande bågar med motsatt tecken, kunna direkt adderas till eller subtraheras från hvarandra.*

Vi anföra här en ny beteckning på en geometrisk qvantitet $(r_p)_t$, hvilken i våra följande räkningar blir af stor nytta och användbarhet. Om vi nämligen i stället för bågarna $p$ och $t$ begagna oss af bågarna $ab = m$ i grundplanet och $bc = n$ i det mot grundplanet vertikala planet $obc$ (se föreg. fig.), så ega vi att mellan dem använda följande lätt funna relationer:

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{Cos} p &= \operatorname{Cos} n \operatorname{Cos} m \\ \operatorname{Sin} p \operatorname{Cos} t &= \operatorname{Cos} n \operatorname{Sin} m \\ \operatorname{Sin} p \operatorname{Sin} t &= \operatorname{Sin} n \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (22).$$

Då vi känna tvenne af dessa fyra bågar, så äro de tvenne öfriga fullt bestämda. I öfverensstämmelse med benämningarna inom astronomien kalla vi $m$ *azimutbågen för* $p$ *och* $t$, betecknad $az\,(p, t)$, samt $n$ *höjdbågen* eller *zenitdistansens komplementbåge för* $p$ *och* $t$, betecknad $cz\,(p, t)$, då således:

$$\left.\begin{aligned} m &= az\,(p, t) \\ n &= cz\,(p, t) \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (23).$$

Vår nya beteckning blir derföre:

$$(r_p)_t = r_{m+n\,\frac{\omega}{2}} = r\left\{\operatorname{Cos} n \operatorname{Cos} m + \operatorname{Cos} n \operatorname{Sin} m_{\frac{\pi}{2}} + (\operatorname{Sin} n)_{\frac{\pi}{2}\,\frac{\omega}{2}}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad (24).$$

Här betecknar $\frac{\omega}{2}$ i $n_{\frac{\omega}{2}}$ att $n$ utgör en i allmänhet mot grundplanet vertikal båge. Föröfrigt beteckna vi såväl bågen $n$ som bågen $m$ såsom delar af omkretsen $2\pi$. En geometrisk qvantitet under denna form representeras derföre såsom generell af följande teckning:

$$r_{(m+2k\pi)+(n+2k\pi)_{\frac{\omega}{2}}}$$

Om vi sätta:

$$\left.\begin{aligned} r\,\mathrm{Cos}\,n\,\mathrm{Cos}\,m &= x \\ r\,\mathrm{Cos}\,n\,\mathrm{Sin}\,m &= y \\ r\,\mathrm{Sin}\,n &= z \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (25),$$

så följer deraf:

$$\left.\begin{aligned} m &= \mathrm{arctg}\,\frac{y}{x} \\ n &= \mathrm{arctg}\,\frac{z}{\pm\sqrt{x^2+y^2}} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (26),$$

hvaraf vidare erhålles i stället för (24):

$$r_{m+n\,\frac{\omega}{2}} = x+y_{\frac{\pi}{2}}+(z_{\frac{\pi}{2}})_{\frac{\omega}{2}} = (x^2+y^2+z^2)^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{arctg}\,\frac{y}{x}+\left(\mathrm{arctg}\,\frac{z}{\pm\sqrt{x^2+y^2}}\right)_{\frac{\omega}{2}} \quad \ldots (27).$$

Enligt (27) kunna vi nu summera tvenne eller flera till samma grundplan hörande geometriska qvantiteter af ofvanstående form, om vi sönderlägga hvar och en af dem enligt (24) och kalla summan af qvantiteterna i grundriktningen för $X$, i den vinkelräta riktningen för $Y$ och i den vertikala riktningen för $Z$. Således finna vi summan:

$$r_{m+n\,\frac{\omega}{2}} + r'_{m'+n'\,\frac{\omega}{2}} = (X^2+Y^2+Z^2)^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{arctg}\,\frac{Y}{X}+\left(\mathrm{arctg}\,\frac{Z}{\pm\sqrt{X^2+Y^2}}\right)_{\frac{\omega}{2}},$$

då nämligen:

$$\left.\begin{aligned} (X^2+Y^2+Z^2)^{\frac{1}{2}} &= (r^2+2rr'[\mathrm{Cos}n\mathrm{Cos}n'\mathrm{Cos}(m'-m)+\mathrm{Sin}n\mathrm{Sin}n']+r'^2)^{\frac{1}{2}} \\ \mathrm{arctg}\,\frac{Y}{X} &= \mathrm{arctg}\,\frac{r\,\mathrm{Cos}\,n\,\mathrm{Sin}\,m+r'\,\mathrm{Cos}\,n'\,\mathrm{Sin}\,m'}{r\,\mathrm{Cos}\,n\,\mathrm{Cos}\,m+r'\,\mathrm{Cos}\,n'\,\mathrm{Cos}\,m'} \\ \mathrm{arctg}\,\frac{Z}{\pm\sqrt{X^2+Y^2}} &= \mathrm{arctg}\,\frac{r\,\mathrm{Sin}\,n+r'\,\mathrm{Sin}\,n'}{\pm\sqrt{r^2\mathrm{Cos}^2n+2rr'\mathrm{Cos}n\,\mathrm{Cos}n'\mathrm{Cos}(m'-m)+r'^2\mathrm{Cos}^2n'}} \end{aligned}\right\} \quad (28).$$

Här är azimutbågen, som representeras af $\mathrm{arctg}\,\frac{Y}{X}$, liksom planvinkeln i (15) och (16), fullt bestämd genom täljarens och nämnarens tecken i bråket $\frac{Y}{X}$. Gränsvärdena för $\mathrm{arctg}\,\frac{Y}{X}$ innefatta således mellan sig alla fyra qvadranterna eller hela omkretsen $2\pi$. För att en geometrisk qvantitet

$$(X^2+Y^2+Z^2)^{\frac{1}{2}}{}_{\text{arctg}\,\frac{Y}{X}} + (\text{arctg}\,\frac{Z}{\pm\sqrt{X^2+Y^2}})_{\frac{\omega}{2}}$$

skall kunna bestämma hvilken punkt som helst i rummet är det derföre fullt tillräckligt, att $\text{arctg}\,\frac{Z}{\pm\sqrt{X^2+Y^2}}$ innefattas mellan gränserna af 2:ne qvadranter, antingen den 1:ta och 4:de eller den 2:dra och 3:dje. Vi se att dessa tvenne fall motsvaras: det förra af den positiva roten, det sednare af den negativa roten i $\text{arctg}\,\frac{Z}{\pm\sqrt{X^2+Y^2}}$. Vi ega derföre här liksom i (15) och (16) att använda endast endera af rötterna. Genom konstruktion finna vi med lätthet, att om vi räkna vår azimutbåge $\text{arctg}\,\frac{Y}{X}$ från 0 till $2\pi$, så ega vi att använda den positiva roten; räkna vi honom deremot från $\pi$ till $3\pi$, så ega vi att använda den negativa roten. Likhet i betydelse af dessa tvenne fall uttrycka vi, såsom i (17), medelst likheten:

$$(\ )^{\frac{1}{2}}{}_{\text{arctg}\,\frac{Y}{X}+\pi} + (\text{arctg}\,\frac{Z}{\mp\sqrt{\ }})_{\frac{\omega}{2}} = (\ )^{\frac{1}{2}}{}_{\text{arctg}\,\frac{Y}{X}} + (\text{arctg}\,\frac{Z}{\pm\sqrt{\ }})_{\frac{\omega}{2}} \quad \ldots(29).$$

I öfverensstämmelse med satserna 7 och 8 inskränka vi icke höjdbågen hos en på detta sätt tecknad geometrisk qvantitet inom gränserna af tvenne qvadranter, utan låta honom representera hvilket värde som helst inom hela omkretsen $2\pi$. Den i (24) införda nya beteckningen på en till nytt plan reducerad geometrisk qvantitet framstår derföre äfven här såsom det generella uttrycket för begge ofvan anförda fall.

## Följdsatser:

I. Är i (28) $m_1 = m$, så följer deraf:

$$r_{m+n}{}_{\frac{\omega}{2}} + r'_{m+n'}{}_{\frac{\omega}{2}}$$

$$= (r^2+2rr'\,\text{Cos}\,(n'-n)+r'^2)^{\frac{1}{2}}{}_{m+(\text{arctg}\,\frac{r\,\text{Sin}\,n + r'\,\text{Sin}\,n'}{r\,\text{Cos}\,n + r'\,\text{Cos}\,n'})_{\frac{\omega}{2}}} \quad \ldots (30)$$

d. v. s. *geometriska qvantiteter, som hafva lika azimutbågar, summeras enligt N:o 7 i deras gemensamma vertikalplan.*

Af (30) härleda vi:

$$\left.\begin{aligned} r_{m+n\frac{\omega}{2}} + r'_{m+n\frac{\omega}{2}} &= (r+r')_{m+n\frac{\omega}{2}} \\ r_{m+n\frac{\omega}{2}} + r'_{m+(\pi+n)\frac{\omega}{2}} &= (r-r')_{m+n\frac{\omega}{2}} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad (31)$$

d. v. s. *qvantiteter, som hafva lika azimutbågar och lika eller på 180° sig skiljande höjdbågar kunna direkt adderas till eller subtraheras på hvarandra.*

II. Är $m' - m = \pi$, så följer deraf:

$$r_{m+n\frac{\omega}{2}} + r'_{(m+\pi)+n'\frac{\omega}{2}}$$

$$= (r^2 + 2rr' \operatorname{Cos}(n'+n) + r'^2)^{\frac{1}{2}}{}_{m+(\operatorname{arctg}\frac{r\operatorname{Sin}n + r'\operatorname{Sin}n'}{r\operatorname{Cos}n - r'\operatorname{Cos}n'})\frac{\omega}{2}} \quad . \quad . \quad . \quad (32)$$

d. v. s. *geometriska qvantiteter, hvilkas azimutbågar skilja sig på 180°, summeras i sitt gemensamma vertikalplan med de särskilda vilkor, som äro uppgifna i (32).*

Af (32) härleda vi:

$$\left.\begin{aligned} r_{m+n\frac{\omega}{2}} + r'_{(m+\pi)+(\pi-n)\frac{\omega}{2}} &= (r+r')_{m+n\frac{\omega}{2}} \\ r_{m+n\frac{\omega}{2}} + r'_{(m+\pi)+(-n)\frac{\omega}{2}} &= (r-r')_{m+n\frac{\omega}{2}} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad (33)$$

d. v. s. *qvantiteter, hvilkas azimutbågar skilja sig på 180° och hvilkas höjdbågar satisfiera de vilkor, som äro gifna i (33), kunna direkt adderas till eller subtraheras från hvarandra.*

På grund af (33) kunna vi nu ytterligare bestyrka riktigheten af (29); ty:

$$r_{m+n\frac{\omega}{2}} = r_{m+\pi+(\operatorname{arctg}\frac{\operatorname{Sin}(\pi-n)}{\operatorname{Cos}(\pi-n)})\frac{\omega}{2}} = r_{m+\pi+(\operatorname{arctg}\frac{\operatorname{Sin}n}{-\operatorname{Cos}n})\frac{\omega}{2}} \quad . \quad . \quad . \quad (34),$$

der nämnaren i arctg $\frac{\text{Sin } n}{-\text{Cos } n}$ är ovilkorligen negativ, så snart $n$ icke öfverskrider värdet $\pm \frac{\pi}{2}$.

Slutligen få vi uttala trenne mot (14), (15) och (16) af N:o 2 svarande satser, hvilkas riktighet omedelbart inses på grund af nämde satser samt (14):

9. Likheten $(r_p)_t = (r'_{p,})_{t,}$ kan icke ega rum, utan att särskildt:

$$\left.\begin{aligned} r &= r' \\ p &= p_, \\ t &= t_, \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (35).$$

Att dessutom azimut- och höjdbågarna måste vara lika inses omedelbart af (22).

10. Likheten $(r_p)_t = x + y_{\frac{\pi}{2}} + (z_{\frac{\pi}{2}})_{\frac{\omega}{2}} = 0$ kan icke ega rum, utan att särskildt:

$$\left.\begin{aligned} x &= 0 \\ y &= 0 \\ z &= 0 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (36).$$

11. Om $(r_p)_t = x + y_{\frac{\pi}{2}} + (z_{\frac{\pi}{2}})_{\frac{\omega}{2}}$ samt $(r'_{p,})_{t,} = x_, + y_{,\frac{\pi}{2}} + (z_{,\frac{\pi}{2}})_{\frac{\omega}{2}}$, så kan icke likheten $(r_p)_t = (r'_{p,})_{t,}$ ega rum, utan att särskildt:

$$\left.\begin{aligned} x &= x_, \\ y &= y_, \\ z &= z_, \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (37).$$

## 11.

## Geometriska qvantiteters reduktion till ny grundriktning på samma gång som till nytt plan.



Om vi med en geometrisk qvantitet $r_p$ fixera en punkt $C$ i planet $o\,A$, C, så teckna vi honom enligt föregående, såsom reducerad till det nya planet $o\,A,\ B_{,},\ (r_p)_t$, då nämligen t = vinkeln $B'\,o\,B$, utgör hans planvinkel och $o\,A$, utgör hans grundriktning (planens skärningslinea). Vilja vi nu reducera honom till en ny grundriktning $o\,A$ i hans nya plan, så finna vi enligt N:o 3, då längden $ob = oa = 1$ utgör hans enhet och $p$, enhetens $ob$ riktning fråu $o\,A$, $1_{p,} \cdot (r_p)_t$, såsom representerande qvantiteten $r_p$:s reduktion först till ett nytt plan och sedan till en ny grundriktning i detta plan. Vi säga nu, *att vi reducerat en geometrisk qvantitet* $r_p$ *till ny grundriktning på samma gång som till nytt plan.*

Låta vi en geometrisk qvantitet $(R_p)_T$, hänförd till samma grundbestämningar som $1_{p,} \cdot (r_p)_t$, nämligen origo $o$, enheten $oa$, grundriktningen $o\,A$ och planet $o\,A\,B$, fixera samma punkt $C$, så ba vi enligt N:o 1 likheten:

$$(R_p)_T = 1_{p,} \cdot (r_p)_t \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

$P$ representerar här bågen $ac$ och $T$ vinkeln mellan planen $o\,A\,C$ och $o\,A\,B$. $R$ är $= r$, emedan tvenne räta linier, dragna mellan tvenne punkter $o$ och $C$, måste helt och hållet sammanfalla. Bågarna $P$, $p$, och $p$ utgöra, som vi se, sidor i den sferiska triangeln $abc$. Med stöd af satserna 3—6 af N:o 10 kunna vi nu sönderlägga geometriska qvantiteten $1_{p,} \cdot (r_p)_t$ i hans projektioner. Vi finna nämligen:

$$1_{p,} \cdot (r_p)_t = 1_{p,} \cdot \left\{ r \operatorname{Cos} p + \operatorname{Sin} p_{\frac{\pi}{2}} \right\}_t$$

$$= 1_{p,} \cdot \left\{ r \operatorname{Cos} p + r \operatorname{Sin} p_{\frac{\pi}{2}} (\operatorname{Cos} t + \operatorname{Sin} t_{\frac{\omega}{2}}) \right\}$$

$$= r \operatorname{Cos} p \cdot 1_{p,} + r \operatorname{Sin} p \operatorname{Cos} t \cdot 1_{p,+\frac{\pi}{2}} + (r \operatorname{Sin} p \operatorname{Sin} t_{\frac{\pi}{2}})_{\frac{\omega}{2}}$$

$$= r \operatorname{Cos} p \operatorname{Cos} p, + r \operatorname{Cos} p \operatorname{Sin} p_{,\frac{\pi}{2}} - r \operatorname{Sin} p \operatorname{Cos} t \operatorname{Sin} p,$$

$$+ r \operatorname{Sin} p \operatorname{Cos} t \operatorname{Cos} p_{,\frac{\pi}{2}} + (r \operatorname{Sin} p \operatorname{Sin} t_{\frac{\pi}{2}})_{\frac{\omega}{2}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2).$$

Om vi nu tillika sönderlägga $(R_P)_T$, så erhålla vi på grund af N:o 10 (37):

$$\left.\begin{aligned} R \operatorname{Cos} P &= r \operatorname{Cos} p \operatorname{Cos} p, - r \operatorname{Sin} p \operatorname{Cos} t \operatorname{Sin} p, \\ R \operatorname{Sin} P \operatorname{Cos} T &= r \operatorname{Cos} p \operatorname{Sin} p, + r \operatorname{Sin} p \operatorname{Cos} t \operatorname{Cos} p, \\ R \operatorname{Sin} P \operatorname{Sin} T &= r \operatorname{Sin} p \operatorname{Sin} t \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (3).$$

Om vi i (3) sätta $R = r = 1$ eller helt enkelt på grund af $R$ och $r$:s likhet dividera bort dem, samt i stället för $t$ insätta $\pi - \alpha$, så erhålla vi tre af den sferiska trigonometriens grundformler.

## Följdsatser:

I. I enlighet med N:o 4 finna vi här såsom uttryck på en geometrisk summas reduktion till ny grundriktning i grundplanet:

$$1_\varphi \cdot \left\{ (r_p)_t + (r'_{p,})_{t,} \right\} = 1_\varphi \cdot (r_p)_t + 1_\varphi \cdot (r'_{p,})_{t,} \quad \ldots \quad (4).$$

Detta gäller tydligen för huru många summander som helst, hvad form de än må ha.

II. Vi kunna nu på grund af (1) ur en ny synpunkt skärskåda den i N:o 10 (24) införda nya beteckning på en till nytt plan reducerad geometrisk qvantitet. Vi se nämligen, att

$$r_{m+n\,\frac{\omega}{2}} = 1_m \cdot (r_n)_{\frac{\omega}{2}} \quad \ldots\ldots \quad (5)$$

eller annorlunda uttryckt

$$\left(r_p\right)_t = r_{az(p,t)+cz(p,t)\,\frac{\omega}{2}} = 1_{az(p,t)} \cdot \left(r_{cz(p,t)}\right)_{\frac{\omega}{2}} \quad \ldots \quad (6).$$

Af (5) följer:

$$1_{p_1} \cdot \left(r_p\right)_t = 1_{p_1 + az(p,t)} \cdot \left(r_{cz(p,t)}\right)_{\frac{\omega}{2}} = r_{p_1 + az(p,t) + cz(p,t)\,\frac{\omega}{2}} \quad \ldots \quad (7)$$

samt vidare på grund af (1) och satsen 9 af N:o 10:

$$\left.\begin{aligned} az\,(P,T) &= p_1 + az\,(p,t) \\ cz\,(P,T) &= cz\,(p,t) \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \quad (8).$$

På grund af (5) samt med stöd af (4) och N:o 10 (3) finna vi i öfverensstämmelse med N:o 10 (30) och (31):

$$r_{m+n\,\frac{\omega}{2}} + r'_{m+n'\,\frac{\omega}{2}} = 1_m \cdot \left(r_n\right)_{\frac{\omega}{2}} + 1_m \cdot \left(r'_{n'}\right)_{\frac{\omega}{2}} = 1_m \cdot \left\{r_n + r'_{n'}\right\}_{\frac{\omega}{2}} = \text{etc.}\ldots(9),$$

då således:

$$\left.\begin{aligned} r_{m+n\,\frac{\omega}{2}} + r'_{m+n\,\frac{\omega}{2}} &= 1_m \cdot \left\{\left(r + r'\right)_n\right\}_{\frac{\omega}{2}} \\ r_{m+n\,\frac{\omega}{2}} + r'_{m+(n+\pi)\,\frac{\omega}{2}} &= 1_m \cdot \left\{\left(r - r'\right)_n\right\}_{\frac{\omega}{2}} \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (10).$$

Vidare finna vi i öfverensstämmelse med N:o 10 (32) och (33):

$$r_{m+n\,\frac{\omega}{2}} + r'_{m+\pi+n'\,\frac{\omega}{2}} = 1_m \cdot \left\{\left(r_n\right)_{\frac{\omega}{2}} + 1_\pi \cdot \left(r'_{n'}\right)_{\frac{\omega}{2}}\right\};$$

men enligt (3) är

$$1_\pi \cdot \left(r'_{n'}\right)_{\frac{\omega}{2}} = 1_\pi \cdot r' \operatorname{Cos} n' + \left(r' \operatorname{Sin} n'\right)_{\frac{\pi}{2}\,\frac{\omega}{2}}$$

$$= r' \operatorname{Cos}\left(\pi - n'\right) + \left(r' \operatorname{Sin}\left(\pi - n'\right)_{\frac{\pi}{2}}\right)_{\frac{\omega}{2}} = \left(r'_{\pi - n'}\right)_{\frac{\omega}{2}},$$

hvaraf följer:

$$r_{m+n\,\frac{\omega}{2}} + r'_{m+\pi+n'\,\frac{\omega}{2}} = 1_m \cdot \left\{r_n + r'_{\pi - n'}\right\}_{\frac{\omega}{2}} = \text{etc.}\ldots(11),$$

då således:

$$\left.\begin{aligned} r_{m+n\,\frac{\omega}{2}} + r'_{m+\pi+(\pi-n)\,\frac{\omega}{2}} &= 1_m \cdot \left\{(r + r')_n\right\}_{\frac{\omega}{2}} \\ r_{m+n\,\frac{\omega}{2}} + r'_{m+\pi+(-n)\,\frac{\omega}{2}} &= 1_m \cdot \left\{(r - r')_n\right\}_{\frac{\omega}{2}} \end{aligned}\right\} \ldots (12).$$

Är i (10) och (12) $n = k\pi$, så försvinner enligt N:o 10 (4) $\frac{\omega}{2}$ och $k\pi$ öfvergår såsom addend till $m$

III. På grund af N:o 10 samt (1) af detta N:o kunna vi ytterligare reducera en geometrisk qvantitet $1_{p_,} \cdot (r_p)_t$ till ett nytt plan, förmedelst planvinkeln $t_,$, hvaraf erhålles

$$\left[1_{p_,} \cdot (r_p)_t\right]_{t_,};$$

vidare denna qvantitet till ny grundriktning i detta nya plan förmedelst vinkeln $p_{,,}$, hvaraf erhålles

$$1_{p_{,,}} \cdot \left[1_{p_,} \cdot (r_p)_t\right]_{t_,}.$$

Vi kunna verkställa dylika reduktioner till nytt plan och till ny grundriktning i detta plan upprepade gånger, då vi få såsom resultatet af den $n^{te}$ i ordningen å ömse sidor:

$$1_{p_{(n)}} \cdot \left[\ldots 1_{p_{,,,}} \cdot \left\{1_{p_{,,}} \cdot \left(1_{p_,} \cdot (r_p)_t\right)_{t_,}\right\}_{t_{,,}} \ldots\right]_{t_{n-1}}.$$

Med stöd af N:o 4 samt satserna 3—6 af N:o 10 kunna vi med upprepande af samma räkningar, som vi använde för erhållande af (3), sönderlägga en qvantitet, underkastad dylika reduktioner, huru många de än må vara.

Om vi sätta:

$$(r_p)_t = A + B_{\frac{\pi}{2}} + (C_{\frac{\pi}{2}})_{\frac{\omega}{2}} \quad \ldots\ldots \quad (13)$$

samt med $v$ utmärka en 90°:s båge, således till gradtalet lika med $\frac{\pi}{2}$ och $\frac{\omega}{2}$, så erhålla vi:

$$1_{p_{,}} \cdot (r_p)_t = 1_{p_{,}} \cdot \left\{ A + B_{\frac{\pi}{2}} + (C_{\frac{\pi}{2}})_{\frac{\omega}{2}} \right\}$$

$$= A \operatorname{Cos} p_{,} + B \operatorname{Cos} (v + p_{,}) + \left[ A \operatorname{Sin} p_{,} + B \operatorname{Sin} (v + p_{,}) \right]_{\frac{\pi}{2}} + (C_{\frac{\pi}{2}})_{\frac{\omega}{2}}.$$

Vi sätta:

$$\left.\begin{aligned} A^{1} &= A \operatorname{Cos} p_{,} + B \operatorname{Cos} (v + p_{,}) \\ B^{1} &= A \operatorname{Sin} p_{,} + B \operatorname{Sin} (v + p_{,}) \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (14),$$

hvaraf följer:

$$\left[ 1_{p_{,}} \cdot (r_p)_t \right]_{t_{,}} = A^{1} + \left[ B^{1} \operatorname{Cos} t_{,} + C \operatorname{Cos} (v + t_{,}) \right]_{\frac{\pi}{2}}$$

$$+ \left\{ \left[ B^{1} \operatorname{Sin} t_{,} + C \operatorname{Sin} (v + t_{,}) \right]_{\frac{\pi}{2}} \right\}_{\frac{\omega}{2}}.$$

Vi sätta:

$$\left.\begin{aligned} B_{1}^{1} &= B^{1} \operatorname{Cos} t_{,} + C \operatorname{Cos} (v + t_{,}) \\ C_{1} &= B^{1} \operatorname{Sin} t_{,} + C \operatorname{Sin} (v + t_{,}) \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (15),$$

hvaraf följer:

$$1_{p_{,,}} \cdot \left[ 1_{p_{,}} \cdot (r_p)_t \right]_{t_{,}} = A^{1} \operatorname{Cos} p_{,,} + B_{1}^{1} \operatorname{Cos} (v + p_{,,})$$

$$+ \left[ A^{1} \operatorname{Sin} p_{,,} + B_{1}^{1} \operatorname{Sin} (v + p_{,,}) \right]_{\frac{\pi}{2}} + (C_{1_{\frac{\pi}{2}}})_{\frac{\omega}{2}}.$$

Vi sätta:

$$\left.\begin{aligned} A^{11} &= A^{1} \operatorname{Cos} p_{,,} + B_{1}^{1} \operatorname{Cos} (v + p_{,,}) \\ B_{1}^{11} &= A^{1} \operatorname{Sin} p_{,,} + B_{1}^{1} \operatorname{Sin} (v + p_{,,}) \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (16),$$

hvaraf följer:

$$\left\{ 1_{p_{,,}} \cdot \left[ 1_{p_{,}} \cdot (r_p)_t \right]_{t_{,}} \right\}_{t_{,,}} = A^{11} + \left[ B_{1}^{11} \operatorname{Cos} t_{,,} + C_{1} \operatorname{Cos} (v + t_{,,}) \right]_{\frac{\pi}{2}}$$

$$+ \left\{ \left[ B_{1}^{11} \operatorname{Sin} t_{,,} + C_{1} \operatorname{Sin} (v + t_{,,}) \right]_{\frac{\pi}{2}} \right\}_{\frac{\omega}{2}},$$

då vi ytterligare sätta:

$$\left.\begin{aligned} B_{11}^{11} &= B_{1}^{11} \operatorname{Cos} t_{,,} + C_{1} \operatorname{Cos} (v + t_{,,}) \\ C_{11} &= B_{1}^{11} \operatorname{Sin} t_{,,} + C_{1} \operatorname{Sin} (v + t_{,,}) \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (17).$$

Lagen är tydlig för huru många reduktioner som helst, så att vi i allmänhet erhålla:

$$1_{p_n} \cdot \Big[ \ldots . 1_{p_{,,}} \cdot \big[ 1_{p_,} \cdot (r_p)_{t_,} \big]_{t_,} \cdot \ldots \Big]_{t_{n-1}}$$

$$= A^{(n)} + B^{(n)}_{(n-1)_{\frac{\pi}{2}}} + (C_{(n-1)_{\frac{\pi}{2}}})_{\frac{\omega}{2}}$$

$$= A^{(n-1)} \operatorname{Cos} p_n + B^{(n-1)}_{(n-1)} \operatorname{Cos} (v + p_n)$$

$$+ \big[ A^{(n-1)} \operatorname{Sin} p_n + B^{(n-1)}_{(n-1)} \operatorname{Sin} (v + p_n) \big]_{\frac{\pi}{2}} + (C_{(n-1)_{\frac{\pi}{2}}})_{\frac{\omega}{2}} \ldots (18)$$

samt:

$$\Big\{ 1_{p_n} \cdot \Big[ \ldots . 1_{p_{,,}} \cdot \big[ 1_{p_,} (r_p)_{t_,} \big]_{t_,} \cdot \ldots \Big]_{t_{n-1}} \Big\}_{t_n} = A^{(n)} + B^{(n)}_{(n)_{\frac{\pi}{2}}} + (C_{(n)_{\frac{\pi}{2}}})_{\frac{\omega}{2}}$$

$$= \big[ A^{(n)} + (B^{(n)}_{(n-1)} \operatorname{Cos} t_n + C_{(n-1)} \operatorname{Cos} (v + t_n) \big]_{\frac{\pi}{2}}$$

$$+ \Big\{ \big[ B^{(n)}_{(n-1)} \operatorname{Sin} t_n + C_{(n-1)} \operatorname{Sin} (v + t_n) \big]_{\frac{\pi}{2}} \Big\}_{\frac{\omega}{2}} \ldots \quad (19),$$

hvaraf erhålles såsom ett allmänt reduktions-schema:

$$\left.\begin{aligned} A^{(n)} &= A^{(n-1)} \operatorname{Cos} p_n + B^{(n-1)}_{(n-1)} \operatorname{Cos} (v + p_n) \\ B^{(n)}_{(n-1)} &= A^{(n-1)} \operatorname{Sin} p_n + B^{(n-1)}_{(n-1)} \operatorname{Sin} (v + p_n) \\ B^{(n)}_{(n)} &= B^{(n)}_{(n-1)} \operatorname{Cos} t_n + C_{(n-1)} \operatorname{Cos} (v + t_n) \\ C_{(n)} &= B^{(n)}_{(n-1)} \operatorname{Sin} t_n + C_{(n-1)} \operatorname{Sin} (v + t_n) \end{aligned}\right\} \ldots (20).$$

Enligt detta schema kunna (14) och (15) äfven skrifvas:

$$\left.\begin{aligned} A^1 &= A^0 \operatorname{Cos} p_, + B^0_0 \operatorname{Cos} (v + p_,) \\ B^1_0 &= A^0 \operatorname{Sin} p_, + B^0_0 \operatorname{Sin} (v + p_,) \\ B^1_1 &= B^1_0 \operatorname{Cos} t_, + C_0 \operatorname{Cos} (v + p_,) \\ C_1 &= B^1_0 \operatorname{Sin} t_, + C_0 \operatorname{Sin} (v + t_,) \end{aligned}\right\} \ldots (21)$$

Låta vi en geometrisk qvantitet $(R_P)_T$ fixera samma punkt samt vara hänförd till samma grundbestämningar som det reducerade $(r_p)_t$ i (18) och (19) och om vi sätta:

$$(R_P)_T = X + Y_{\frac{\pi}{2}} + (Z_{\frac{\pi}{2}})_{\frac{\omega}{2}},$$

så erhåtla vi med stöd af N:o 10 (37), i förra fallet:

$$\left.\begin{aligned} X &= A^{(n)} \\ Y &= B^{(n)}_{(n-1)} \\ Z &= C_{(n-1)} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (22)$$

samt i sednare fallet:

$$\left.\begin{aligned} X &= A^{(n)} \\ Y &= B^{(n)}_{(n)} \\ Z &= C_{(n)} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (23).$$

Om vi såsom exempel utföra de reduktioner, som äro tecknade i

$$^{1}_{p,,} \cdot \left[ ^{1}_{p,} \cdot (r_p)_t \right]_{t,},$$

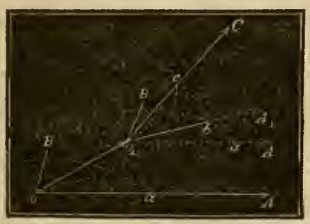
så erhålla vi enligt (20) och (22):

$$\left.\begin{aligned}
X = A^{11} &= A^{1}\mathrm{Cos}p,, + B^{1}_{1}\mathrm{Cos}(v+p,,) = [A\,\mathrm{Cos}p, + B\,\mathrm{Cos}(v+p,)]\,\mathrm{Cos}p,, \\
&\quad + [B^{1}\mathrm{Cos}\,t, + C\,\mathrm{Cos}\,(v+t,)]\,\mathrm{Cos}\,(v+p,,) \\
&= [A\mathrm{Cos}p, + B\mathrm{Cos}(v+p,)]\mathrm{Cos}p,, + [(A\mathrm{Sin}p, + B\,\mathrm{Sin}(v+p,))\,\mathrm{Cos}t, \\
&\quad + C\,\mathrm{Cos}(v+t,)]\,\mathrm{Cos}\,(v+p,,) \\
Y = B^{1}_{1} &= A^{1}\,\mathrm{Sin}p,, + B^{1}_{1}\,\mathrm{Sin}(v+p,,) = [A\,\mathrm{Cos}p, + B\,\mathrm{Cos}\,v+p,)]\,\mathrm{Sin}p,, \\
&\quad + [B^{1}\mathrm{Cos}\,t, + C\mathrm{Cos}\,(v+t,)]\,\mathrm{Sin}\,(v+p,,) \\
&= [A\mathrm{Cos}p, + B\mathrm{Cos}(v+p,)]\mathrm{Sin}p,, + [(A\mathrm{Sin}p, + B\,\mathrm{Sin}(v+p,))\mathrm{Cos}t, \\
&\quad + C\,\mathrm{Cos}\,(v+t,)]\,\mathrm{Sin}(v+p,,) \\
Z = C_{1} &= B^{1}\,\mathrm{Sin}\,t, + C\mathrm{Sin}(v+t,) = [A\,\mathrm{Sin}\,p, + B\,\mathrm{Sin}(v+p,)]\,\mathrm{Sin}t, \\
&\quad + C\,\mathrm{Sin}\,(v+t,)
\end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (24).$$

Om vi i (24) i stället för $A$, $B$ och $C$ insätta $x, y$ och $z$ samt enligt N:o 6 (6) i stället för $\mathrm{Cos}\,(v+p,)$, $\mathrm{Sin}\,(v+p,)$ o. s. v. insätta deras värden $-\mathrm{Sin}\,p,$, $+\mathrm{Cos}\,p,$ o. s. v., så återfinna vi i dessa formler de *Eulerska koordinaterna.*

## 12.

## Geometriska qvantiteters reduktion till nytt origo på samma gång som till nytt plan och ny grundriktning.



Om vi ha en punkt $C$ i planet $o, A, C$, hänförd till ett origo $o,$, en enhet $o,b = o,a$ och en grundriktning $o,A,$, så representera vi honom enligt N:o 11 såsom hänförd till planet $o\,A$, $B$ och grundriktningen $o,A$ medelst den reducerade geometriska qvantiteten $1_{p,} \cdot (r_p)_t$, då $t$ utgör hans planvinkel och $p$, representerar riktningen $o,A,$, räknad från den nya grundriktningen $o,A$. Vilja vi ha samma punkt $C$ hänförd till ett nytt origo $o$, i förhållande till hvilket äfvensom till de nya grundbestämningarna planet $o\,A\,B$, parallelt med planet $o,A\,B$, och grundriktningen $o\,A$, parallel med prundriktningen $o,A$, samt enheten $o\,a = o,\ a = 1$, origo $o$, fixeras af en geometrisk qvantitet $(\varrho_\varphi)_\vartheta$, så representeras punkten $C$ af geometriska summan $(\varrho_\varphi)_\vartheta + 1_p \cdot (r_p)_t$. Låta vi dertill $C$ fixeras af en geometrisk qvantitet $(R_P)_T$, hänförd till samma grundbestämningar som nyssnämnda summa, så erhålla vi i öfverensstämmelse med N:o 5 geometriska likheten:

$$(R_P)_T = (\varrho_\varphi)_\vartheta + 1_{p,} \cdot (r_p)_t \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Vi säga nu, *att vi reducerat en geometrisk qvantitet* $r_p$ *till nytt origo på samma gång som till nytt plan och ny grundriktning.*

Anm. I enlighet med N:o 5 benämna vi äfven här $(\varrho_\varphi)_\vartheta$ *reduktions-qvantitet till nytt origo.* Denna reduktions-qvantitet framstår äfven här i form af summand och måste tydligen vara hänförd till samma enhet, grundriktning och plan som den eller de öfriga summanderna i summan.

## Följdsatser:

I. Med stöd af N:o 10 (3) samt N:o 11 (4) kunna vi på den geometriska summan i (1) utföra huru många plan- och grundriktningsreduktioner som helst. Så finna vi:

$$\left.\begin{aligned} \left\{(\varrho_\varphi)_\theta + 1_{p,}\cdot(r_p)_t\right\}_{t,} &= (\varrho_\varphi)_{\theta+t,} + \left(1_{p,}\cdot(r_p)_t\right)_{t,} \\ 1_{p,,}\cdot\left\{(\varrho_\varphi)_\theta + 1_{p,}\cdot(r_p)_t\right\} &= 1_{p,,}\cdot(\varrho_\varphi)_\theta + 1_{p,,+p,}\cdot(r_p)_t \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (2).$$

Lagen gäller tydligen för huru många summander som helst, hvilken form de än må ha.

II. Vi kunna vidare underkasta geometriska summan i (1) en reduktion till nytt origo efter att ha tillämpat satserna (2), då vi erhålla en ny geometrisk summa, på hvilken vi vidare kunna tillämpa (2). Den då erhållna geometriska summan kunna vi ytterligare reducera till ett nytt origo, på den då uppkomna summan tillämpa (2) o. s. v. huru långt vi behaga. Vi förbigå att utföra dessa reduktioner såsom lemnande ett nästan obegränsadt antal formler.

III. På grund af N:o 1 ax. 3 samt i enlighet med N:o 3 X och N:o 5 IV kunna vi nu på en geometrisk likhet verkställa hvilka reduktioner som helst till ny enhet, ny grundriktning, nytt origo och nytt plan. Med ihogkommande af N:o 10 (19), (21), (31) och (33), att nämligen en geometrisk summa i allmänhet:

$$\left.\begin{aligned} (r_p)_t + (r_{p+\pi})_t &= 0 \\ (r_p)_t + (r_{-(p+\pi)})_{t+\omega} &= 0 \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (3)$$

äfvensom

$$\left.\begin{aligned} r_{m+n_{\frac{\omega}{2}}} + r_{m+(n+\pi)_{\frac{\omega}{2}}} &= 0 \\ r_{m+n_{\frac{\omega}{2}}} + r_{m+\pi+(-n)_{\frac{\omega}{2}}} &= 0 \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (4),$$

kunna vi t. ex. bringa (1) till formen:

$$1_{-p,}\cdot\left\{(R_P)_T + (\varrho_{\varphi+\pi})_\varsigma\right\} = (r_p)_t \quad \ldots \quad (5)$$

hvilket innebär en öfvergång från $\left(R_P\right)_{T}$:s till $\left(r_p\right)_t$:s grundbestämningar. På samma sätt kunna vi uti en likhet öfvergå från en geometrisk qvantitets till en annan geometrisk qvantitets grundbestämningar och i allmänhet till hvilka nya grundbestämningar som helst. Såsom ett fullständigare exempel än (1) anföra vi:

$$R_{M+N_{\frac{\omega}{2}}} = \varrho'_{\varphi,} + \left[\varrho_{\vartheta+\varphi_{\frac{\omega}{2}}} + 1_{p,} \cdot \left(r_{m+n_{\frac{\omega}{2}}}\right)_t\right]_{t,} \quad . \quad . \quad . \quad (6),$$

hvilken likhet vi kunna bringa till formen:

$$\left\{1_{-p,} \cdot \left[\left(R_{M+N_{\frac{\omega}{2}}} + \varrho'_{\varphi,+\pi}\right)_{-t,} + \varrho_{\vartheta+(\varphi+\pi)_{\frac{\omega}{2}}}\right]\right\}_{-t} = r_{m+n_{\frac{\omega}{2}}} \quad . \quad . \quad . \quad (7).$$

Med användande af (2) kunna vi i stället för (7) sätta:

$$\left[1_{-p,} \cdot \left(R_{M+N_{\frac{\omega}{2}}}\right)_{-t,}\right]_{-t} + \left[1_{-p} \cdot \left(\varrho'_{\varphi,+\pi}\right)_{-t,}\right]_{-t}$$

$$+ \left(\varrho_{\vartheta-p,+(\varphi+\pi)_{\frac{\omega}{2}}}\right)_{-t} = r_{m+n_{\frac{\omega}{2}}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8),$$

hvarigenom vi således öfvergått från $R_{M+N_{\frac{\omega}{2}}}$:s till $r_{m+n_{\frac{\omega}{2}}}$:s grundbestämningar. Vi skola framdeles i N:o 13 genom exempel närmare belysa betydelsen af (6) äfvensom af dess förändrade form i (7) och (8).

IV. Emedan hvarje reduktion till nytt plan och ny grundriktning, verkställd på en geometrisk qvantitet, som är $= 0$, icke kan göra honom till annat än $= 0$, så finna vi med stöd af N:o 2 II samt N:o 12 (2):

$$\left(r_p + r'_{p+\pi}\right)_t = \left(r_p\right)_t + \left(r_{p+\pi}\right)_t = 0$$

$$1_{p,} \cdot \left(r_p + r_{p+\pi}\right)_t = 1_{p,} \cdot \left(r_p\right)_t + 1_{p,} \cdot \left(r_{p+\pi}\right)_t = 0$$

och såsom ett enskildt fall af den sednare likheten:

$$1_m \cdot \left(r_n + r_{n+\pi}\right)_{\frac{\omega}{2}} = r_{m+n_{\frac{\omega}{2}}} + r_{m+(n+\pi)_{\frac{\omega}{2}}} = 0,$$

hvilka likheter bestyrka riktigheten af N:o 10 (19) och (31).

I allmänhet erhålla vi således:

$$\left.\begin{aligned} & 1_{p_n} \cdot \Big[ \ldots . 1_{p_{,,}} \cdot \Big\{ 1_{p_,} \cdot \big( r_{p+\pi} \big)_t \Big\}_{t_,} \ldots . \Big]_{t_{n-1}} \\ = & - 1_{p_n} \cdot \Big[ \ldots . 1_{p_{,,}} \cdot \Big\{ 1_{p_,} \big( r_p \big)_t \Big\}_{t_,} \ldots . \Big]_{t_{n-1}} \end{aligned} \right\} \quad \text{samt} \quad \left\{ \begin{aligned} & 1_{p_n} \cdot \Big[ \ldots . 1_{p_{,,}} \cdot \Big\{ 1_{p_,} \cdot \big( r_{m+(n+\pi)\frac{\omega}{2}} \big)_t \Big\}_{t_,} \ldots . \Big]_{t_{n-1}} \\ = & - 1_{p_n} \cdot \Big[ \ldots . 1_{p_{,,}} \cdot \Big\{ 1_{p_,} \cdot \big( r_{m+n\frac{\omega}{2}} \big)_t \Big\}_{t_,} \ldots . \Big]_{t_{n-1}} \end{aligned} \right\} \ldots (9)$$

Vi kunna tydligen på samma grunder erhålla liknande formler för de sednare likheterna af (3) och (4).

På grund af (9) kunna vi bringa (6) till formen:

$$R_{M+N\frac{\omega}{2}} + \varrho'_{\varphi,+\pi} + \big( \varrho_{\vartheta+(\varphi+\pi)\frac{\omega}{2}} \big)_{t_,} = \Big\{ 1_{p_,} \cdot \big( r_{m+n\frac{\omega}{2}} \big)_t \Big\}_{t_,} \ldots (10),$$

hvilket innebär en öfvergång från $R_{M+N\frac{\omega}{2}}$:s till $r_{m+n\frac{\omega}{2}}$:s origo med bibehållande föröfrigt af $R_{M+N\frac{\omega}{2}}$:s såväl grund- som planriktning.

V. Med stöd af de räknelagar vi i dessa N:is 10—12 utvecklat kunna vi öfvertyga oss om allmängiltigheten af den i N:o 1 framhållna satsen, att nämligen de räknelagar, som äro bevisade sanna för qvantiteter i ett plan i allmänhet, kunna sedan tillämpas på qvantiteter i hvilket bestämdt plan som helst. Således kunna vi t. ex. uttrycka de plana kurvor vi i N:o 9 afhandlat såsom hänförda till hvilket nytt plan som helst; och i allmänhet kunna vi uttrycka hvarje plan kurva såsom hänförd till hvilket nytt plan, nytt origo och ny grundriktning som helst.

Slutligen få vi anmärka trenne för våra reduktioner särdeles vigtiga satser, af hvilka de tvenne första utgöra satserna 1 och 2 af N:o 5, uttalade i en mer omfattande form, samt den tredje är en omedelbar följd af N:o 11.

1. *Sättet huru vi räkna våra positiva riktningar i grundplanet samt positiva bågar såväl i grundplanet som vertikalplanet kan, såsom beroende af fastställelsen af våra grundbestämningar, vara hvilket som helst, blott det är ett och detsamma under hela loppet af en företagen räkning.*

2. *Vid våra reduktioner till nya grundbestämningar räkna vi våra riktningar och bågar såväl i grundplanet som vertikalplanet från de nya grundbestämningarna till de gamla och icke tvärtom.*

3. *En geometrisk qvantitets reduktion till nytt plan kan icke verkställas, innan qvantiteten förut blifvit reducerad till den positiva riktningen af planens skärningslinea.*

Anm. Alla enhetsreduktioner samtidigt med reduktioner till nytt plan, ny grundriktning i det nya planet och nytt origo underlåta vi såsom ledande till alltför vidlyftiga formler. I föregående N:is 10—12 äfvensom i de geometriska tillämpningar, till hvilka vi nu öfvergå, förutsätta vi derföre enheten öfverallt vara densamma.

## 13.

Den analytiska method, som blifvit antydd i N:o 9, gå vi ytterligare att tillämpa på våra geometriska qvantiteter, såsom underkastade de i N:is 10—12 afhandlade reduktioner.

Om vi tänka oss en funktion $F\left[\left(r_p\right)_t\right]$ af $\left(r_p\right)_t$, så har den äfven här blott så till vida för oss betydelse, som den enligt föregående räkningar kan uppvisas såsom fixerande en punkt i rymden, då vi följaktligen på grund af N:o 10 satserna 7 och 8 kunna sätta:

$$\left(R_P\right)_T = F\left[\left(r_p\right)_t\right] \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (1).$$

Vi kunna enligt N:o 10 bringa $F\left[\left(r_p\right)_t\right]$ till formen:

$$\left\{\Phi\left(r, p, t\right)_{\Phi_1(r,p,t)}\right\}_{\Phi_{11}(r,p,t)},$$

då på grund af N:o 10 (35):

$$\left.\begin{aligned} R &= \Phi\ (r, p, t) \\ P &= \Phi_1\ (r, p, t) \\ T &= \Phi_{11}(r, p, t) \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2).$$

I stället för bågarna $P$ och $T$ kunna vi äfven använda azimut- och höjdbågarna, hvaraf likaledes erhålles tre eqvationer.

Taga vi deremot projektionerna af $(R_P)_T$ och af de i $F$ ingående qvantiteterna och sätta:

$$(R_P)_T = X + \underset{\pi}{Y}_{\pi} + (\underset{\pi}{Z}_{\pi})_{\omega} = F\left[x + \underset{\pi}{y}_{\pi} + (\underset{\pi}{z}_{\pi})_{\omega}\right],$$

så finna vi med stöd af N:o 10 (37), emedan vi kunna bringa $F\left[x + \underset{\pi}{y}_{\pi} + (\underset{\pi}{z}_{\pi})_{\omega}\right]$ till formen

$$\Psi\ (x, y, z) + \Psi_1\ (x, y, z)_{\pi} + (\Psi_{11}(x, y, z)_{\pi})_{\omega}:$$

$$\left.\begin{aligned} X &= \Psi\ (x, y, z) \\ Y &= \Psi_1\ (x, y, z) \\ Z &= \Psi_{11}(x, y, z) \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3).$$

Om vi tänka oss $(r_p)_t$ representera *successiva värden* både i afseende på storleken och riktningarna, d. v. s. fixera kontinuerliga punkter eller, som vi för korthetens skull kalla det, *beskrifva en kurva i rymden*, så måste $(R_P)_T$ representera motsvarande successiva värden eller beskrifva en *motsvarig* kurva i rymden. I (2) och (3) ha vi 3 eqvationer och 6 variabla. Det fordras derföre 2:ne *vilkors-eqvationer* mellan dessa 6 variabla, för att såsom eliminationsresultat erhålla relationer mellan 2:ne af dem hvilka som helst. De eliminations-resultater, som äro möjliga mellan dessa 5 eqvationer och 6 variabla, låta äfven här liksom i N:o 9 fördela sig på tre sätt: de som representera kurvan $(R_P)_T$, de som representera kurvan $(r_p)_t$ och de som uttrycka relationer mellan en variabel i den ena och den andra kurvan. Vi underlåta att ingå i någon närmare undersökning om dessa antydda eliminationer äfvensom om betydelsen af de eliminations-resultater vi erhålla, då vi uppställa blott *en enda* vilkorseqvation. Vi inskränka oss äfven här till anförandet af några enkla exempel, och vi få till detta ändamål på förhand erinra om satserna 1, 2 och 3 i slutet af N:o 12 samt om nödvändigheten af att redu-

cera qvantiteterna till lika grundbestämningar, innan likhet mellan dem uppställes.

Till en början få vi göra en tillämpning af den i N:o 1 framhållna och i N:o 12 V bestyrkta satsen, att nämligen de räknelagar, som äro bevisade sanna för qvantiteter i ett plan i allmänhet, gälla sedan för qvantiteter i hvilket bestämdt plan som helst. Således kunna vi t. ex. sätta N:o 9 (11) under formen:

$$(R_P)_t = (\varrho_\varphi)_t + (1_{p,} \cdot r_p)_t \quad \ldots\ldots \quad (5).$$

Alla de kurvor vi i N:o 9 uttryckt såsom subsummerade under geometriska likheten $R_P = \varrho_\varphi + 1_{p,} \cdot r_p$ kunna vi här förmedelst (5) uttrycka såsom projicierade i grundplanet eller $XY$ planet, i vertikalplanet eller $YZ$ planet samt i det plan, som skär nyssnämnda plan efter grundriktningen och vertikalriktningen, eller $XZ$ planet, då vi nämligen sätta

$$(R_P)_t = X + Y_{\frac{\pi}{2}} + (Z_{\frac{\pi}{2}})_{\frac{\omega}{2}}$$

och söka genom eliminering relationer mellan $XY$, $XZ$ och $YZ$, eller ock då vi sätta

$$(r_{p,+p})_t = x + y_{\frac{\pi}{2}} + (z_{\frac{\pi}{2}})_{\frac{\omega}{2}}$$

och söka relationer mellan $xy$, $xz$ och $yz$. Våra 5 för elimineringen erforderliga eqvationer få vi tydligen gifna, så snart vi genom en eqvation bestämt $t$. Om $\varrho_\varphi$ är variabel, erhålla vi enligt N:o 9 (50) de för eliminationen behöfliga eqvationer.

Ex. 1. *Låta vi* $r_p$ *med ett origo, fixeradt af* $(\varrho_\varphi)_t = x_1 + y_{1_{\frac{\pi}{2}}} + (z_{1_{\frac{\pi}{2}}})_{\frac{\omega}{2}}$, *beskrifva en cirkel i planet* $t$, *så bli dess projektioner*, då vi med $a$ och $a_1$ beteckna konstanter och sätta $p, = 0$ samt vikors-eqvationerna

$$\left.\begin{aligned} r &= a \\ t &= a_1 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (6):$$

$$\left.\begin{aligned} X - x_1 &= a \operatorname{Cos} p \\ Y - y_1 &= a \operatorname{Sin} p \operatorname{Cos} a_1 \\ Z - z_1 &= a \operatorname{Sin} p \operatorname{Sin} a_1 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (7).$$

Genom elimination af $p$ i (7) finna vi:

$$\left.\begin{aligned} X-x_1 &= \pm \frac{\sqrt{a^2 \operatorname{Cos}^2 a_1 - (Y-y_1)^2}}{\operatorname{Cos} a_1} = \pm \frac{\sqrt{a^2 \operatorname{Sin}^2 a_1 - (Z-z_1)^2}}{\operatorname{Sin} a_1} \\ Z-z_1 &= \operatorname{tg} a_1 \,(Y-y_1) \end{aligned}\right\} \ldots (8).$$

Projektionerna i $XY$ och $XZ$ planen utgöra således ellipser och projektionen i $YZ$ planet en rät linea.

Ex. 2. Vi behandla alldeles samma problem som i ex. 1 med den skilnad, att vi låta planvinkeln $t$ vara variabel och $= p$, då vi i stället för vilkorseqvationerna (6) erhålla:

$$\left.\begin{aligned} r &= a \\ t &= p \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (9)$$

samt i stället för projektionerna (7):

$$\left.\begin{aligned} X - x_1 &= a \operatorname{Cos} p \\ Y - y_1 &= a \operatorname{Sin} p \operatorname{Cos} p \\ Z - z_1 &= a \operatorname{Sin}^2 p \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (10).$$

Eliminera $p$ i (10). så följer deraf:

$$\left.\begin{aligned} Y-y_1 &= \pm \frac{(X-x_1)\sqrt{a^2-(X-x_1)^2}}{a} = \pm \sqrt{(Z-z_1)\{a-(Z-z_1)\}} \\ Z-z_1 &= \frac{a^2-(X-x_1)^2}{a} \end{aligned}\right\} \ldots (11).$$

Projektionen af denna kurva i $XY$ planet utgör således *en 4:de grads kurva*, i $XZ$ planet en *parabel* och i $YZ$ planet en *cirkel.* Emedan $\left(r_p\right)_\omega = r_{-p}$, så beskrifver $r_p$ från $t = 0$ till $t = 2\omega$ samma kurva tillbaka.

Ex. 3. *Om vi låta $r_p$ beskrifva en cykloid enligt N:o 9 (51), så bli dess projektioner i de respektive planen*, då vi med $a_1$ beteckna en konstant och sätta $t = a_1$ jemte vilkorseqvationerna N:o 9 (52):

$$\left.\begin{aligned} r &= a \\ \varrho \operatorname{Cos} \varphi &= r \,.\, p \\ \varrho \operatorname{Sin} \varphi &= r \\ t &= a_1 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (12):$$

$$\left.\begin{aligned} X &= a\,.\,p - a\,\mathrm{Sin}\,p \\ Y &= a\,\mathrm{Cos}\,a_1 - a\,\mathrm{Cos}\,p\,\mathrm{Cos}\,a_1 \\ Z &= a\,\mathrm{Sin}\,a_1 - a\,\mathrm{Cos}\,p\,\mathrm{Sin}\,a_1 \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13).$$

Genom eliminering af $p$ erhålles:

$$\left.\begin{aligned} X &= a\,.\,\mathrm{arc\,Cos}\,\frac{a\,\mathrm{Cos}\,a_1 - Y}{a\,\mathrm{Cos}\,a_1} - \frac{\sqrt{2a\,\mathrm{Cos}\,a_1\,Y - Y^2}}{\mathrm{Cos}\,a_1} \\ &= a\,.\,\mathrm{arc\,Cos}\,\frac{a\,\mathrm{Sin}\,a_1 - Z}{a\,\mathrm{Sin}\,a_1} - \frac{\sqrt{2a\,\mathrm{Sin}\,a Z - Z^2}}{\mathrm{Sin}\,a_1} \\ Z &= Y\,\mathrm{tg}\,a_1 \end{aligned}\right\} \ldots (14)$$

Vi kunna äfven här liksom i ex. 2 låta $t$ vara variabel och t. ex. lika med $p$ samt genom eliminering uttrycka cykloidens projektioner i de särskilda planen.

I (5) hafva vi reducerat geometriska likheten $R_P = \varrho_\varphi + 1_{p'} . r_p$ endast till nytt plan och sedan antydt sättet att uttrycka de under denna likhet subsumerade plana kurvors projektioner i $XY$, $XZ$ och $YZ$ planen. Vi kunna tydligen underkasta denna likhet huru många reduktioner som helst till nytt plan, ny grundriktning och nytt origo och sedan på samma sätt uttrycka de plana kurvornas projektioner i de särskilda planen. Det är klart, att samma räsonnemang gäller för hvilken likhet som helst i ett plan, af hvad form den än må vara. Vi förbigå ytterligare tillämpning af denna sats och öfvergå i stället till den enkla geometriska likheten:

$$(R_P)_T = (\varrho_\varphi)_\theta + 1_{p'} . (r_p)_t \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15),$$

hvilken enligt N:o 12 (1) representerar en reduktion till nytt plan, ny grundriktning i detta plan samt nytt origo.

Vi anföra några högst enkla exempel för att belysa den geometriska tillämpningen af denna likhet.

Ex. 4. *Hvad är motsvariga kurvan* $(R_P)_T$ *till en kurva* $r_p$ *i ett fixt plan* $t$, *hvilken går genom den af* $(\varrho_\varphi)_\theta$ *fixerade punkten och hvars projektioner* $x = r\,\mathrm{Cos}\,p$ *och* $y = r\,\mathrm{Sin}\,p$ *äro i ett konstant förhålland?*

Vi förutsätta grundriktningen hos begge kurvorna lika d. v. s. $p_1 = 0$. Om $a$ och $a_1$ beteckna konstanter, så representeras vårt problem af geometriska likheten:

$$(R_P)_T = (\varrho_\varphi)_\theta + (r_p)_t \quad \ldots\ldots \quad (16)$$

samt vilkorseqvationerna:

$$\left.\begin{aligned} \frac{y}{x} = \frac{r \operatorname{Sin} p}{r \operatorname{Cos} p} = \operatorname{tg} p = a \\ t = a_1 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (17).$$

Emedan $p$ är konstant, representerar $r_p$ en rät linea i det fixa planet $t$. $(R_P)_T$, såsom fixerande punkter på denna räta linea, representerar således en rät linea i rymden, gående genom den fixa punkten $(\varrho_\varphi)_\theta$. Denna räta linea kan ha hvilket tänkbart läge som helst i rymden, såsom gående genom punkten $(\varrho_\varphi)_\theta$ och en punkt i allmänhet i rummet, fixerad af $(r_p)_t$. Om vi taga projektionerna enligt (3) och sätta

$$(\varrho_\varphi)_\theta = x_1 + y_{1\pi} + (z_{1\pi})_\omega,$$

så följer deraf:

$$\left.\begin{aligned} X &= x_1 + r \operatorname{Cos} p \\ Y &= y_1 + r \operatorname{Sin} p \operatorname{Cos} t \\ Z &= z_1 + r \operatorname{Sin} p \operatorname{Sin} t \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (18).$$

Eliminera vi $r$, $p$ och $t$ mellan (17) och (18), så erhålla vi såsom uttryck på nyssnämnda räta linea i rymden:

$$\left.\begin{aligned} Y - y_1 &= a \operatorname{Cos} a_1 \,(X - x_1) \\ Z - z_1 &= a \operatorname{Sin} a_1 \,(X - x_1) \\ Z - z_1 &= \operatorname{tg} a_1 \,(Y - y_1) \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (19).$$

Liksom i N:o 9 kunna vi äfven här låta origo, fixeradt af $(\varrho_\varphi)_\theta$ variera enligt en viss lag, beroende af de variabla värdena på $r$, $p$ och $t$. I detta fall fordras det jemte de 2 förstnämnda vilkorseqva-

tionerna ännu 3 vilkorseqvationer, för att få de motsvariga kurvorna gifna i 2:ne variabla. Vi förtydliga detta genom lösningen af tvenne enkla problemer.

Ex. 5. *Hvad är motsvariga kurvan* $(R_P)_T$ *till en cirkel* $r_p$ *i planet* $t = 0$, *hvars origo* (medelpunkt) *rör sig i den vertikala riktningen proportionelt till* $r_p$*:s vinkelhastighet?*

Vi förutsätta grundriktningen för begge kurvorna lika d. v. s. $p_1 = 0$. Vi sätta:

$$(\varrho_\varphi)_\vartheta = x_1 + y_{1_{\frac{\pi}{2}}} + (z_{1_{\frac{\pi}{2}}})_{\frac{\omega}{2}}.$$

Problemet representeras då af geometriska likheten:

$$(R_P)_T = (\varrho_\varphi)_\vartheta + (r_p)_t \quad \ldots\ldots \quad (20)$$

samt vilkorseqvationerna:

$$\left.\begin{aligned} r &= a \\ t &= 0 \\ x_1 &= 0 \\ y_1 &= 0 \\ z_1 &= a_1 . p \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (21),$$

då $a$ och $a_1$ beteckna konstanter. Projiciera vi (20) och insätta värdena ur (21), så följer deraf:

$$\left.\begin{aligned} X &= a \operatorname{Cos} p \\ Y &= a \operatorname{Sin} p \\ Z &= a_1 . p \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots, \quad (22).$$

Eliminera $p$, så erhålles:

$$\left.\begin{aligned} Y &= \pm \sqrt{a^2 - X^2} = a \operatorname{Sin} \frac{Z}{a_1} \\ Z &= a_1 . \operatorname{arc Cos} \frac{X}{a} = a_1 . \operatorname{arc Sin} \frac{Y}{a} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (23).$$

Den sökta kurvan $(R_P)_T$, hvars projektioner utgöras af (23), bär namnet *helice*.

Ex. 6. Vi behandla alldeles samma problem med den skillnad, att för vilkorseqvationen $r = a$ sätta vi

$$r = a - c.p \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (24),$$

der $a$ och $c$ beteckna konstanter. Enligt N:o 9 (65) beskrifver nu $r_p$ en *Archimedis spiral*, som, gående utifrån och inåt, börjar med en radie $= a$ för $p = 0$ och slutar med en radie $= 0$, då $p = \frac{a}{c}$. I stället för (22) erhålla vi:

$$\left.\begin{aligned} X &= (a - cp)\ \mathrm{Cos}\ p \\ Y &= (a - cp)\ \mathrm{Sin}\ p \\ Z &= a_1.p \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (25).$$

Genom eliminering af $p$ erhålles:

$$\left.\begin{aligned} X = Y\ \mathrm{Cotg}\frac{Z}{a_1} &= (a - \frac{c.Z}{a_1})\ \mathrm{Cos}\frac{Z}{a_1} \\ Y = X\ \mathrm{tg}\frac{Z}{a_1} &= (a - \frac{c.Z}{a_1})\ \mathrm{Sin}\frac{Z}{a_1} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad (26).$$

Denna spiral ligger tydligen på en konisk yta. Radien till denna kons bas är då $= a$ och höjden $= Z$ för $p = \frac{a}{c}$, d. v. s. $= \frac{a_1.a}{c}$. I geometrien bär denna kurva namn af *konisk helice.*

Enligt de lagar vi i det föregående utvecklat kunna vi nu i allmänhet bestämma en fix eller rörlig punkt i förhållande till ett fixt origo, ett fixt plan och en fix grundriktning förmedelst huru många mellanliggande fixa eller rörliga origon, plan och grundriktningar som helst. Såsom fullständigare exempel på dylika bestämningar, än vi i det föregående anfört, vilja vi här uppställa till lösning några af astronomiens problemer.

Ex. 7. *Att bestämma en punkt på himlahvalfvet i förhållande till solens medelpunkt som origo, ekliptikans plan som grundplan och och vårdagjemningspunkten som grundriktning, då vi ega honom bestämd i förhållande till åskådarens öga som origo, horizontens plan som grundplan och sydpunkten som grundriktning?*

Vi låta en geometrisk qvantitet $\left(r_p\right)_t$ fixera punkten i förhållande till åskådarens öga, horizontens plan och sydpunkten, samt en geo-

metrisk qvantitet $\left(R_P\right)_T$ fixera samma punkt i förhållande till solen, ekliptikans plan och vårdagjemningspunkten (eqvatorplanets och ekliptikans skärningslinea, i riktning från jorden till solen, då jorden är i vårdagjemningen). Vår uppgift blir då att reducera $\left(r_p\right)_t$ till $\left(R_P\right)_T$:s grundbestämningar.

Vi räkna här våra positiva riktningar och positiva bågar, såsom figurerna i det föregående af detta arbete antyda.

För att få våra formler att öfverensstämma med astronomiens, använda vi här enligt N:o 10 (24) azimut- och höjdbågarna, då vi således för $\left(r_p\right)_t$ sätta $r_{-A+h}$ $_{\frac{\omega}{2}}$, då $A$ är = *astronomiska azimut* och $h$ = *astronomiska höjden* eller *zenitdistansens komplement*, samt för $\left(R_P\right)_T$ sätta $R_{\lambda+\beta}$ $_{\frac{\omega}{2}}$, då $\lambda$ och $\beta$ äro punktens *longitud* och *latitud* i ekliptikan, räknade från vårdagjemningspunkten.

Innan vi skrida till uppställningen af detta problem få vi på förhand ange den astronomiska betydelsen af de i detta problem ingående storlekar och bågar:

$\varphi$ = polhöjden,
$\theta$ = stjerntiden, uttryckt i båge,
$\varrho$ = jordens radie, förutsatt konstant,
$\varepsilon$ = ekliptikans obliqvitet,
$\varrho'$ = radien i jordbanan,
$\varphi_1$ = denna radies vinkel, räknad från vårdagjemningspunkten.

Vi ha nu först att reducera $r_{-A+h}$ $_{\frac{\omega}{2}}$ till den positiva riktningen af horizont- och eqvatorplanens skärningslinea eller, som är detsamma, vestpunkten, hvaraf erhålles:

$$1_{\frac{\pi}{2}} \cdot \left(r_{-A+h}\right)_{\frac{\omega}{2}} = r_{\frac{\pi}{2}-A+h}{}_{\omega}{}_{\frac{}{2}}.$$

Vidare reducera vi denna qvantitet till eqvatorns plan medelst planvinkeln $-\left(\frac{\omega}{2}-\varphi\right) = \varphi - \frac{\omega}{2}$, hvaraf följer

$$\left(r_{\frac{\pi}{2}-A+h}\right)_{\varphi-\frac{\omega}{2}};$$

vidare skall denna qvantitet reduceras från vestpunkten i eqvatorplanet till vårdagjemningspunkten, hvaraf följer:

$$1_{\vartheta-\frac{\pi}{2}}\cdot\left(r_{\frac{\pi}{2}-A+h}\right)_{\varphi-\frac{\omega}{2}},$$

då nämligen $\theta$ är bågen från vårdagjemningspunkten till sydpunkten. Denna qvantitet reducera vi vidare från åskådarens öga till jordens medelpunkt förmedelst qvantiteten $\varrho_{\vartheta+\varphi}$, vidare den då uppkomna summan till ekliptikans plan medelst planvinkeln $-\varepsilon$ och slutligen från jordens medelpunkt till solen förmedelst qvantiteten $\varrho'_{\varphi'}$. Problemet uppställdt får då följande utseende:

$$\left.\begin{aligned} R_{\lambda+\beta} &= \varrho'_{\varphi'} + \left[\varrho_{\theta+\varphi} + 1_{\theta-\frac{\pi}{2}}\cdot\left(r_{\frac{\pi}{2}-A+h}\right)_{\varphi-\frac{\omega}{2}}\right]_{-\varepsilon} \\ &= \varrho'_{\varphi'} + \left(\varrho_{\theta+\varphi}\right)_{-\varepsilon} + \left[1_{\theta-\frac{\pi}{2}}\cdot\left(r_{\frac{\pi}{2}-A+h}\right)_{\varphi-\frac{\omega}{2}}\right]_{-\varepsilon} \end{aligned}\right\} \ldots(27).$$

Om vi sönderlägga (27) enligt de i N:o 11 framställda reduktionslagar, så erhålla vi:

$$\left.\begin{aligned} &R\,\mathrm{Cos}\,\beta\,\mathrm{Cos}\,\lambda = \varrho'\,\mathrm{Cos}\,\varphi, + \varrho\,\mathrm{Cos}\,\varphi\,\mathrm{Cos}\,\theta \\ &+ r\left\{\mathrm{Cos}\,h\,\mathrm{Sin}\,A\,\mathrm{Sin}\,\theta + (\mathrm{Cos}\,h\,\mathrm{Cos}\,A\,\mathrm{Sin}\,\varphi + \mathrm{Sin}\,h\,\mathrm{Cos}\varphi)\,\mathrm{Cos}\,\theta\right\} \\ &R\,\mathrm{Cos}\,\beta\,\mathrm{Sin}\,\lambda = \varrho'\,\mathrm{Sin}\,\varphi, + \varrho\,(\mathrm{Cos}\,\varphi\,\mathrm{Sin}\,\theta\,\mathrm{Cos}\,\varepsilon + \mathrm{Sin}\,\varphi\,\mathrm{Sin}\,\varepsilon) \\ &+ r\left\{[(\mathrm{Cos}h\mathrm{Cos}A\,\mathrm{Sin}\varphi + \mathrm{Sin}h\,\mathrm{Cos}\varphi)\,\mathrm{Sin}\theta - \mathrm{Cos}h\,\mathrm{Sin}A\,\mathrm{Cos}\theta]\,\mathrm{Cos}\varepsilon\right. \\ &\qquad \left. + [\mathrm{Sin}\,h\,\mathrm{Sin}\,\varphi - \mathrm{Cos}\,h\,\mathrm{Cos}\,A\,\mathrm{Cos}\,\varphi]\,\mathrm{Sin}\,\varepsilon\right\} \\ &R\,\mathrm{Sin}\,\beta = \varrho\,(\mathrm{Sin}\,\varphi\,\mathrm{Cos}\,\varepsilon - \mathrm{Cos}\,\varphi\,\mathrm{Sin}\,\theta\,\mathrm{Sin}\,\varepsilon) \\ &\qquad + r\left\{[\mathrm{Sin}\,h\,\mathrm{Sin}\,\varphi - \mathrm{Cos}\,h\,\mathrm{Cos}\,A\,\mathrm{Cos}\,\varphi]\,\mathrm{Cos}\,\varepsilon\right. \\ &- \left.[(\mathrm{Cos}h\,\mathrm{Cos}A\,\mathrm{Sin}\varphi + \mathrm{Sin}\,h\,\mathrm{Cos}\varphi)\,\mathrm{Sin}\theta - \mathrm{Cos}h\,\mathrm{Sin}A\,\mathrm{Cos}\theta)\,\mathrm{Sin}\varepsilon\right\} \end{aligned}\right\} \quad (28).$$

De vilkorseqvationer, som erfordras för att medelst (28) bestämma $R_{\lambda+\beta}$ eller i allmänhet relationer mellan tvenne eller flera af de i detta problem ingående qvantiteter, förbigå såsom liggande ut-

om målet för detta arbete. I stället vilja vi i följande 2:ne exempel skärskåda det uppställda problemet ur tvenne nya synpunkter.

Ex. 8. *Att bestämma en punkt på himlahvalfvet i förhållande till åskåderens öga, horizontens plan och sydpunkten, då vi ega honom bestämd i förhållande till solens medelpunkt, ekliptikans plan och vårdagjemningspunkten.*

Detta problem, såsom utgörande en ren omvändning af det förra, fordrar ingen särskild uppställning, utan härledes direkt ur (27) enligt N:o 12 III:

$$r_{-A+h_{\frac{\omega}{2}}} = 1_{-\frac{\pi}{2}} \cdot \left\{ 1_{\frac{\pi}{2}-\vartheta} \cdot \left[ \left( R_{\lambda+\beta_{\frac{\omega}{2}}} + \varrho'_{\varphi,+\pi} \right)_{\varepsilon} + \varrho_{\vartheta+(\varphi+\pi)_{\frac{\omega}{2}}} \right] \right\}_{\frac{\omega}{2}-\varphi} \quad \ldots (29).$$

Ex. 9. *Att bestämma en punkt på himlahvalfvet i förhållande till åskådarens öga, ekliptikans plan och vårdagjemningspunkten, då vi ega honom bestämd i förhållande till åskådarens öga, horizontens plan och sydpunkten.*

Uppställningen af detta problem härleda vi direkt ur (27) enligt N:o 12 (10):

$$R'_{\lambda'+\beta'_{\frac{\omega}{2}}} = R_{\lambda+\beta_{\frac{\omega}{2}}} + \varrho'_{\varphi,+\pi} + \left( \varrho_{\vartheta+(\varphi+\pi)_{\frac{\omega}{2}}} \right)_{-\varepsilon}$$

$$= \left[ 1_{\vartheta-\frac{\pi}{2}} \cdot \left( r_{\frac{\pi}{2}-A+h_{\frac{\omega}{2}}} \right)_{\varphi-\frac{\omega}{2}} \right]_{-\varepsilon} \quad \ldots \quad (30)$$

$R'$ är $= r$ samt $\lambda'$ och $\beta'$ punktens longitud och latitud, sedda af åskådaren på jordytan.

Vi anföra nu ett nytt problem, för att få vår reduktionsmethod belyst ur åter en ny synpunkt.

Ex. 10. *Att bestämma månens medelpunkt i förhållande till solens medelpunkt som origo, ekliptikans plan som grundplan och vårdagjemningspunkten som grundriktning, då vi ega honom bestämd i förhållande till jordens medelpunkt som origo, månens plan som grundplan och den positiva riktningen af månplanets och ekliptikans skärningslinea som grundriktning.*

Vi låta en geometrisk qvantitet $r'_{p,}$ liggande i månplanet och hänförd till jordens medelpunkt samt den positiva riktningen af månpla-

nets och ekliptikans skärningslinea eller, som är detsamma, den positiva nodlinien (månens uppstigande nod), fixera månens medelpunkt. Denna qvantitet ega vi då att reducera till ekliptikans plan medelst planvinkeln $t_{,}$ = månbanans inklination samt vidare från den positiva riktningen af nodlinien till vårdagjemningspunkten förmedelst qvantiteten $1_v$, då således $v$ är den positiva nodliniens longitud, och slutligen från jordens medelpunkt till solens medelpunkt förmedelst qvantiteten $\varrho'_{\varphi,}$. Problemet uppställdt får då följande utseende.

$$R_{\lambda+\beta\,\frac{\omega}{2}} = \varrho'_{\varphi,} + 1_v \cdot \left(r'_{p,}\right)_{t,} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (31),$$

då $\lambda$ och $\beta$ äro månens longitud och latitud samt $R$ afstånd från solen.

Låta vi nu $r_{-A+h\,\frac{\omega}{2}}$ i (27) äfven fixera månens medelpunkt, så erhålla vi genom jemförelse mellan (27) och (31):

$$1_v \cdot \left(r'_{p,}\right)_{t,} = \left[\varrho_{\vartheta+\varphi\,\frac{\omega}{2}} + 1_{\vartheta-\frac{\pi}{2}} \cdot \left(r_{\frac{\pi}{2}-A+h\,\frac{\omega}{2}}\right)_{\varphi-\frac{\omega}{2}}\right]_{-\varepsilon} \quad . \quad . \quad . \quad (32).$$

Vi hafva således i (32) uttryckt månbanans inklination och nodlongitud samt månpunktens afstånd $r'$ från jordens medelpunkt med dess riktning $p_{,}$, räknad från den positiva nodlinien, i azimut, höjd, polhöjd, stjerntid, obliqvitet samt afstånden $\varrho$ och $r$.

Vi underlåta att utföra de räkningar, som äro tecknade i (29)—(32), såsom varande af enahanda natur med dem, förmedelst hvilka (28) erhölls ur (27).

Slutligen få vi anföra 2:ne enklare exempel, i ändamål att få den geometriska betydelsen af astronomiens s. k. *hjelpvinklar* ådagalagd.

Ex. 11. *Att bestämma en punkt på himlahvalfvet i förhållande till jordens medelpunkt, eqvatorplanet och sydpunkten, då vi ega honom bestämd i förhållande till åskådarens öga, horizontens plan och sydpunkten.*

Vi beteckna med $R$ afståndet från jordens medelpunkt till punkten på himlahvalfvet samt med $t$ och $\delta$ *timvinkel* och *deklination* i eqvatorplanet. Vi sätta

$$r_{\frac{\pi}{2}-A+h\,\frac{\omega}{2}} = \left(r_p\right)_\tau \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (33),$$

då således:

$$\left.\begin{aligned} \tfrac{\pi}{2} - A &= az\ (p, \tau) \\ h &= cz\ (p, \tau) \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ (34).$$

Problemet uppställdt får då följande utseende:

$$\begin{aligned} R_{-t+\delta}{}_{\frac{\omega}{2}} &= (\varrho_\varphi)_{\frac{\omega}{2}} + 1_{-\frac{\pi}{2}} \cdot \left(r_{\frac{\pi}{2} - A + h}{}_{\frac{\omega}{2}}\right)_{\varphi - \frac{\omega}{2}} \\ &= (\varrho_\varphi)_{\frac{\omega}{2}} + 1_{-\frac{\pi}{2}} \cdot (r_p)_{\tau + \varphi - \frac{\omega}{2}} \quad \ldots\ldots\ (35). \end{aligned}$$

Om vi sönderlägga (35), så erhålla vi:

$$\left.\begin{aligned} R \operatorname{Cos}\delta \operatorname{Cos} t &= \varrho \operatorname{Cos}\varphi + r\{\operatorname{Cos} h \operatorname{Cos} A \operatorname{Sin}\varphi + \operatorname{Sin} h \operatorname{Cos}\varphi\} \\ &= \varrho \operatorname{Cos}\varphi + r \operatorname{Sin} p \operatorname{Cos}(\tau + \varphi - \tfrac{\omega}{2}) \\ R \operatorname{Cos}\delta \operatorname{Sin} t &= r \operatorname{Cos} h \operatorname{Sin} A = r \operatorname{Cos} p \\ R \operatorname{Sin}\delta &= \varrho \operatorname{Sin}\varphi + r\{\operatorname{Sin} h \operatorname{Sin}\varphi - \operatorname{Cos} h \operatorname{Cos} A \operatorname{Cos}\varphi\} \\ &= \varrho \operatorname{Sin}\varphi + r \operatorname{Sin} p \operatorname{Sin}(\tau + \varphi - \tfrac{\omega}{2}) \end{aligned}\right\} \ldots (36).$$

Bågarna $p$ och $\tau$ utgöra här *astronomiska hjelpvinklar* och äro gifna till sin geometriska betydelse genom (34).

Ex. 12. *Att bestämma en punkt på himlahvalfvet i förhållande till åskådarens öga, horizontens plan och sydpunkten, då vi ega honom bestämd i förhållande till jordens medelpunkt, eqvatorplanet och sydpunkten.*

Vi sätta här:

$$R_{\frac{\pi}{2} - t + \delta}{}_{\frac{\omega}{2}} = (R_P)_T \quad \ldots\ldots\ (37)$$

då således:

$$\left.\begin{aligned} \tfrac{\pi}{2} - t &= az\ (P, T) \\ \delta &= cz\ (P, T) \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ (38),$$

hvaraf enligt (29) problemets uppställning blir följande:

$$\begin{aligned} r_{-A+h}{}_{\frac{\omega}{2}} &= -(\varrho_{\frac{\pi}{2}})_{\frac{\omega}{2}} + 1_{-\frac{\pi}{2}} \cdot \left(R_{\frac{\pi}{2} - t + \delta}{}_{\frac{\omega}{2}}\right)_{\frac{\omega}{2} - \varphi} \\ &= -(\varrho_{\frac{\pi}{2}})_{\frac{\omega}{2}} + 1_{-\frac{\pi}{2}} \cdot (R_P)_{T + \frac{\omega}{2} - \varphi} \quad \ldots\ldots\ (39), \end{aligned}$$

ithy att vi nämligen finna

$$1_{-\frac{\pi}{2}} \cdot \left[\varrho_{\frac{\pi}{2}+(\varphi+\pi)}{}_{\frac{\omega}{2}}\right]_{\frac{\omega}{2}-\varphi} = -\left(\varrho_{\frac{\pi}{2}}\right)_{\frac{\omega}{2}}.$$

Genom sönderläggning af (39) erhålla vi således:

$$\left.\begin{aligned} r \operatorname{Cos} h \operatorname{Cos} A &= R\left\{\operatorname{Cos}\delta \operatorname{Cos} t \operatorname{Sin}\varphi - \operatorname{Sin}\delta \operatorname{Cos}\varphi\right\} \\ &= R \operatorname{Sin} P \operatorname{Cos}\left(T + \tfrac{\omega}{2} - \varphi\right) \\ r \operatorname{Cos} h \operatorname{Sin} A &= R \operatorname{Cos}\delta \operatorname{Sin} t = R \operatorname{Cos} P \\ r \operatorname{Sin} h &= -\varrho + R\left\{\operatorname{Cos}\delta \operatorname{Cos} t \operatorname{Cos}\varphi + \operatorname{Sin}\delta \operatorname{Sin}\varphi\right\} \\ &= -\varrho + R \operatorname{Sin} P \operatorname{Sin}\left(T + \tfrac{\omega}{2} - \varphi\right) \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (40).$$

Bågarna $P$ och $T$ utgöra här *hjelpvinklar* och äro gifna till sin geometriska betydelse genom (38).

# Kemisk-analytisk undersökning af Pyrosmalith.

Af

**J. LANG.**

Den klass af mineralier, till hvilken Pyrosmalithen såsom en förening af ett silikat med en chlormetall visar sig närmast höra, är en bland de mest fåtaligt representerade, på samma gång dess få species ytterst sparsamt förekomma. Denna sällsynthet, som icke minst gäller Pyrosmalithen, hvilken, såvidt bekant är, ej blifvit funnen på mer än ett enda ställe [1]), Nordmarkens grufvor i Philipstads bergslag i Wermland, och der i ringa mängd, har tvifvelsutan varit förnämsta orsaken, hvarföre mineralet, sedan det först upptäcktes och analyserades, ej varit föremål för förnyade undersökningar till utrönande af dess kemiska constitution, hvaröfver de föreliggande analytiska bestämmelserna ej tillåta att med säkerhet döma.

Den enda kemiska undersökning vi ega öfver Pyrosmalithen är nemligen verkställd af *Hisinger* [2]) 1815, och, ehuru utförd med all

1) I *Breithaupts* "Vollständiges Handbuch der Mineralogie". Dresden u. Leipzig 1841 Bd. II s. 372 förekommer en uppgift, att Pyrosmalithen äfven skulle hafva blifvit funnen vid Nya Kopparberget i Westmanland, och af hans framställning vill det synas, som om stuffer från denna fundort blifvit af honom undersökta, enär han angifver vissa skiljaktigheter mellan denna varietet och den från Nordmarken med afseende på de physiska egenskaperna. Denna uppgift torde dock sannolikt bero på en förvexling, ty hvarken omnämner *Hisinger* i sin Mineralogiska Geografi öfver Sverige, att Pyrosmalith blifvit funnen vid Nya Kopparberget, ej heller träffas, såvidt oss bekant är, någon antydan i sådant afseende hos öfrige mineraloger, utom hvad *Hausmann* i sin "Reise durch Scandinavien" Th. V. s. 13 omförmäler, nemligen, att det blifvit honom berättadt, att i Bergs-Collegii samlingar i Stockholm skulle finnas en stuff af detta mineral från Nya Kopparberget, som genom sin pistaziegröna färg skiljde sig från den vanliga Pyrosmalithen.

2) Afhandlingar i Fysik, Kemi och Mineralogi 1815. Del. IV p. 317.

den omsorg och noggranhet, som utmärker denne berömde analytikers arbeten, synes likväl otillräckligheten af material [1]) i förening med bristande methoder för ett noggrant bestämmande af de oxidationsgrader, i hvilka metallerna, som constituera mineralet, deri förefinnas, hafva föranledt, att densamma ej eger all den fullständighet, som är nödvändig för att komma till en närmare kännedom om mineralets verkliga sammansättning; och huru föga bestämdhet i detta hänseende förefunnits, torde klarast framgå ur en sammanställning af de olika formler, som af särskilda mineraloger blifvit uppställda för Pyrosmalithen. Sålunda betraktas den af *Berzelius* [2]) såsom varande sammansatt af $\ddot{F}e\,\dot{C}l^3 + \ddot{F}e\,\dot{H}^6 + 4\,(\dot{F}e^3\,\ddot{S}i^2 + \dot{M}n^3\,\ddot{S}i^2)$, en åsigtsform, som, om än med någon tvekan, följes af *Rammelsberg* [3]), *Rose* [4]), *Haidinger* [5]) m. fl., hvaremot *Nordenskjöld* [6])anser dess sammansättnig vara $\ddot{F}e\,\dot{H}^6 + 4\,(\ddot{F}e + \ddot{M}n)^3\,\ddot{S}i^2 + \ddot{F}e\,\dot{C}l^3$ och *Rammelsberg* [7]) har på sednaste tiden såsom dess sannolika formel uppställt $\ddot{F}e\,\dot{C}l + 3\left(\begin{matrix}\dot{F}e^4\\ \dot{M}n^4\end{matrix}\right)\ddot{S}i^3 + 2\,\dot{H}\Big)$. — Denna väsentliga skiljaktighet i åsigter, hvilka likväl alla stödja sig på de genom *Hisingers* bestämning vunna analytiska data, torde tillräckligt ådagalägga, att ett förfullständigande af dessa sistnämnda var nödvändigt för utrönande af Pyrosmalithens constitution, och det följande utgör en redogörelse för de försök, som förf. anställt för att i någon mon bidraga till vinnande af detta ändamål.

Mineralets stora sällsynthet skulle emedlertid hafva lagt väsentliga hinder i vägen för denna undersökning, synnerligast då Pyrosmalithens enda fundort numera är nästan fullkomligt uttömd, om ej Professor *L. F. Svanberg* ur sin enskilda mineralsamling godhetsfullt hade ställt tvänne dyrbara stuffer af detta fossil från Nordmarken till

---

1) *Berzelius.* "Försök till ett rent kemiskt mineralsystem." Afh. i Fysik, Kemi etc. 1815 Del. IV p. 141.

2) *Rammelsberg:* Berzelius's neues chemisches Mineralsystem. Nürnberg 1847. s. 212.

3) *Rammelsberg.* "Berzelius's neues chemisches Mineralsystem." Nürnberg 1847. p. 244.

4) *G. Rose.* "Das krystallo-kemische Mineralsystam." Leipzig 1852 s. 41.

5) *Haidinger.* "Handbuch der bestimmenden Mineralogie." Wien 1845 s. 523.

6) *Nordenskjöld.* "Ueber das atomistisch-chemische Mineralsystem u. das Examinations-System der Mineralien." Helsingfors 1849 s. 133.

7) *Rammelsberg.* "Handbuch der Mineralchemie." Leipzig 1860 s. 876.

mitt förfogande, och det må derföre tillåtas mig att begagna detta tillfälle för att hembära honom min tacksamhet för denna uppoffring.

---

Innan vi öfvergå till framläggande af de analytiska bestämmelser, som blifvit af oss verkställda, torde en kort redogörelse för *Hisingers* undersökning vara af nöden dels för att sålunda lemna tillfälle till en jemförelse mellan de vunna resultaterna dels ock för att angifva de genom densamma mindre fullständigt utredda förhållanden, hvilkas närmare granskning utgjort det hufvudsakliga syftemålet med våra försök.

Den första af de tvänne analyser, hvilka *Hisinger* verkställt å Pyrosmalithen, utgår från det i öppen degel glödgade mineralet och de sålunda funna värdena äro, beräknade på 100 delar obrändt fossil, följande:

| | | |
|---|---|---|
| Kiselsyra | 35,40 | |
| Jernoxid | 32,60 | |
| Manganoxid [1]) | 23,91 | = 21,49 Mn. |
| Lerjord | 0,60 | |
| Saltsyra och Vatten | 6,50 | (såsom glödgningsförlust.) |

Det sätt, hvarpå här summan af chlor- och vattenhalten blifvit bestämd, innebär icke någon sådan tillförlitlighet, att det funna värdet kan anses vara ens approximativt riktigt, ty äfven under förutsättning, att de vid kiselsyran bundna metalloxiderna icke underginge någon förändring genom upphettningen, och oafsedt den oriktighet, som måste uppstå till följe af det vid chloren bundna jernets oxidation, måste likväl en felaktighet uppkomma på grund af det förflygtigande af jernchlorid som *Hisinger* iakttagit vid mineralets glödgning i slutet kärl, hvarvid han fann, att en sur vätska öfverdestillerade, som var svagt gul af upplöst jernchlorid. Af sist anförda förhållande följer jemväl, att ej heller jernhalten, sådan den blifvit funnen i föreliggande analys, kan betraktas såsom fullt riktig, enär den måste hafva utfallit mindre än den i sjelfva verket skulle vara, möjligen ytterligare minskad genom den omständigheten, att jernoxiden, utfälld såsom benzoësyradt salt, glödgades och vägdes utan att förut behandlas med ammoniak till syrans aflägsnande. Af de genom denna analys erhållna bestämmelserna är det sålunda endast värdena på kiselsyra och mangan, som kunna betraktas såsom adæquata uttryck af de i mineralet ingående mängderna af dessa ämnen.

---

1) Vid tiden för denna undersökning skiljde man ej ännu mellan Manganoxidoxidul och Manganoxid. De anförda värdena äro beräknade af de 23,10 % $\dot{M}n$ $\dot{M}n$, hvilka *Hisinger* funnit.

*Hisingers* andra analys hade förnämligast till ändamål att utröna mineralets chlorhalt. Det decomponerades derföre med salpetersyra i slutet kärl, och sedan kiselsyran afskiljts, fälldes lösningen med salpetersyrad silfveroxid, hvarefter de öfriga beståndsdelarne bestämdes. De sålunda funna värdena äro:

| | |
|---|---|
| Kiselsyra | 35,850 |
| Jernoxid | 35,480 |
| Manganoxid ($\dot{M}n\ddot{M}n$) | 23,444 (= 24,26; $\ddot{M}n = \dot{M}n$ 21,81) |
| Saltsyra | 2,905 |
| Kalkjord | 1,210 |

Härvid bör erinras, att den upptagna qvantiteten saltsyra är beräknad ur chlorsilfret betraktadt såsom saltsyrad silfveroxid $\ddot{A}g\ \ddot{M}^2$ ($\ddot{A}g : \ddot{M}^2 = 80{,}90 : 19{,}10$ [1]), hvarföre, med en riktigare beräkningsgrund, den funna mängden $\dot{A}g\ \dot{C}l$ ger en chlorhalt af 3,77 %. Med afseende på sjelfva sättet för chlorbestämningen skulle möjligen kunna anmärkas, att en förlust kunnat uppstå derigenom, att den vid mineralets digestion med salpetersyra uppkommande qväfoxiden, hvilken enligt *Hisingers* uppgift tid efter annan utsläpptes ur det täppta kärlet, fört med sig någon liten del af de bildade chlorhaltiga produkterna.

Den större jernhalt, som denna analys utvisar i jemförelse med den förra, har sin förklaring uti hvad ofvanföre blifvit antydt med afseende på de orsaker, hvilka föranledt en oriktighet vid jernbestämningen, då det glödgade mineralet valdes till utgångspunkt; men ehuru sålunda det sist funna värdet måste betraktas såsom det riktigare, torde likväl dervid kunna anmärkas, att detsamma bör hafva utfallit i någon mon för högt, enär deruti ingår den lerjordshalt, som den första analysen angifver och möjligen dessutom något kiselsyra, hvarpå jernoxiden icke blifvit pröfvad.

Om bägge analyserna gäller föröfrigt, att den afskiljda kiselsyran ej blifvit underkastad något prof till bestämmande af dess renhet; men i betraktande af den öfverensstämmelse, som visar sig mellan de i båda fallen funna värdena, oaktadt mineralets decomposition skedt på olika vägar, torde med sannolikhet kunna antagas, att den funna kiselsyrehalten icke i någon väsentlig mon skiljer sig från den verkliga.

Vid beräkningen af mineralets sammansättning utgår *Hisinger* från de genom den sist anförda analysen vunna resultaterna, och med stöd deraf, att mineralets vattenhalt, ehuru ej närmare bestämd, likväl

1) *Berzelius.* "Tabell som utvisar vigten af större delen vid den oorganiska kemiens studium märkvärdiga enkla och sammansatta kroppars atomer." Stockholm 1818 p. 45.

synes vara större än den förlust af 1 %, som analysen utvisar, anser han sig böra antaga att manganen och jernet ej ingå i mineralet med samma oxidationsgrader, hvari de vid analysen blifvit bestämda, och betraktar derföre mineralets hufvudmasa såsom ett bisilikat af manganoxidul och jernoxidul $mnS^2 + fS^2$. — Med afseende på den ingående chlorföreningen åter antager han dels på grund af mineralets förhållande vid upphettning i slutet kärl, dels ock till följe af dess olöslighet i vatten, att densamma är saltsyrad jernoxid förenad med jernoxid till ett basiskt salt, hvilket dessutom såsom constituent skulle innehålla vatten [1]).

Såsom det egentliga resultatet af sin analys framställer han derföre följande:

| | |
|---|---|
| Kiselsyra | 35,850 |
| Jernoxidul | 21,810 |
| Manganoxidul | 21,140 |
| Basisk saltsyrad jernoxid | 14,095 ($\dot{Fe}\ \ddot{M}^3 + 3\ \dot{Fe}$) |
| Vatten och förlust | 5,895 |

hvarvid han anser den egentliga vattenhalten vara 4 %, utgående från den förutsättningen, att vattnet bör innehålla lika mycket syre som jernoxiden i det basiska saltet.

Af den gjorda framställningen synes, att det ofullständiga i dessa analyser, åtminstone såvidt deraf en osäkerhet med afseende på mineralets sammansättning kunnat härflyta, ligger uti en mindre noggran bestämning af vattenhalten jemte frånvaron af alla data till ett säkert bedömande af de ingående metallernas oxidationsgrader.

---

Pyrosmalithen, sådan den förefans uti de stuffer, hvarur materialet till förf:s analytiska försök hemtades, visade i allmänhet samma yttre karakterer, som blifvit af *Hisinger* angifna. Krystallerna, sexsidiga prismer utan tillspetsning och af $^1/_2$ till 1 tums längd, omgåfvos närmast af kalkspath, som var invext i en grön matrix, med här och der spridda korn af magnetisk jernmalm samt en och annan svafvelkiskrystall; deras fria ytor voro matta och af en smutsigt grön i lefverbrunt dragande färg och äfven genomgångsytorna, såvidt de lågo i dagen, visade i jemförelse med de friska en svagare glans och en i

1) Den halt af lerjord och kalk, som de särskildta analyserna utvisa, anser *Hisinger* såsom beroende på främmande inblandningar, hvarföre de icke ingå i beräkningen af mineralets sammansättning.

gröngult gående skiftning. — Denna förändring, såvidt den kan betraktas såsom en sådan, hade emedlertid ej sträckt sig längre än till sjelfva ytan, ty omedelbart derunder egde mineralet sin egendomliga glans och färg. Likväl företedde understundom vid krystallernas sönderklyfning den med basiska planet paralella genomgångsytan ett matt gråhvitt öfverdrag, som endast med svårighet kunde aflösas, men som ej tycktes vara metamorphoseradt mineral, ty, så ofta detsamma förekom, visade sig ytan ojemn och skroflig, och under loupen framstodo dessa ojemnheter såsom afrundade upphöjningar på den plana ytan. Förövrigt funnos i mineralet insprängda krystaller af kalkspath, magnetisk jernmalm och svafvelkis, hvarföre den mest minutiösa styckning af fossilet var nödvändig för erhållande af ett till analysen lämpligt material.

Med afseende på mineralets förhållande för blåsröret hafva vi föga eller intet att tillägga utöfver det redan bekanta. De vanliga flussmedlen gifva reactioner för jern och mangan; och chloren tillkännagifver sin närvaro såväl genom den lukt af saltsyra, som mineralet sprider vid upphettning i och för sig, som ock genom den intensivt blå färg, som detsamma meddelar blåsrörslågan vid behandling med kopparoxidhaltigt phosphorsalt.

Pyrosmalithens egentliga vigt, som af *Hisinger* bestämdes till 3,081, har sedermera af *Breithaupt* blifvit uppgifven variera emellan 2,958 och 3,180. Redan i det föregående hafva vi haft tillfälle anföra, att denne sistnämnde mineralog, på grund af sina undersökningar af Pyrosmalithens physiska egenskaper antager tillvaron af olika varieteter af detta mineral, och hans första meddelande [1]) i detta hänseende rörer skiljaktigheterna i hårdhet och specifik vigt, i det han nemligen funnit, att den vanliga varieteten (från Nordmarken) vägde 3,008 och egde vida mindre hårdhet än en annan, hvars fundort skulle vara Nya Kopparberget, och hvars egentliga vigt visat sig vara 3,173. Samtidigt antyder han jemväl den sannolika orsaken till dessa olikheter, nemligen en förvittring hos den förstnämda varieteten och förfullständigar sedermera dessa uppgifter uti sin "Vollständiges Handbuch der Mineralogie" 1841. Bd II s. 373, hvarest han anmärker såsom en ytterligare skiljaktighet, att den förvittrade Pyrosmalithen är fullkomligt ogenomskinlig, under det den friska är genomlysande. På samma ställe anför han jemväl, att hårdheten hos den förra nedgår ända till 4,5 och

1) *Breithaupt:* "Ueber die specifischen Gewichte einiger Mineralien" inf. i *Schweigger-Seidel's* Neues Jahrbuch der Chemie u. Physik. 1831 Bd. II. s. 225.

eg. vigten till 2,895—3,008, hvaremot mineralet i sitt oförändrade till stånd eger en hårdhet af 6,5—7,5 [1]) och väger 3,173—3,180.

Då de yttre karaktererne hos den Pyrosmalith, som gifvit materialet för vår undersökning, icke fullkomligt öfverensstämde med de af *Breithaupt* för Nordmarks-varieteten angifna, hvarken med afseende på färgnyancen eller den ogenomskinlighet, som han anser tillhöra densamma, så utvaldes med största sorgfällighet fina splittror af mineralet till bestämmande af dess egentliga vigt. Trenne särskilda försök, af hvilka tvänne verkställdes å samma mineralstycken gåfvo 3,1703, 3,174 och 3,168 (temperaturen 14°—15° C.)

Den nära öfverensstämmelsen mellan dessa tal och dem *Breithaupt* funnit för den icke vittrade varietetens specifika vigt, föranledde en pröfning af mineralets hårdhetsgrad, för att utröna, huruvida äfven i detta hänseende en motsvarande likhet gjorde sig gällande. Härvid visade sig, att såväl Skapolith från Arendal som Apatit från Schlackenwald och Moroxit från Pargas med lätthet repa Pyrosmalithen, utan att sjelfva taga något intryck derutaf, hvaremot Flusspath repas af densamma, men ej sjelf gör något intryck på Pyrosmalithen, hvarför mineralets hårdhetsgrad efter den af *Mohs* uppgjorda skalan skulle vara 4,5 [2]), enligt *Breithaupt* åter 5,5.

I detta afseende synes sålunda en väsentlig skiljaktighet ega rum mellan den af oss undersökta Pyrosmalithen och de varieteter af mineralet, för hvilka *Breithaupt* funnit lika eller föga afvikande egentlig vigt, en skiljaktighet, som tyckes antyda, att i detta fall en olika specifik vigt ej betingar en motsvarande olikhet i hårdheten hos ett och samma mineral.

Såsom förut blifvit antydt, hafva de analytiska försök, hvilka vi anställt å Pyrosmalithen, haft till närmasta syftemål ett noggrannare utrönande af mineralets vattenhalt och de deri ingående metallernas syrsättningsgrader; men då bestämningen af constituenterna i öfrigt, äfven om den icke ledde till andra resultater än de redan funna, likväl alltid borde ega ett värde såsom en bekräftelse af dessa och dessutom i viss mon kunde tjena såsom kontroll på de af oss egentligen afsedda bestämmelserna, så har äfven en sådan blifvit företagen.

---

1) Härvid bör erinras, att *Breithaupt* följer den af honom uppställda tolfdelade hårdhetsskalan och att sålunda de här uppgifna talvärdena utmärker att Pyrosmalithens hårdhet har till gränsor å ena sidan Kalkspath (4) å den andra Adular (8). Handb. der Mineralogie Bd. I s. 377.

2) Samma hårdhet, som vi här hafva funnit, angifver jemväl *Erdman* uti sin "Lärobok i Mineralogi". Stockholm 1853 s. 384.

Försöken i dessa särskilda riktningar, närmast betingade af sättet för mineralets sönderdelning, hafva vi sökt att i det följande sammanställa, men måste dervid på förhand anmärka, att en eller annan oegentlighet ej kunnat undvikas.

Med afseende på mineralets förberedande till analysen, hafva vi endast att omnämna, det den största omsorg blifvit använd på erhållandet af ett möjligast rent material och att detta, som finrifvet och slammadt [1]) bildade ett ljust grågrönt pulver, torkades öfver svafvelsyra under luftpumpens recipient och derefter användes till de särskilda bestämmelserna.

## A. Undersökning af Pyrosmalith decomponerad medelst salpetersyra.

Då decompositionen med denna syra i köld endast långsamt försiggår, och föröfrigt användandet af en högre temperatur borde åstadkomma en ej blott hastigare, utan äfven fullständigare sönderdelning, så verkställdes densamma på det sätt, att mineralpulvret behandlades med syran uti en retort, hvars hals var förbunden med flera förenade Liebigska absorptions-rör, innehållande utspädd kaustik ammoniak till upptagande af de chlorhaltiga produkter, som möjligen kunde förflygtigas. Retorten uppvärmdes långsamt, och temperaturen stegrades småningom, tills vätskan var nära kokning; sönderdelningen försiggick med lätthet, och efter några timmar visade den sig vara slutad.

Med afseende på de vidare detaljerna vid analysen må här endast nämnas, att den af ammoniaken upptagna chloren särskildt bestämdes, hufvudsakligen för att utröna, huru stor del af densamma förflygtigats under mineralets decomposition, emedan derpå till en viss grad methodens värde berodde, för så vidt som flera möjligheter till fel förefunnes i den mon qvantiteten af flygtiga chlorhaltiga produkter var större.

**I.** a) 1,3476 gramm mineral, decomponeradt på ofvan anförda sätt, gaf 0,4682 gr. afskiljd kiselsyra.

b) Filtratet efter kiselsyran försattes med salpetersyrad silfveroxid och lemnade en fällning af 0,1903 gr. Ag Cl, hvilket tillsamman med de 0,0126 gr. Ag Cl, som erhöllos ur den i absorptionsrören befintli-

1) För att tillse, huruvida slamvattnet möjligen hade upptagit något af mineralet, pröfvades detsamma såväl på chlor som, genom afdunstning, på öfriga upptagna ämnen, men visade sig icke hafva utöfvat någon lösande inverkan på mineralets beståndsdelar.

ga ammoniakaliska vätskan utgör 0,2029 gr. Ag Cl, motsvarande 0,05016 gr. Cl.

c) Sedan det i öfverskott tillsatta silfret blifvit aflägsnadt genom chlorvätesyra, fälldes lösningen med ammoniak och den urtvättade fällningen behandlades med kalilut i kokning.

d) Den sålunda erhållna lösningen neutraliserades med chlorvätesyra och fälldes med kolsyrad ammoniumoxid. Det glödgade præcipitatet vägde 0,0054 gr. och lemnade vid behandling med chlorvätesyra ett residuum af 0,0021 gr.

e) Den vid kokning med kali olösta återstoden löstes i chlorvätesyra, lösningen neutraliserades med ammoniak och fälldes med bernstensyrad ammoniumoxid. Den med kallt vatten urtvättade fällningen behandlades på filtrum med ammoniakhaltigt vatten, och sedan detta blifvit aflägsnadt genom förnyad tvättning med rent vatten, glödgades densamma och befans väga 0,4718 gr., som vid behandling med saltsyra lemnade en olöst återstod af 0,008 gr.

f) Filtratet efter första ammoniakfällningen c) försattes med vätesvafladt svafvelammonium. Det afskiljda mangansulphuretet urtvättades med iakttagande af nödiga försigtighetsmått, löstes i chlorvätesyra, fälldes i kokning med kolsyradt natron, afdunstades dermed till torrhet och upptogs ånyo med vatten. Den olösta återstoden tvättades och glödgades tills constant vigt erhölls, hvilken utgjorde 0,251 gr.

g) Filtratet efter svafvelmangan försattes med chlorvätesyra och upphettades till utdrifvande af vätesvaflan, neutraliserades derefter med ammoniak och behandlades med oxalsyrad ammoniumoxid. Den afskiljda oxalsyrade kalken öfverfördes till svafvelsyradt salt och vägde såsom sådant 0.0219 gr., hvilket motsvarar 0,009 gr. Ca.

h) Filtratet efter den bernstensyrade jernoxiden e) fälldes med hydrothion-ammoniak; fällningen behandlades på enahanda sätt, som vid f) blifvit angifvet, samt befans väga 0,0574 gr., och lösningen pröfvades med oxalsyrad ammoniumoxid, hvarvid likväl endast spår af kalk visade sig.

i) De i bestämningarne f) och h) erhållna qvantiteterna manganoxidoxidul behandlades gemensamt med chlorvätesyra och gåfvo en återstod af 0,0013 gr. kiselsyra.

Såväl filtratet efter den oxalsyrade kalken g) som det efter svafvelmangan h) pröfvades på talkjord, men i intetdera kunde dess närvaro spåras.

De genom denna analys funna värdena blifva sålunda:

| | | |
|---|---|---|
| Kiselsyra | a) c) e) i) | 0,4796 |
| Jernoxid | d) | 0,4638 |
| Manganoxidoxidul | f) h) | 0,3071 |
| Lerjord | c) | 0,0033 |
| Kalk | g) | 0,009 |
| Chlor | b) | 0,05016 |

eller på 100 delar

| | | |
|---|---|---|
| Kiselsyra | 35,59 | |
| Jernoxid | 34,41 | = 30,97 Ḟe |
| Manganoxidoxidul | 22,84 | = 21,25 Ṁn |
| Lerjord | 0,24 | |
| Kalk | 0,67 | |
| Chlor | 3,72. | |

**III.** Decompositionen af mineralet skedde på fullkomligt enahanda sätt, som i det föregående blifvit anfördt, och analysens gång i öfrigt var äfvenledes densamma, med undantag deraf, att ingen särskild bestämning af lerjorden blifvit verkställd, utan denna vägdes tillsamman med jernoxiden.

1,4315 gr. mineral gaf

| | | |
|---|---|---|
| Kiselsyra | | 0,5038 |
| Jernoxid } Lerjord } | | 0,5012 |
| Manganoxidoxidul | | 0,3197 |
| Kalk | | 0,0116 |
| Chlor [1]) | | 0,05525 |

eller i procent

| | | |
|---|---|---|
| Kiselsyra | 35,19 | |
| Jernoxid } Lerjord } | 35,01 | 34,77 T̈e = 31,29 Ḟe<br>0,24 Ä̈l |
| Manganoxidoxidul | 22,33 | = 20,77 Ṁn |
| Kalkjord | 0,81 | |
| Chlor | 3,86 | |

Vid dessa analyser må anmärkas, att den afskiljda kiselsyrans renhet endast i den sednare blifvit pröfvad genom behandling med kolsyradt natron, och visade sig att densamma upptogs fullständigt af lösningsmedlet, så att endast några ovägbara flockår återstodo. Öfver-

1) Salpetersyrelösningen visade sig vid denna analys innehålla 0,05134 gr., den ammoniakaliska vätskan 0,00391 gr. Cl.

ensstämmelsen mellan de vid begge bestämmelserna funna värdena talar emedlertid för, att äfven vid den första analysen decompositionen varit fullständig..

För öfrigt torde såsom anmärkningsvärdt kunna påpekas det förhållande, som visat sig vid mineralets sönderdelning, att nemligen af de bildade chlorhaltiga produkterna en så ringa del (ungefär 5 % af chlorhalten) förflygtigats, oaktadt decompositionen försiggått vid högre temperatur, och den använda salpetersyran varit temligen concentrerad.

## B. Undersökning af Pyrosmalith decomponerad medelst chlorvätesyra.

Mineralets decomposition med denna syra afsåg hufvudsakligen bestämmandet af manganens och jernets ingående oxidationsgrader. Sönderdelningen måste följaktligen försiggå utan lufttillträde, hvarföre densamma skedde uti kolsyre-atmospher och för öfrigt på samma sätt som vid decompositionen med salpetersyra, endast att det med retorthalsen förbundna absorptionsröret innehöll vatten, hvilket här ej hade annan uppgift, än att tjena såsom spärrvätska för att hindra lufttillträde. Saltsyran, som användes, var högst concentrerad och sönderdelningen försiggick med lätthet, så snart retorten uppvärmdes.

Såsom den beqvämaste och användbaraste methoden för bestämmande af jernoxidulhalten valdes titrering med öfvermangansyradt kali. Titre-ställningen af chamæleon-lösningen skedde medelst metalliskt jern, som löstes i chlorvätesyra under iakttagande af nödiga försigtighetsmått, och den erhållna lösningen försattes med en lika stor vattenmängd, som den till mineralets decomposition använda qvantiteten saltsyra behöfde för att vinna den för titreringen nödiga graden af förtunning.

De vigtsqvantiteter jern, som användes till titrens fastställande, varierade emellan 0,19 och 0,21 gr. och mängden af mineralet, som decomponerades, valdes med ledning af de föregående analyserna så stor, att den deri ingående jernqvantiteten ungefär motsvarade den till titre-ställningen använda.

**I.** Vid första bestämningen, som sålunda anställdes, användes en chamæleonlösning, hvars titre vid tvenne consecutiva pröfningar visat sig vara: 100 C.C. = 1,1174 och 1,116 gr. metalliskt jern. Häraf förbrukades till oxidation af den i 1,014 gr. mineral ingående jernoxidulen 21,4 C.C.; hvilket med stöd af titrens medelvärde antyder närvaron af 0,3086 gr. Fe.

Sedan jernoxidulhalten sålunda blifvit utrönt, företogs en bestäm-

ning af kiselsyran, hvarvid erhölls 0,3612 gr., som vid lösning i kolsyradt natron lemnade en återstod af 0,0016 gr., och med betraktande af denna såsom odecomponeradt mineral utgör den funna kiselsyran 35,51 %.

**III.** Då emedlertid med den concentrationsgrad, som chamæleonlösningen vid nyssnämnde försök egde, observationsfelen kunde utöfva ett märkbart inflytande, förnyades detsamma med en mera utspädd titreringsvätska: 100 C.C. = 0,644—0,645 gr. metalliskt jern.

Till oxidation af jernoxidulhalten i 1,133 gr. mineral visade sig af denna lösning erfordras 39,6 C.C., hvilket med titrens medelvärde motsvarar 0,3423 gr. Fe.

Beräknade i procent af de använda vigtsqvantiteterna mineral blifva de sålunda funna jernoxidulmängderna

| 1. | 2. |
|---|---|
| 30,43 | 30,21. |

Då dessa försök gifvit nyssnämnde resultater med afseende på det i mineralet befintliga jernets oxidationsgrad, var naturligen all pröfning på manganens syrebindning öfverflödig.

## C. Undersökning af Pyrosmalith genom upphettning till högre temperaturgrader.

Såsom redan blifvit omnämndt, hafva alla i det föregående anförda bestämningar utgått från det vid vanlig temperatur i torr luft eller under luftpumpens recipient torkade mineralet; men ehuru detta tillstånd måste anses närmast motsvara det naturliga, syntes det likväl såväl i allmänhet vara af intresse för mineralets kännedom som af speciel vigt för vattenbestämningen att utröna, huruvida Pyrosmalithen i likhet med flera andra vattenhaltiga mineralier vid olika temperaturer afgifver en större eller mindre del af sin vattenhalt.

Ett försök i detta afseende anställdes derföre sålunda, att mineralet upphettades i en ström af torr kolsyregas, hvarvid jemväl var sörjdt för uppfångandet af de flygtiga produkter, hvilka jemte vattenångorna möjligen kunde bortgå. Mineralet utsattes på sådant sätt först för 100° värme under 3:ne timmar, men visade sig efter denna tids förlopp icke hafva aftagit i vigt. Temperaturen stegrades derpå till 150° och slutligen till 200°, utan att likväl någon vigtsförlust gaf sig tillkänna, och mineralpulvret visade vid upphettningens slut fullkomligt samma utseende, som det efter torkning vid vanlig temperatur egde.

**I.** *1.* Sedan sålunda blifvit utrönt, att Pyrosmalithen icke lider någon föröndring vid 100°, företogs vattenbestämningen på sådant sätt,

att mineralet blandades med finrifven blyoxid, som blifvit torkad vid 120° och blandningen ännu varm infördes i ett förbränningsrör, som vidare fylldes med ren blyoxid, hvarefter röret, sedan dess öppna ända blifvit utdragen till en spets, förbands med ett chlorcalciumrör och upphettades så länge, tills inga vattenångor mera visade sig. Sedan derefter torr luft fått stryka genom förbränningsröret, som fortfarande uppvärmdes, bestämdes chlorcaliumrörets vigtstillökning.

Ett sålunda anställdt försök med 1,0715 gr. mineral, gaf en vattenhalt af 0,082 gr., utgörande 7,65 %.

2. En annan bestämning, företagen för samma ändamål och anställd på enahanda sätt, likväl med den skilnad att i blyoxidens ställe nyss glödgad talkjord användes, visade att 1,092 gr. mineral hade afgifvit 0,0856 gr. vatten, hvilket utgör 7,84 % af mineralens vigt.

Vid begge dessa försök pröfvades det öfvergångna vattnets reaction, men i intetdera fallet kunde fri syra upptäckas.

**III.** Då jernets chlorbindningsgrader redan vid svag upphettning lätt och fullständigt reduceras af vätgas, under det att alla omständigheter tala för, att den kiselsyrade jernoxidulen endast med svårighet och först vid långvarig och sträng glödgning angripes af detta reductionsmedel [1]), så syntes genom Pyrosmalithens behandling med vätgas

1) Bland försök rörande jernsilikaters förhållande till vätgas, vilja vi här endast omnämna dem, hvilka blifvit gjorda af *Ebelmen* på svart granat från Beaujeux (Annales des Mines 4:me Serie VII. 19. *Berzelius* Årsber. 1846 s. 272), hvarvid han iakttagit, att vid svag glödgning en liten del af den i detta mineral ingående jernoxiden reduceras, en omständighet som möjligen kan bero på mekaniskt inblandad oxid, hvaremot hvitglödgning erfordras för hela jernoxidhaltens öfverförande i reguliniskt tillstånd. Då likväl dessa försök gällde ett silikat af jernoxid, och de föregående bestämmelserna satt utom allt tvifvel att den i Pyrosmalithen ingående kiselsyreföreningen innehöllle jernet såsom oxidul, så hafva vi för att kunna bedöma methodens tillförlitlighet och värdet af de resultater, som genom densamma kunna erhållas, anställt försök till utrönande af vätgasens inverkan på jernoxidul-silikater.

För att dessa emedlertid skulle vara gällande med afseende på Pyrosmalithen, fordrades att de silikater, hvilka underkastades pröfning, egde en sammansättning, som, om den än icke fullkomligt öfverensstämde med det i P. befintliga silikatets, åtminstone icke kunde innebära ett stöd för antagandet, att desamma skulle med större svårighet än detta afficieras af reductionsmedlet. Då vi derföre i saknad af ett fullt lämpligt mineral, hafva anställt ett af våra försök på en färskslagg, har det skett under den förutsättning, att denna såsom ett vida mera basiskt silikat än Pyrosmalithen borde lättare reduceras af vätgasen och följaktligen, om försöket visade, att densamma ej underginge någon förändring, detta så mycket mera borde gälla om den kiselsyrerikare föreningen. Det metalliska jern som finnes inblandadt i färskslaggen kunde naturligen icke utöfva något inflytande såsom sådant, och för att undvika den felaktighet, som möjligen kunde uppstå till följe deraf, att detsamma partielt oxiderat sig,

vid svag glödgningshetta, en bestämning af mineralets vattenhalt kunna erhållas, i det att den dervid uppkommande vigtsförlusten borde motsvara summan af chlor- och vattenhalten och, då den förra blifvit utrönt genom föregående bestämningar, den sednare lätt kunde beräknas.

Vid de tvänne försök, som på detta sätt anställdes, upphettades reductionsröret öfver en Berzeliansk spritlampa till mörk rödglödgning och upphettningen fortsattes så länge chlorvätesyra bortgick och vattenångor afsatte sig, hvarefter röret fick afsvalna i vätgasströmmen och vigtsförlusten bestämdes.

De båda bestämningarnes resultater voro följande:

*1.* 1,09 gr. mineral gaf en vigtsförlust af 0,12 gr., hvilket utgör 11,01 %, som med afdrag af 3,79 % Cl utvisar en vattenhalt af 7,22 %.

*2.* 0,8372 gr. mineral visade sig hafva förlorat 0,099 gr. i vigt, motsvarande 11,41 %, som med afdrag af chlorhalten angifver en vattenhalt af 7,46 %.

---

Efter att sålunda hafva redogjort för enskildtheterna af de olika försök som blifvit anställda, återstår att sammanfatta de särskilda resultaterna, för att derigenom erhålla en öfverblick af dessa och deras inbördes förhållande.

---

utvaldes med omsorg smärre väl flutna partier ur slaggmassans inre och af dessa användes den innersta kärnan. Af det under luftpumpens recipient torkade slaggpulfret användes 1,2644 gr. till försöket. Reductionsrörets upphettning skedde medelst Berzelianska spritlampan och temperaturen stegrades ej högre än till mörk rödglödgning. Efter ½ timmas upphettning visade sig en vigtsförlust af 0,0078 gr., hvilket motsvarar 0,61 %.

Ett annat försök anställdes å Arfwedsonit, som efter den äldre uppfattningen (enligt *Kobell*) skulle vara $\dot{N}a\,\ddot{S}i + \dot{F}e^3\,\ddot{S}i^2$. Vid samma behandling, som vid det föregående försöket blifvit angifven, gaf 0,838 gr. af detta mineral en förlust af 0,0087 gr., hvilket motsvarar 1,04 %.

Vid anförandet af dessa försök förbise vi icke, att desamma ej kunna ega ett allmännare eller högre värde än såsom en approximativ bestämning af de resultaters tillförlitlighet, hvilka kunna erhållas genom tillämpningen af samma förfaringssätt på Pyrosmalith till utrönande af dess vattenhalt, och om än beskaffenheten af de silikater, hvilka användts till pröfningen, skulle kunna leda till den förmodan, att de vigtsförluster försöken angifva, berott icke så mycket på en reduction af silikatets jern, som fastmera på främmande inblandningar, så måste methoden likväl såsom vattenbestämning i ett sådant fall som det föreliggande endast betraktas såsom användbar att i viss mon kontrollera de genom directa försök funna värdena.

| | A. | | B. | | C. | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | I. | II. | I. | II. | I. | | II. | |
| | | | | | 1. | 2. | 1. | 2. |
| Kiselsyra | 35,59 | 35,19 | 35,51 | | | | | |
| Jernoxidul | 30,97 | 31,29 | 30,43 | 30,21 | | | | |
| Manganoxidoxidul | 21,25 | 20,77 | | | | | | |
| Lerjord | 0,24 | 0,24 | | | | | | |
| Kalk | 0,67 | 0,81 | | | | | | |
| Chlor | 3,72 | 3,86 | | | | | | |
| Vatten | | | | | 7,65—7,84 | | 11,01—11,41 | |

Innan vi försöka att ur dessa analytiska data härleda en formel för Pyrosmalithen, torde några ord böra nämnas med afseende på dem af de gjorda bestämmelserna, hvilka, på grund af det närmaste syftemålet med vår undersökning, sådant detta redan vid början af denna uppsats blifvit uttaladt, måste blifva för oss de vigtigaste såsom innebärande de egentliga bidragen till en närmare kännedom om mineralets sammansättning. Hit må i första rummet räknas de försök, som blifvit anställda till utrönande af de ingående metallernas oxidationsgrader, och ett närmare skärskådande af dessas resultater blir derföre nödigt.

Såsom ofvanstående resumé angifver, hafva bestämningarne i detta hänseende utvisat, att endast en ringa del af de i mineralet befintliga metallerna deruti ingår till högre syrsättningsgrad än oxidul, och på goda grunder torde kunna antagas, att den sålunda högre oxiderade metallen är jernet. Denna jernoxidhalt, som i medeltal utgör 0,79 % är emedlertid långt ifrån så stor, att den med hela chlorqvantiteten som mineralet visat sig innehålla, kunnat bilda jernchlorid (3,79 % Cl fordrar nemligen 2 % jern = 2,86 % $\ddot{F}e$), hvaraf skulle följa att såväl den högre som den lägre chlorbindningsgraden af jernet skulle förefinnas i Pyrosmalithen. Att emedlertid förhållandet svårligen kan vara sådant, åtminstone i mineralets ursprungliga tillstånd, torde ej behöfva närmare belysas, och det erhållna resultatet måste följaktligen bero antingen på sjelfva bestämningen eller på en förändring, som mineralet undergått. Försökens detaljer hafva redan i det föregående blifvit framlagda, och af dessa torde synas, att all uppmärksamhet blifvit egnad åt förebyggande af felaktigheter vid bestämmelsernas verkställande; skulle emedlertid några sådana hafva insmugit sig tillfölje af ett icke absolut utestängande af atmospheriska luften under sjelfva sönderdelningen eller vid lösningens utbringande ur decompositionskärlet, så måste dessa alla hafva bidragit till åstadkommande af en

oxidation och sålunda samverkat till det erhållna resultatet med den förändring, som mineralet sjelf möjligen undergått genom atmosphäriliernas inflytande; att åter antagandet af en sådan, om än högst ytlig, icke saknar all grund, torde de i det föregående angifna yttre karaktererne utvisa.

Med stöd af dessa förhållanden hafva vi ansett oss böra betrakta den i mineralet ingående chlorföreningen såsom jernchlorur, och såsom sådan upptages den derföre vid beräkningen af Pyrosmalithens formel.

I sammanhang med frågan om jernets oxidationsgrad står äfven den om vattenhalten, så till vida som, med förutsättning att mineralet undergått någon förändring till följe af en partiel syrsättning, äfven ett upptagande af vatten sannolikt varit dermed förknippadt, såsom förhållandet visat sig vara med andra mineralier under samma omständigheter, hvaraf åter skulle följa, att den funna vattenhalten vore något högre än den, som egentligen tillhör mineralet.

I enlighet med hvad ofvan blifvit anmärkt rörande den ingående chlorföreningen och med begagnande af de särskilda bestämningarnes medelvärden blir det egentliga analytiska resultatet följande[1]):

| | | Syrehalt. | |
|---|---|---|---|
| Kiselsyra | 35,43 | 18,39 | . . . 18,50 |
| Lerjord | 0,24 | 0,11 | |
| Jernoxidul | 27,29 | 6,06 | . . . 11,00 |
| Manganoxidul | 21,01 | 4,73 | |
| Kalk | 0,74 | 0,21 | |
| Jern | 3,00 | erfordrar för bildande af Fe | 0,86 |
| Chlor | 3,79 | | |
| Vatten | 7,74 | | 6,88 |
| | 99,24 | | 37,24 |

De ur de funna värdena beräknade syrehalterna visa till hvarandra inbördes följande relationer:

0,86 : 11,00 = 1 : 12.79 eller approximativt = 1 : 12.
11,00 : 18,50 = 1 : 1.68 „ „ = 3 : 5.
6,88 : 11,00 = 1 : 1.59 „ „ = 2 : 3.

1) De qvantiteter lerjord och kalk, som analyserna utvisa, torde kanske rättast böra betraktas såsom härledande sig från främmande inblandningar, och detta så mycket mera, som de mineralier, hvilka närmast åtfölja Pyrosmalithen, gifva stöd åt en sådan förmodan. Då det emedlertid ej varit möjligt att afgöra, under hvad form dessa ämnen ingå i fossilet, och då de derjemte tillfölje af sin ringa mängd ej kunnat utöfva något väsentligt inflytande vid bestämningen af mineralets sammansättning, hafva vi ansett oss böra upptaga dem i räkningen, enär deras uteslutande möjligen kunnat anses sakna tillräcklig grund.

hvarföre förhållandet mellan constituenternas syrehalter, med det mot jernchloruren svarande syret taget såsom enhet, blir:

$$\dot{Fe}\,\dot{Cl}\ (O):\ \dot{r}:\ \ddot{Si}\ ^{1}):\ \dot{H}$$
$$1\ :\ 12:\ 20\ :\ 8$$

och Pyrosmalithens kemiska sammansättning skulle följaktligen uttryckas genom formeln

$$\dot{Fe}\,\dot{Cl} + 2\,(\dot{r}^{6}\,\ddot{Si}^{5} + 4\,\dot{H})$$

eller [2])
$$\dot{Fe}\,\dot{Cl} + 2\,(\dot{r}^{2}\,\ddot{Si} + 4\,\dot{r}\,\ddot{Si} + 4\,\dot{H}),$$

hvilken, om kiselsyran betraktas såsom $\ddot{Si}$, antager formen

$$3\,\dot{Fe}\,\dot{Cl} + 4\,(\dot{r}^{3}\,\ddot{Si} + 2\,\dot{r}\,\ddot{Si}^{2} + 6\,\dot{H}).$$

Försöka vi att ur dessa formler beräkna de syrehalter, som analysen borde hafva gifvit, så finna vi [3])

| | | |
|---|---|---|
| $\ddot{Si}$ | = | 18,146 |
| $\dot{r}$ | = | 10,887 |
| $\dot{Fe}\,\dot{Cl}\ (O)$ | = | 0,907 |
| $\dot{H}$ | = | 7,258 |
| | | 37,198 |

Det vattenhaltiga silikatet $2\,\dot{r}^{6}\ddot{Si}^{5} + 8\,\dot{H}$, som sålunda ingår uti Pyrosmalithen och utgör dess hufvudbeståndsdel, har, betraktadt såsom ett helt, få motsvarigheter; närmast öfverensstämmer detsamma med den derba Skillerspathen från Baste i Radauthal, hvilken *Köhler*

1) Genom *Marignacs* upptäckt af isomorphien mellan fluorsiliciums och tennfluoridens föreningar synes frågan om kiselsyrans atomistiska sammansättning vara afgjord till förmån för den åsigt, som betraktar densamma, bestå af 1 æqu. Silicium med 2 æqu. Syre; då likväl denna kiselsyrans constitution först på sednare tider blifvit mera allmänt antagen, hafva vi vid formlernas uppställande icke velat lemna den äldre uppfattningen alldeles ur sigte och hafva derföre anfört mineralets sammansättning äfven efter denna.

2) Det torde knappast förtjena särskildt anmärkas, att utom den här anförda dubbelföreningen jemväl andra kunna härledas ur den empiriska formeln (till exempel $\dot{r}^{6}\,\ddot{Si}^{5} = \dot{r}^{3}\,\ddot{Si}^{2} + 3\,\dot{r}\,\ddot{Si}$ el. $\dot{r}^{5}\,\ddot{Si}^{6} = \dot{r}^{2}\,\ddot{Si}^{3} + 2\,\dot{r}^{2}\,\ddot{Si}$) och att, vid valet mellan dessa, företräde blifvit lemnadt åt den, hvars constituenter synts oss vara de enklaste och vanligast förekommande, synnerligast som inga andra bestämningsgrunder funnos förhanden.

3) Dessa värden äro produkter af quotienten 37.24 : 41 och hvardera af talen 20, 12, 1, 8. (37.24 = summan af de funna syrehalterna; 41 = summan af de i formeln ingående syreatomerna, den mot jernchloruren svarande syre-æquivalenten inberäknad.)

undersökt och hvars sammansättning uttryckes genom formeln $2\,\dot{r}^6\,\ddot{S}i^5 + 9\,H$[1]); äfven Thermophylliten från Hopoowara skulle enligt *Hermanns* analys [2]) innehålla ett silikat af samma mättningsgrad förenadt med 5 at. H; anses det åter såsom en förening mellan ett singulosilikat ($\dot{r}^2\,\ddot{S}i$) och ett bisilikat ($\dot{r}\,\ddot{S}i^3$), eger detsamma jemväl analogier uti Gymnit, Hydrophit och Serpentin, hvilka kunna betraktas såsom vattenhaltiga föreningar af dessa begge slags silikater i olika proportioner.

Rörande sättet, hvarpå jernets chlorbindningsgrad ingår uti Pyrosmalithen, hyste man till en början den föreställningen, att densamma endast vore mekaniskt inblandad i silikatet, och vi hafva sett huru denna åsigt föranledde *Hisinger* att antaga närvaron af basisk jernchlorid, hufvudsakligen på den grund, att det i annat fall blefve oförklarligt, hvarföre chlorjernet ej utdrogs af vatten. Samma föreställningssätt tyckes äfven hafva delats af *Beudant* [3]), enär han med antagande af *Hisingers* uppfattning af det ingående silikatet såsom $f\,\dot{S}^2 + mn\,\dot{S}^3$ ställer Pyrosmalithen i Pyroxenernas klass och anser den endast såsom en varietet af dessa.

Redan *Hausman* [4]) uttalar emedlertid en annan åsigt öfver detta ämne, i det han betraktar jernchloriden såsom Pyrosmalithens karakteriserande beståndsdel och förklarar mineralets olöslighet i vatten, oaktadt närvaron af ett deliquescerande salt, derigenom, att detta i kemisk förening med en öfvervägande mängd silikat förlorat sin löslighet.

Under mineralogiens fortgående utveckling och genom upptäckten af flera med Pyrosmalithen mer eller mindre likartade mineralier, har visserligen denna fråga blifvit afgjord, men på samma gång hafva förhållanden med afseende på haloidsalters föreningar med silikater blifvit lagda i dagen, hvilka svårligen kunna vinna en nöjaktig förklaring genom tillämpning af vanliga kemiska lagar, såsom en blick på Chondroditens, Apophyllithens, Glimmerns och andra fluorhaltiga silikaters sammansättning lätteligen visar.

I anledning af denna sistnämda omständighet anse vi oss icke böra med tystnad förbigå en antydan med afseende på tolkningen af det i Pyrosmalithen ingående chlorjernets föreningssätt, som blifvit gif-

1) *Rammelsberg.* "Handbuch der Mineralchemie" s. 532.

2) *Rammelsberg.* "Handbuch der Mineralchemie" s, 524.

3) Jemfr. *Necker:* "La Règne minéral." Paris 1835 T. 2:me p. 425 och *Dufrénoy:* "Traité de minéralogie„. Paris 1845 T. 2:me p. 543.

4) Reise in Skandinavien 5 Th. p. 15.

ven af *Scheerer* [1]) i det han, hänvisande på fluorns förhållande och på en möjlig förklaring af detsamma genom antagande af en syrets substitution genom saltbildaren, tillämpar samma antagande på chloren i detta mineral.

Öfver det mer eller mindre berättigade i detta antagande anse vi oss ej tillständigt att här uttala ett omdöme, så mycket mindre som en närmare granskning deraf ligger helt och hållet utom gränsorna för denna uppsats; likväl vill det synas, som om de stora svårigheter, hvilka för närvarande möta vid förklaringen af den vexlande fluorhalten hos många silikater, skulle i betydlig grad undanrödjas genom detta betraktelsesätt; och då i dessa mineralier jemte fluorn ej sällan chlor ingår (t. ex. i många glimmerarter), så måste hypothesen, i händelse den visar sig gälla för den förra, äfven erhålla betydelse för den sednare.

Af rent chlorhaltiga silikater är hittills ett så ringa antal funnet, att dessa svårligen kunna läggas till grund för ett bedömmande af hypothesens värde och tillämplighet, och om än inom kemiens område det ej saknas föreningar, hvilka tillåta en sådan tolkning som den ifrågavarande (vi erinra om $\dot{K}\,\dot{C}l + 2\,\ddot{C}r.\,\dot{K}\ddot{F} + 3\,\ddot{A}s$ m. fl.), så torde likväl ännu icke några positiva bevis för dess riktighet vara gifna.

Lägga vi emedlertid denna uppfattning till grund för en beräkning af de genom analysen funna värdena på Pyrosmalithens beståndsdelar, med iakttagande derjemte af vattnets och lerjordens polymerisomorphi, så blir förhållandet mellan $\dot{r}$ och $\ddot{S}i$ följande:

$$[(\dot{r})] : [\ddot{S}i] = 14{,}15 : 18{,}46 = 1 : 1{,}304 = 3 : 3{,}91$$

och mineralets formel $[(\dot{r})]^3\,[\ddot{S}i]^2$

eller, om kiselsyran betraktas innehålla 3 at. syre

$$[(r)]^9\,[\ddot{S}i]^4 = 2\,[(r)]^3\,[\ddot{S}i] + [(\dot{r})]^3\,[\ddot{S}i]^2$$

hvilken sistnämda är samma formel som *Scheerer* [2]) för Schillerspathen härledt ur *Köhlers* analyser.

---

1) *Liebig, Poggendorff* u. *Wöhler:* Handwörterbuch der reinen u. angewandten Chemie, red. von *Kolbe.* Bd VI. Braunschweig 1854 s. 709. art. Pyrodmalith.

2) *Liebig, Poggendorff* u. *Wöhler:* Handw. d. Chemie. Bd IV, 1849. s. 184.

# Bidrag
# till Svenska Stadsförfattningens Historia

af

C. T. ODHNER.

## I. Öfversigt af Svenska städernas författning före den Allm. Stadslagen.

Det Svenska stadsväsendet, som i sitt senare skick är en skapelse af de mest olikartade elementer, företer i sitt ursprung och första utvecklingsstadium en bild af den största enkelhet: det har framgått med otvungen bildning ur den ostörda civilisationsprocessen inom ett naturenligt och friskt folklif. De första spåren af ett börjande stadslif pläga tidigt visa sig hos folk, bland hvilka lagbunden ordning och stadgadt samhällsskick af ålder äro bofaste. Derföre kunna flera af våra äldsta städer räkna sina anor ända långt in i den grå sagotiden, och vid den tid, då våra Germaniska stamförvandter på kontinenten, våra blifvande läromästare i de fredliga idrotterna, ännu lefde som halfnomader i Tysklands skogar och enligt Tacitus skydde alla "junctas sedes", funnos måhända redan hos oss ordnade samhällen med bestämda medelpunkter för gemensam gudstjenst och rättsskipning samt thy åtföljande handel eller varubyte. Förhållandet i all sin enkelhet beskrifves af Olaus Petri så, att "hvar landsände hafver haft sin besynnerliga marknadsstad, hvilken de kallade köping: der hafva bönderna kommit tillhopa och bytt deras varor, som här inrikes föllo och gjordes, och gåfvo vara för vara" [1]) o. s. v. Att denna första och enklaste kommerciella beröring hos ett ordnadt och bofast folk tidigt nog skulle framkalla särskilta näringsgrenar och vissa med omsättningen sysselsatta yrken, säger sig sjelft, hvarföre man redan vid sago-

1) Olai Petri Krönika utg. af Klemming 1860 ss. 41, 42.

tidens slut finner en och annan *egentlig* köpstad omtalas i vårt land. Man skulle till och med kunna tänka sig, att städer sådana som Birka, Kalmar, Liodhus, tidigt i mångsidig beröring med utlandet, redan nu genom en skild ordning varit afsöndrade från landsbygden: man saknar dock helt och hållet underrättelser derom [1]). Några direkta impulser utifrån kunde dock ännu ej komma i fråga, ty handelsgebietet inskränkte sig väl till länderna kring Östersjön, der inga egentliga städer ännu blifvit anlagda. Annat var förhållandet med de äldsta Danska och Norska köpstäderna: de förra kommo tidigt under inflytande af Tyska sedvänjor, de senare af Engelska. Dels fick gilleväsendet hos dem tidigt insteg [2]) och blef en mäktig häfstång till städernas lyftande, dels började snart konungarne, synnerligen i Norge, att anlägga samt efter utländska mönster privilegiera och inrätta köpstäder [3]). Intetdera inträffade i Sverige: dess städer fingo länge utveckla sig helt och hållet för sig sjelfva och utan någon pådrifvande inflytelse utifrån — såvida man ej vill räkna Kyrkan som en sådan. Sannt är väl, att flera städer genom henne erhöllo stark tillväxt och att några till och med hafva henne att tacka för sitt upphof, men något nytt uppslag, något ferment till nya bildningar gafs genom henne ej åt våra städer, utan allt fortfor att gå sin lugna ostörda gång. Förhållandet bildar en skarp kontrast till det samtidigt snabbt uppväxande stadsväsendet i Tyskland: hos oss framstodo städerna af sig sjelfva såsom frukter af ostördt om ock långsamt framskridande civilisationsarbete, i Tyskland åter var det i allmänhet just bristen på ordning och lag, på frid och rättssäkerhet, som framtvingade stadsväsendet, hvilket derföre också utväxte till sådana proportioner, att det slutligen sprängde det gemensamma enhetsband, som förenade delarne med det hela eller staten, och ställde sig utom den senare såsom en abnorm samhällsbildning. Härigenom framkallades mellertid en yppig växtlighet: stadslifvet fick der en rörlighet, mångsidighet och glans, hvaraf Norden knappt kunnat framvisa en matt skuggbild. Liksom samhällsbildningen i allmänhet hos oss

---

1) De äldsta spåren till en stadsstyrelse af Skandinaviskt ursprung finnas i de af Danskar bebodda nordliga städerna i England under 900-talet, der municipal-förvaltningen tillhörde 12 s. k. Laghamän: se Lappenberg Geschichte von England I, s. 612.

2) Det framträder i Norge redan i senare hälften af 1000-talet, i Danmark omkring 1100: se Munch Det Norske Folks Hist. II, s. 441 och Allen Danm. Hist. (5:te Udg.) s. 94—7.

3) Deri utmärkte sig isynnerhet de vidtbereste och om främmande seder väl underkunnige Olof Tryggvason, Sigurd Jorsalafarer m. fl.

har framgått med ett lugn, som man ansett för långsamhet, med en naturlighet och enkelhet, som man ofta förblandat med ensidighet och brist på inneboende lif eller ändamålsenliga former, så har äfven fallet varit med en af hennes vigtigaste frukter, nemligen stadsväsendet. Mellertid hade sålunda de Tyska städerna hastigt öfverflyglat sina Nordiska medtäflare: bladet hade vändt sig om, och det var omsider derifrån, som de Svenska städerna mottogo en väsendtlig faktor i sin senare utveckling.

Redan dessförinnan hade de likväl tagit flera vigtiga steg på banan: man torde kunna antaga, att 1100-talet för Svenska städerna varit det tidskifte, som förberedt deras sjelfständighet såsom egna och från landet skilda samfund. Innevånarnes antal ökades med näringskällornas tillväxt: deras sysselsättningar blefvo allt bestämdare skilda från landets: nya politiföreskrifter och ordningsstadgar samt äfven förändrade rättsbestämmelser blefvo önskvärda och nödvändiga. De yttre skiljetecken, som utmärkte staden från landet, såsom det närmare samlifvet, det olika lefnadssättet o. s. v. började derföre framkalla äfven inre olikheter: städerna begynte småningom bryta sig fram ur de territoriala rättsområdena, för att snart *jemte* dessa stå sjelfständiga inför den högsta makten. En sådan utbrytning innebar inga svårigheter i ett land, der nya oberoende rättssamfund alltifrån hedenhös bildat sig det ena bredvid eller under det andra. Man tänke sig saken ungefärligen så: ett stadssamhälle har småningom och oförmärkt genom omständigheternas egen makt dragit sig undan häradstinget [1]) och börjat tillämpa lagen inom sitt område ungefär på samma sätt som förut på tinget skett d. v. s. genom menighetens eget utöfvande af rättsskipningen. Analogier härför finnas både i de Danska städerna, der dylika Bything började hållas under 1100-talet [2]), och i de Nordtyska, särskilt Lübeck, der jurisdiktionen först utöfvades af hela menigheten på deras "echte Dinge" eller placita [3]). Då nu landsrätten började tillämpas i städerna med deras egendomliga förhållanden, så uppstod af sig sjelf en modifikation af densamma, och liksom all lagstiftning

1) I Tyskland var det Kejsarne, som frigjorde städerna från det allmänna Grefvebannet, i det de tillsatte öfver dem särskilta Riksfogdar. Så började äfven våra Konungar göra längre fram under 1300-talet.

2) Jmfr Allen a. st. s. 154. Ännu enligt Lunds stadsrätt af 1361 utöfvades jurisdiktionen af borgarne sjelfva. Se Kolderup Rosenvinge Saml. af gamle Danske Love V, p. 64—83.

3) Se Frensdorff Die Stadt- und Gerichtsverfassung Lübecks im XII und XIII Jahrh. p. 42. Något dylikt egde äfven rum i de Anglosachsiska städerna: se Lappenberg a. st. I, s. 615.

under Medeltiden blott var en fixering af gällande rättsförhållanden, så blef det här blott fråga om att afpassa lagstadgandena efter de i städerna sedan länge herrskande sedvänjorna. Någon administration i egentlig mening förekom väl ännu ej, men de första spåren af en sådan måste naturligtvis tidigt visa sig inom folkrikare och närmare slutna samhällen, der vissa gemensamma angelägenheter blott af några få kunna bestyras och derföre ordningsmän måste utses till deras förrättande. Dessa voro dock ingenting annat än vanliga medborgare, utan någon egentlig och stadgad embetsmyndighet [1]).

Vi se häraf, att våra städer, liksom våra öfriga fria kommunalsamfund, i början framträdde med stark demokratisk hållning. Konungamakten torde ännu föga befattat sig med städerna: hon var vid denna tiden för mycket i sin linda, för litet medveten om sitt mål för att aktgifva på stadsväsendet eller ifra för dess utveckling. För öfrigt finner man icke på regentlängden före Birger Jarl någon egentlig organiserande förmåga. Det är väl icke otänkbart, att en och annan Biskop vidtagit några åtgärder för sin stiftsstads förkofran eller till och med meddelat honom vissa privilegier, men man kan derom blott framställa gissningar. Ej heller har veterligen någon Svensk regent före Birger Jarl egnat städerna och deras näringar någon synnerlig uppmärksamhet. Fogdemakten framträdde först vid denna tid [2]) i Svenska städerna, under det i de Norska Konungens Fogdar eller Gjaldkere omtalas redan under Sigurd Jorsalafarer [3]), och i Sverige är det först omkring år 1250, som vissa städer i offentliga handlingar förekomma under den utmärkande benämningen civitates, villæ forenses [4]). Dermed menades utan tvifvel sådane städer, hvilka redan länge utgjort sjelfständiga samhällen med egna rättssedvänjor [5]), som visserligen i det hela öfverensstämde med landsrätten, men i följd af vissa

1) Här förtjenar anmärkas, att äfven i Lübeck Rådet i början uppträder under den anspråkslösa benämningen cives lubicenses. Consules förekommer der ej förr än 1201: Frensdorff a. st. s. 41.

2) Detta embete omnämnes ej uttryckligen i urkunderna förr än sista decenniet af 1200-talet, men då det i Bjärköarätten omtalas såsom förut befintligt, kan man väl våga hänföra dess uppkomst till medlet af seklet.

3) Munch a. st. II, s. 990.

4) Se Dipl. Sv. N:s 376, 404, 600, 611, 989 m. fl. Ang. dessa båda latinska benämningar se Förf:s Bidrag till Svenska städernas och Borgareståndets Historia s. 16, n.

5) Att så verkligen var fallet, kan man äfven sluta af senare handlingar från slutet af 1200- och början af 1300-talet, der det talas om *gamla* rättsprivilegier, consvetudines approbatæ o. s. v. Se Dipl. Sv. 3019, 3126 m. fl.

modifikationer bildade ett slags supplement till densamma. Förmodligen voro dessa lagsamlingar för städerna någonting likartadt med de Norska Bjarkörätterna, hvaraf man ännu har qvar ett exempel i den äldre Bjarkörätten för Nidaros, utgörande ett bihang till den gamla Frostathingslagen [1]).

Från och med Folkungarnes regeringstid begynner ett nytt tidskifte för Svenska städerna. Tvenne nya förhållanden inträdde vid denna tid, hvilka hvar för sig blefvo af en djupt ingripande betydelse för deras utveckling. Det ena var den lifliga beröring med de Tyska städerna och särskilt Lübeck, som nu började, det andra var den starka tillväxt, som Regeringsmakten erhöll under de 50 år, då Birger Jarl, Magnus Ladulås och Torkel Knutsson förde tömmarne, en tillväxt, som snart satte denna makt i närmare beröring äfven med städerna. Genom inflytande af dessa båda krafter finna vi snart de mer betydande städerna i besittning af både Råd och Kunglig Fogat. Rådet sådant det framträder både i Bjärköarätten och Allmänna Stadslagen är af omisskänneligt Tysk härkomst och bildning, såsom på en gång administrerande och dömande myndighet. Men oaktadt det Tyska inflytandet visserligen redan i slutet af 1200-talet var ganska starkt, vore det likväl förvånande, om det gamla Svenska rättegångssättet genast försvunnit utan spår af delvis fortfarande tillvaro, om det utan motstånd lemnat rum för det nya. Så har, enligt vår åsigt, icke heller varit fallet: det nya elementets fullständiga seger föregicks af en tid, då öfvergång och vacklande mellan båda systemen var det förherrskande. Våra skäl äro följande. Då rättegångssättet i städerna till en början gestaltade sig efter landets, så uppkom der sannolikt en inrättning motsvarande landsrättens nämnd, ett utskott för att värja eller fälla den anklagade och längre fram för att pröfva och ransaka species facti, att utsäga "hvad det var sannt om." Spår härtill saknas icke. Så finner man, att Magnus Ladulås 1288 stadfästat åt Jönköpings innevånare "deras gamla statuter och privilegier att lag gå eller ed göra med 12 män, item med 6 män och, om behof göres, med 24" [2]). Ur en sådan edgärdsmannanämnd har domstolsnämnden uppkommit i vår rättsförfattning, och dessa båda kunna ej alltid i landskapslagarne åtskiljas [3]). Då härtill lägges, att i Bjärköarätten

1) Keyser og Munch, Norges gamle Love I, p. XI o. s. 303. Den äldre Bj.R. utgör egentligen blott en samling fragmentariska anteckningar rörande de punkter deri stadsrätten afvek från landsrätten.

2) Dipl. Sv. 3019.

3) Se Schlyter Juridiska Afhandl. s. 220—21; Nordström Sv. Samh.förfs Historia II, s. 784.

Rådet flerstädes omnämnes såsom edgärdsnämnd [1]), alldeles som med landsrättens nämnd var fallet, samt att man ännu 1349 (i Jönköping) finner den dömande och administrerande myndigheten skilda och den förra representerad af en nämnd [2]), så synes man ha fulla skäl att antaga, det stadsdomstolen till en början var organiserad efter Svenskt mönster, hvilket på sina ställen torde fortfarit ända till Allm. St.L:s utfärdande; det Tyska inflytandet har således först modifierat och slutligen (i St.L.) nästan omdanat detta rättsväsende. Häraf blir dock en följd, att ett ursprungligen Svenskt element ingick såsom bidragande i Rådets bildning [3]).

Det Tyska elementet infördes småningom af Hanseaterna. Den Lübska rätten var vid denna tid i det närmaste färdigbildad och hade blifvit antagen i de flesta Östersjöstäder, Rostock, Wismar, Stralsund, Wisby m. fl. och äfven i Hamburg var han hufvudsakligen gällande. Hvad var då naturligare, än att han äfven begynte sträcka sitt inflytande till de Svenska sjöstäderna, i hvilka hastigt ett stort antal Tyskar fingo insteg, medförande Tyska grundsatser och rättssedvänjor? Snart får man äfven från våra städer höra talas om advocatus, magister burgensis, consules och communitas civium, benämningar alla hämtade från Tyskland [4]). Den i de Tyska städerna numera herrskande friheten och oberoendet af all öfverordnad myndighet lät af många skäl ej fortplanta sig på Svensk jord: oafsedt våra städers obetydlighet, var centralisationen hos oss ännu i stigande, medan hon i Tyskland snart sagdt hade upphört att verka. Härigenom fick stadsförfattningens utveckling i Sverige en helt annan riktning och gång än i mönsterstäderna. I dessa utgjorde Fogdemakten utgångspunkten och häfstången för vinnande af egen jurisdiktion, i början sekunderad af en i alla ärender deltagande menighet: från 1200 begynte båda dessa makters inflytande att alltmer aftaga, för att lemna rum åt ett Aristokratiskt, allt centraliserande Råd. Ett sådant blef visserligen efter Tyskt mönster äfven i de Svenska städerna inrättadt, men på samma gång växte Konungamaktens inflytande på städerna, hvarjemte det demokratiska elementet aldrig utplånades, utan städse fortlefde för att längre fram ytterligare utbildas.

De urkunder, vi hafva att tillgå, omtala ej något Råd i städerna

1) Bj.R. (Schlyters uppl.) fl. 12, 14.

2) se sid. 126.

3) Jmfr förhållandet med den Anglosachsiska vittnesnämnden, hvarur Rådet i de Engelska städerna möjligen uppkommit: Lappenberg a. st. I, s. 615.

4) Jmfr Frensdorff a. st. s. 85 och Hegel Geschichte der Städteverfassung von Italien II, s. 416 ff.

såsom en fast och stadgad myndighet förr än 1288, då Magnus Ladulås tillstadde Jönköpings innevånare "att utvälja sig 12 män i staden, hvilka kallas Rådmän, efter hvilkas råd och försyn all staden sig efter rätta skall." Nya skulle utväljas hvarje år, och dessemellan ingen afsättas, "utan det ske kan genom vår försyn." Rådets funktion var blott en lägre politi-myndighet, med skyldighet att hålla hand öfver ordningen i staden samt att fasttaga och fängsla brottslingar [1]). Ehuru, som förut är nämndt, dylika ordningsmän enligt sakens natur redan tidigt blifvit valda af stadsinnevånarne, så torde dock väl utländska mönster hafva föresväfvat Konungen, då han sålunda upprättade ett särskilt af Statsmakten beroende och bemyndigadt Råd, med bestämda skyldigheter. Här hafva vi måhända första uppslaget till det Tyska Stadsråd, som vi finna färdigbildadt i St.L. Med denna politi-myndighet, hvilken öfverallt i Tyskland var Rådets utgångspunkt och första befattning, förenade sig snart en viss lägre jurisdiktion, som blef ett nödvändigt supplement till den förstnämnda: af Rådets befattning med stadens utskylder och jordområde följde snart skyldigheten att utfärda fastebref, slita egendomstvister [2]) o. s. v. Slutligen började på flera ställen hela jurisdiktionen öfverlåtas åt Rådet, i det att den Svenska domstolsnämnden småningom öfvergick till ett Tyskt i all dom deltagande rättskollegium. Och som detta först framträder i Bjärköarätten, var det ett vigtigt steg i städernas utvecklingsgång som togs, då i sammanhang med landskapslagarnes öfverseende och ordnande äfven en revision kom till stånd af de olika stadssedvänjorna, hvars frukt blef den s. k. Bjärköarätten.

Sannolikt har denne ej blifvit utarbetad förr än vid Uplandslagens utfärdande [3]), ty det var efter landslagen som stadsrätten måste lämpas. Dervid har man företagit sig att först uppsätta en dylik för Stockholms stad såsom den mest betydande, för att sedermera göra behöfliga förändringar och tillägg, då densamma skulle tillämpas för andra landskapers städer. Att Stockholms stadsväsende lades till grund och togs till mönster, är lätt förklarligt dels deraf att de för köpstäderna karakteristiska förhållanden der uppnått den högsta utbildning, dels deraf att Stockholm numer var Konungens residens och derföre låg honom närmast om hjertat. Mellertid har denna lag icke blifvit allmänt gällande i Sveriges städer, ehuru visserligen hans stad-

1) Dipl. Sv. 3019.

2) Ex. från Söderköping 1293, Stockholm 1296 Dipl. Sv. 1092, 1179.

3) Schlyter föret. till Bj.R. pp. XXXII—XXXVII. Härmed bör jemföras förhållandet med den Norska Bjarkörättens nyare upplaga af 1276: Munch a. st. IV, s. 570.

ganden torde hafva inverkat på de fleste: att han längre fram (senast 1345) äfven antagits för Lödöse och möjligen andra Vestgötastäder, har man skäl att antaga, äfvensom att han (ej långt efter 1327) såsom ett supplement till Södermanlandslagen [1]) likaledes gjort sig gällande i detta landskaps städer. Att dock området för hans giltighet aldrig blifvit särdeles vidsträckt, kan man sluta dels deraf att han icke omnämnes i de sedermera utfärdade stadsprivilegier [2]), dels af det tillståndsbref, som 1349 utfärdades till Jönköpings borgare att få begagna samma lag och rätt, kallad Byærkerätt, som *Stockholms* borgare [3]). Huru härmed må förhålla sig, säkert torde dock vara, att Bj.R. varit afsedd och beräknad för flera städers begagnande och att han temligen tillförlitligt, om ock ofullständigt och knapphändigt, angifver den ståndpunkt, som stadsväsendet i det hela vid samma tid uppnått.

Granska vi närmare Bj.R:s innehåll, så finna vi till en början, att hans flesta stadganden tillhöra civil- och kriminalrättens område, under det författningen ej närmare bestämmes, utan blott upptages såsom faktiskt gifven. Denna korthet och ofullständighet rörande en så vigtig punkt är för öfrigt en brist, som Bj.R. delar med de flesta äldre Stadsrätter både Skandinaviska och Tyska, t. ex. den gamla Norska Bjarkölagen, den äldre Lübska, Hamburgska, Goslarska m. fl. [4]). Mellertid ser man, att flera Svenska städer någon tid varit försedde med Fogat, Borgmästare och Råd, eftersom de omtalas såsom redan befintliga. Dessa myndigheter, hvilka enligt det föregående äro dels af Svenskt dels af Tyskt ursprung, intaga just i följd deraf en temligen obestämd och sväfvande ställning, hvilket isynnerhet gäller om Rådet. Fogdemakten, som i Lübeck redan fått en ganska underordnad plats [5]), intog enligt Bj.R. främsta rummet i stadens styrelse, af naturliga skäl. Hvad beträffar Borgmästare-embetet, så omtalas visserligen i Bj.R. flera Borgmästare [6]), men blott på ett ställe och på

1) Se Schlyters anf. företal p. XXXVI. Den Södermanländska Bj.R. synes varit temligen afvikande.

2) För Thorsharg 1317, för Wexiö 1342 m. fl. Dipl. Sv. 2097, 3624.

3) Handl. rör. Skand. H. XXXII, s. 372. Detta skulle till och med kunna föranleda det antagande, att Bj.R., om ock afsedd för andra städer och derföre vidfogad vissa Landskapslagar, dock aldrig fått gällande kraft för någon mer än Stockholm. Eljest hade väl Jönköpings borgerskap åberopat flera exempel och isynnerhet Lödöse, som just var deras stapelort enl. D. S. 3351.

4) Frensdorff a. st. s. 101.

5) D:o d:o s. 85—89.

6) Bj.R. fl. 21. Borgmästare-embetet förekommer redan i den Soest'ska Stads-

ett sådant sätt, att de synas allenast varit ordförande utan någon särskilt myndighet dessutom [1]). Rådets antal har varit temligen stort, ty det talas i Bj.R. om en särskilt ur Rådet deputerad nämnd af 12 Rådmän [2]). Det uppträder meränd els såsom med Fogden förenadt i en enda korporation. Af de knappa antydningarne kan man sluta, att Fogde och Råd innehade både en dömande och en administrerande myndighet. Den förra utöfvades "i sitiændi raþi", sannolikt blott på de allmänna byathingen eller byamoten [3]), der äfven uppbud å gårdar skedde, fastebref utfärdades m. m. Men som landsrätten ännu ej förlorat sitt fotfäste inom städerna, finner man, att Rådet, ehuru i vissa fall utgörande ett domarekollegium ungefär sådant som de i några Tyska städer förekommande Schöffen, dock i andra mål ännu uppträdt såsom Nämnd både i dulsmål och nämndamål [4]). I vissa svårare kriminalmål voro nemligen blott Rådmän fullgiltiga värjesmän, eljest användes dertill en sex- eller tolf-mannanämnd af byamän [5]). Att den egna jurisdiktionen ännu var i sin utbildning, finner man af de oformliga och obestämda stadgandena om vad, hvilket kunde ske både under annan köpstad och under biskopens eller annan skrifven rätt [6]). Man synes ej rätt veta, hvart den nya domstolen bör hänföras. Flera från landsrätten afvikande lagstadganden måste naturligtvis förekomma: så voro t. ex. arfs- och egendoms-förhållandena i staden af annan beskaffenhet än på landet [7]) straffbestämmelserna för hvarjehanda förbrytelser måste i följd af det närmare umgänget och de ökade frestelserna skärpas o. s. v. — Den administrativa funktionen framhålles lika knapphändigt: Fogde och Råd skulle hafva uppsigt öfver brobyggnader och renhållning [8]), öfver vinhandel, mått och vigt [9]).

---

rätten (fader till den Lübska, från medlet af 1100-talet), vidare såsom tillfällig befattning i de Schwerinska stadsrätterna (början af 1200-talet), men af de med Lübsk rätt försedde städerna voro vid Bj.R:s utfärdande blott Lübeck och Hamburg i besittning deraf. Se Hegel Städteverfassung II, s. 445, 455; och Frensdorff a. st. s. 85. I de Danska städerna förekommer det ej förr än efter medlet af 1300-talet: Kolderup Rosenvinge Dansk Retshistorie I, s. 103.

1) Hvilket äfven visar sig af flera nrkunder i Dipl. Sv. Deras enda företräde var större andel af vissa böter fl. 21. Äfven Fogaten åtnjöt samma förmån fl. 14, 21.

2) Bj.R. fl. 12.

3) D:o fl. 1, 21, 22. Äfven "Rastudwa" förekommer, fl. 22.

4) Bj.R. fl. 12, 14. — Ang. ofvannämnda mål se Schlyter Jurid. Afhandl. s. 215.

5) D:o fl. 3, 11—14, 38.

6) D:o fl. 4, 7.

7) Bj.R. fl. 24, 25.

8) D:o fl. 41.

9) D:o fl. 38.

De voro försedda med underordnade biträden och voro genom högre viten skyddade för missfirmande [1]). För sin tjenst åtnjöto de ingen annan förmån än en viss andel af böterna [2]). — Fastän nu koncentrerandet af en så vidsträckt myndighet hos Fogden och Rådet innebar ett stort steg i Aristokratisk rigtning, och detta drag möjligen blef ytterligare utbildadt i de större städerna vid kusten, som lättare mottogo impulser från de numer aristokratiskt organiserade Lübska städerna, så har dock utan tvifvel menigheterna fortfarande utöfvat ett stort inflytande på de flesta ställen, hvilket äfven antydes i BjR.

Samma obestämdhet och dunkelhet, som är ett utmärkande drag för Bjärköarättens stadsförfattning, herrskar äfven rörande detta ämne i alla offentliga handlingar under följande halfsekel ända till St.L. utgifvande. De slutsatser som kunna dragas af de spridda urkunder, som finnas qvar, äro i korthet följande. — I följd af Tyskarnes växande inflytande och småningom vunna insteg i alla betydligare stadssamhällen, träffar man nu mer öfverallt en bestämd kommunalmyndighet, ehuru på olika sätt framträdande på olika ställen. Fogden och Rådet förekomma oftast, någongång Borgmästare och universitas civium: ofta felas någon eller några af dessa [3]). I Jönköping finner man år 1349 en ganska egendomlig organisation: en kungl. förordning för denna stad föreskrifver, att vissa böter skulle utkräfvas af Tolfmännen (de af Magnus Ladulås anbefallte 12 Rådmännen?), Fogden, utsedde män af borgarne samt 2 pålitlige män af Konungens större nämnd [4]). Det kan sättas i fråga, om med den senare verkligen menas räfstetingsnämnden eller om dermed betecknas stadens särskilta domstolsnämnd, hvilken fått heta Kunglig på den grund, att städerna nu mer voro underkastade Konungens speciella uppsigt. — Gilleväsendet, som under samma tiderymd genom Tyskarne började utbildas i Sverige, har dock ej lemnat några spår efter sig i den egentliga stads-

1) Bj.R. fl. 11, 12, 21.

2) Af dessa tillföll en del staden: fl. 14, 21. Stadens förnämsta inkomst var väl eljest den redan från 1276 omnämnda byargälden, sannolikt samma pålaga, som det sedan förekommande skottet.

3) Så finner man i Linköping 1300 universitas civium, 1303 advocatus et consules, 1307 blott consules såsom den lagliga myndigheten (D. S. 1322, 1386, 1532). Detta kan sålunda förklaras att, då de juridiska formerna ännu voro i hög grad svåfvande, en del af stadsstyrelsen utfärdat dokumenter med samma kraft och verkan som hans plenum. — Fogatembetet har stundom utöfvats af flera för samma stad (D. S. 3026), stundom af en enda gemensamt för flera städer. (För Stockholm och Enköping 1327, se Peringsköld Monum Upl. p. 71, 73.)

4) Handl. Skand. Hist. XXXII, S. 373.

författningen: hos oss hvarken behöfde eller kunde det spela samma rol som i många Tyska städer, neml. den af ett kraftigt vehikel för de lägre klassernas lyftande.

Ett annat förhållande, som nu först inom stadslifvet framträder, är skilnaden mellan priviligierade städer och blotta handelsplatser. Förut var det blott naturens anvisning och rörelsens riktning, som bestämt skilnaden mellan land och stad: saken hade utvecklat sig af sig sjelf: gammal häfd eller nyvaknade behof voro tillräckliga rättsgrunder, och den faktiska tillvaron af en betydligare handelsort hade småningom förskaffat densamma vissa rättigheter. Nya åsigter om konungamagten, exempel från främmande länder samt äfven behofvet af ökade inkomstkällor hade vid denna tid ändrat förhållandet: nu erfordras kungliga bref såväl för fritt idkande af köpenskap, som för utöfvande af egen jurisdiktion. En del städer hade redan uppnått en så hög ståndpunkt, att deras rättigheter allenast ansågos behöfva kunglig bekräftelse [1]). Dessa förekomma under namnet "civitates licitæ et notabiles" [2]); åter andra urgamla ehuru ringare handelsplatser såsom Thorsharg och Wexiö blefvo genom särskilta privilegier benådade med stadsrätt. Från den förra hade klagomål inkommit, att dess innevånare ej fingo åtnjuta "pari et communi jure cum aliis villis huiusmodi et regni civitatibus", hvarföre dem tilldelas alla "jura civitatum et villarum" [3]). Likaledes säges om Wexiö 1342, att det förut "hafver ej varit köpstad", men nu benådas "med sådana privilegier, frälserätt och nåd, som andra njuta i rikets köpstäder" [4]). Hvari dessa jura civitatum egentligen bestodo, beskrifves ej närmare: deri inbegripas väl, utom handelsfriheten, äfven vissa rättigheter i afseende på kommunalstyrelse och rättsförhållanden. Dit hörde väl bland annat frihet att följa vissa egna rättsbruk och lagsamlingar. En sådan särskilt lagsamling torde kanske betecknas genom det någongång förekommande uttrycket leges civiles [5]).

Slutligen hafva vi att för denna tiderymd anmärka en inom några betydligare städer framträdande skilnad mellan befolkningens elementer, mellan de näringsidkande och handlande samt öfrige stadsinnevånare, och en häraf föranledd sträfvan att närmare bestämma de förres rättigheter och skyldigheter. Vi skola längre fram återkomma

---

1) Så Upsala, Jönköping m. fl.
2) Dipl. Sv. 2027.
3) Dipl. Sv. 2097.
4) Dipl. Sv. 3624 Jmfr. Linnæus de Wexionia Lund 1743.
5) Dipl. Sv. 2489.

till denna punkt, för att då i sammanhang med det följande kunna behandla densamma.

## II. Svenska städernas författning, från Stadslagens utfärdande intill 1619 års stadga.

Det Svenska stadsväsendet närmast före StadsLagens utfärdande företer en hög grad af obestämdhet och förvirring. Deri förefanns en blandning af Svenska och Tyska elementer, bland hvilka de senare började få öfverhand, vidare en blandning af sedvänjerätt och skrifven lag, ändtligen äfven en blandning af landsrätt och stadsrätt, ty det lider intet tvifvel, att ju en del af de mindre handelsplatserna, isynnerhet de nyare, ännu voro underordnade den förra. Hvad som således behöfdes, var en enda gemensam lag, der alla dessa olikartade faktiska förhållanden voro med hvarandraa koncilierade och sammanarbetade till ett helt, der Tyskarnes faktiska inflytande erhöll laglig form och bestämda gränser, der de enskilta sedvänjorna och rätterna vunno tillbörligt erkännande och rum för en ändamålsenlig utveckling af de lokala egenheterna. Anledningen och grundvalen till denna gemensamma lagstiftning för städerna gafs genom den 1347 utgifna allmänna Landslagen, hvilken snart efterföljdes af den nya allmänna Stadslagen[1]). Denna lag kan betraktas ur tvenne synpunkter: han har å den ena sidan för sitt upphof att tacka de särskilta yrken och sysselsättningar, hvilka skapade städerna och ännu utgjorde deras enda eller åtminstone konstitutiva element, för dessa och inga andra är han beräknad, han utgör följaktligen ett vigtigt moment i Svenska ståndsförfattningens historia och framstår ur denna synpunkt såsom en Ståndslag, hvarigenom Svenska Borgareståndet för första gången framträder såsom en ordnad samhällsorgan. Men som detta stånd i anseende till

1) Tidepunkten för hans utfärdande har jag i anf. Bidrag sökt bestämma till åren 1350—57 ss. 23—4 n. på der anförda grunder. Finge man antaga riktigheten af Arnells påstående (Anm. till St.L. Kpml.B. XXXII), neml. att St.L. först varit lämpad för Stockholms stad, så skulle man lätt kunna förmoda, att, då Jönköpings stad 1349 tillstaddes begagna samma byærkerätt som Stockholm, med denna B.R. menades Stadslagen (hvilken äfven på andra ställen så benämnes, t. ex. i priv. för Ulfsby 1365), och att sål. den senare blifvit utgifven straxt efter Landslagen. Men detta Arnells antagande saknar tydl. giltiga skäl: hvad som förledt honom dertill, är sannolikt lydelsen af 1618 års upplaga, då till grund för densamma utan tvifvel lades de i Stockholm befintliga exemplaren, hvarigenom kommit att deri inflyta flera för Stockholm enskilt afsedda stadganden. Se Kpml.B. XX, XXXII, Rdst.B. XIV, EÖB. XXIII. Såram. m. v. XIV.

sina sysselsättningar fordrar ett närmare, till lokalen mer koncentreradt samlif, så blir formen för dess uppträdande i staten kommunal: följaktligen blir ståndslagen tillika en kommunallag, och såsom sådan måste han af oss företrädesvis betraktas. I denna mening fattad utgör han icke allenast en sammanfattning och ett afslutadt helt af den föregående utvecklingen, han utgör i och genom denna betydelse naturligtvis äfven en grundval för den följande. Han blir således för oss den naturliga utgångspunkten för den öfversigt af Svenska stadsförfattningens historia intill 1619, vi nu begynna. Hela den långa period, som sålunda begränsas, ansluter sig till Stadslagen, och något väsendtligen nytt uppslag förekommer derunder ej, något stort gemensamt steg på utvecklingens bana utöfver St.L. kan ej i författningen spåras [1]: perioden utmärkes i allmänhetaf ett envist stillastående. Detta hindrar dock ej, att de mycket spridda och temligen fåtaliga källorna kunna innehålla flera intressanta enskiltheter rörande denna fråga, åtskilliga lokala fortbildningar och modifikationer, hvilka tillsammantagna blifva af mycken vigt och ofta innebära frön till den senare utvecklingen.

I följd af denna källornas beskaffenhet torde det vara tjenligast att icke lemna en fortgående framställning af ämnet under alla dess sidor, utan fördela detsamma efter vissa allmänna synpunkter, hvilka kunna uppvisas såsom de för ämnet väsendtliga. Kommunen, sådan han bör vara, i sitt normala skick, är ett organ i en högre enhet, genom hvilken allena han får sin rätta ställning, sin förnuftiga verksamhetskrets och sin fulla betydelse. Sådan framträder kommunen, om han betraktas ur Statens synpunkt. Derjemte är dock kommunen äfven en sjelfständig personlighet, med bestämda ändamål och en viss yttre existens, och måste äfven betraktas ur sin egen synpunkt. Dervid fästes uppmärksamheten först vid de organer, som egentligen och i högsta mening skola representera kommunen och realisera hans ändamål d. v. s. vid stadens styrelse. Men som dessa ändamål äro till sin natur privata och sedliga, så blir kommunal-förvaltningen en gemensam angelägenhet, deri alla kommunens berättigade medlemmar böra deltaga, med vissa inskränkningar och gränser, hvilka staten ur *sin* synpunkt måste fastställa. Målet för kommunalstyrelsens utveckling är således, att alla kommunens sjelfständiga medlemmar direkt eller indirekt sättas i tillfälle att utöfva inflytande på hans angelägenheter, dock så, att detta inflytande står i ett riktigt förhållande till den egentliga styrelsemakten och ej förlamar det anseende och eftertryck, hvarmed denna enhetens representant bör uppträda. Kom-

1) Såvida man ej som ett sådant vill räkna Tyskarnes uteslutande.

munalförfattningens svårlösta problem ligger sålunda deri att förstå väl afväga statens och kommunens ömsesidiga rättigheter, så att den förre står öfver den senare såsom en berättigande, skyddande och kontrollerande makt, hvarigenom också kommunen sjelf vinner karakteren af en de enskilta medlemmarne öfverlägsen, högre stående personlighet, hvars existens är oberoende af de enskiltas godtycke. Dernäst blir frågan om att riktigt organisera den egentliga kommunalstyrelsen och menighetens deltagande deri, så att den beslutande och den verkställande makten intaga den rätta ställningen bredvid hvarandra. Den historiska utvecklingen af kommunalförfattningen har nästan allestädes varit sådan, att kommunerna i sin början stått sjelfständiga, utan högre enhet, och sjelfva spelat rolen af stater, samt till sin inre organisation varit styrda genom medlemmarnes omedelbara och oinskränkta deltagande; sedermera har statsmakten och centralisationen småningom, först omedvetet, sedan efter en viss plan gjort sig gällande och i sitt enhetsarbete, liksom alla nyväckta och ungdomliga krafter, till en början gått för långt, så att den kommunala sjelfständigheten ofta gått förlorad i statens enhet, hvarjemte denna makt af en naturlig tendens ordnat kommunalstyrelsen under mer aristokratisk form. Slutligen då jemvigten blifvit återställd och då vid en högre kultur de sociala krafterna ånyo gjort sig gällande och påkallat större uppmärksamhet af statsmakten, har småningom en återgång egt rum till de förra förhållandena, hvilka då ombildats i öfverensstämmelse med den högre ståndpunkten. Dervid har dels centralisationens band i någon mån lossats, dels har kommunalförfattningen sjelf återförts på en mer demokratisk bas [1]).

Vi skola sålunda först betrakta den kungliga myndigheten inom städerna, derpå deras egentliga styrelseorganer och representanter, slutligen kommunens enskilta medlemmar eller menighet.

## I. *Den Kungliga myndigheten.*

Ehuru St.L. i flera fall var utbildad efter Tyskt mönster, så kunde detta naturligtvis ej blifva fallet med den öfverherrliga myndigheten, hvilken i de Nordtyska städerna vid denna tid var liten eller ingen. En sådan ställning i förhållande till statsmakten skulle utan tvifvel äfven de Svenska städerna under följande tider kunnat förvärfva sig, om deras inre och yttre resurser varit i någon mån be-

1) Jmfr. om detta ämne Tocqueville de la Democratie en Amerique, Dahlmann Die Politik auf den Grund der gegebenen Zustände s. 238, samt Kommunal-Kommitéens betänk. och förslag 1859.

tydande. Detta var ännu blott händelsen med Stockholm, hvilken stad dock stod i alltför nära och oafbruten beröring med den högsta makten, för att någonsin kunna från denna lösgöra sig. Stockholm intog likväl flera gånger under Unionstiden en sjelfständig hållning vid de inhemska striderna, än för, än emot Unionskonungarne, och den allmänna opinionen synes hafva tillerkänt denna stad en ej ringa politisk betydelse, liksom äfven vigtiga företrädesrättigheter ofta tillades staden eller hans myndiga Råd af de herrskande partierna för att vinna honom [1]). Men å andra sidan finner man ock, att Stockholms ofvannämnda ställning stundom föranledt ingrepp i dess lagliga rättigheter. För öfrigt befunno sig städerna under hela 1400-talet i en temligen undanskymd och derföre väl ock oberoende ställning, med stor frihet att utveckla lokala egenheter. Större enhet och större beroende inträdde med Gustaf I, och sedermera växte oupphörligt det nit och intresse, hvarmed städerna omfattades af Konungamakten, och i jem bredd dermed tilltog naturligtvis äfven den senares inflytande.

Den som enligt St.L. utöfvade och bevakade de Kungliga rättigheterna öfver staden, var Konungens Fogat [2]), som på grund deraf intog främsta rummet i den korporation, som utgjorde stadens öfverhet, och deltog i hennes flesta embetsförrättningar. Såsom Konungens ombud var han dock tillika höjd öfver denna korporation oeh bemyndigad att kontrollera densamma. Denna öfvervakande myndighet utöfvades först och främst vid de årliga valen af stadens styrelse, då han vid plikt skulle infinna sig och i händelse af meningsskiljaktighet under vissa omständigheter hade afgörande rösten [3]). Att Fogaten skulle deltaga i utfärdandet af nya förordningar och påbud, kan man sluta ex analogia, ehuru det icke särskilt omnämnes i St.L. Vidare skulle han deltaga i all doms afkunnande [4]), såsom representanten af den högsta lagskipande makten, medan Rådet ännu ansågs utöfva en kommunen tillhörande jurisdiktion. Han skulle med Rådet utfärda kallelser till Rådstufva [5]) och der sitta för rätta sjelf eller genom "den han fore sik skipar" [6]), under samma ansvar som de öfrige

1) Se vidare härom längre fram.

2) Skrifves på mångfaldiga sätt: Fogat, Fugate, Foghota, Foghet, Foghade, Fougde,

3) Allm. St.L. (1665 års uppl.) Kg.B. I, VII: tå skulu the rådha, som flere samanholda, och bättre skääl hafva och *Fogaten medh holder*.

4) Rådst.B. II, § 6: Enga Doma måghe Borgamestara el. Rådhmän döma, uthan Fogaten el. hans budh är ther när.

5) Dock ej till s. k. allmän Rådstufva, hvilket skedde genom Borgmästarne: Rådst. B. II, § 4 jmfr. längre fram.

6) Kpml.B. XXVI, XXXIII; Rådst.B. II, § 6.

rättens medlemmar. Vid högmålsbrott egde Fogaten, med Rådmanna råde, att i vissa afseenden efter behag förfara med brottslingen, tills dom var fälld [1]). — Äfven i de flesta administrativa förrättningar, rörande stadens ekonomi och politi, skulle Fogaten enl. St.L. deltaga Dit hörde först och främst sådana, som på något sätt berörde de kungliga rättigheterna [2]). Vidare skulle han deltaga i uppsigten öfver byggnadspoliti, brandordning, handels och handtverksförhållanden, stadsinkomsternas förvaltning [3]) m. m. Af St.L:s hithörande bestämmelser kan man göra den slutsatsen, att Fogatens deltagande i *alla* Rådets administrativa eller judiciella funktioner betraktats som regel, om också enskilta stadganden endast nämna Rådet [4]) dervid verksamt. — Samma gemensamhet och brist på begränsning förefinnes äfven på det exekutiva området, hvarom mer längre fram. För öfrigt var Fogaten till sin person tagen i lagens särskilta beskydd och hade vissa underordnade (svenner) till sitt biträde [5]). En sådan underordnad var väl äfven den Fogat, som å Konungens vägnar skulle föra ordet i Underrätten. Till Fogatens aflöning var anslagen en viss (vanl. större) andel af böter och burskapspenningar samt i vissa fall förbrutet gods som hans ensak [6]).

Sådant var Fogatens ämbete enl. St.L. Liksom de flesta allmänna rättsbestämmelser under Medeltiden undergingo betydliga modifikationer vid tillämpningen och ofta blefvo utan påföljd, i fall de ej hade praxis och sedvänja för sig, så rönte äfven dessa stadganden åtskilliga förändringar och tillägg i följd af lokala förhållandens inverkan. Vi vilja genomgå de vigtigaste bland dessa. — I följd af våra flesta städers obetydlighet, kunde ej en särskilt Fogat tillsättas för hvarje liten stad, utan närmaste landsfogde [7]) eller ock höfvidsmannen på ett närbeläget slott [8]) har ofta äfven fått staden under sin uppsigt. Der-

---

1) Rådst.B. XXXV.

2) Så skulle Fog. med 2 män besigtiga alla till sjöstäder anlöpande skepp, innan de fingo lasta ur, till bevakande af Konungens förköpsrätt: Skml.B. I, jmfr. Kpml.B. XXXIII. Väntetiden förkortades flerstädes från 3 dagar till 1 (ex. Åbo Privil. 1525).

3) KgB. XVIII; Byggn.B. VII—IX, XXII; KpmlB. III, XIX, XXV, XXXI.

4) Som t. ex. GftmlB. XV; RådstB. II, 4.

5) KgB. XII, RådstB. XXXIII.

6) KgB. X—XII, XV, XVI; KpmlB. III m. fl. SkpmlB. I.

7) Så stod Enköping ofta under Åsunda härads, Köping under Åkerbo härads fogde (Enebom Disp. de Enekopia Ups. 1745, Hallman Beskr. öfver Kiöping). — Så äfven Jönköping under Mo och Tweta häraders fogde: Handl. Skand. H. XXXII, s, 394—5.

8) Det är att märka, att ett stort antal af Sveriges städer under forna tider varit försedda med slott i sin närhet.

igenom blef den senare mer lemnad åt sig sjelf, i det Fogdens deltagande vare sig i administrationen eller i rättskipningen blott sällan kunde komma i fråga. Och derpå torde väl städerna i de flesta fall föga hafva förlorat, åtminstone under Medeltiden, medan Regeringens kontroll öfver underordnade var slapp och hennes inflytande af föga höjande beskaffenhet, såsom ofta blott användt för beredande af inkomster. De personer, som i städerna voro hennes representanter, åtnjöto icke heller ett sådant anseende, att de i likhet med senare tiders ståthållare förmådde på ett kraftigare sätt ingripa i stadsstyrelsen. Deremot uppträdde de ofta på ett småaktigt och störande sätt, som bragte staden i harnesk mot dem, i det de gjorde intrång i privilegierna, "ryckte och kippade" till sig sakören och förbrutet gods förr än domen afkunnats o. s. v. [1]).

I några större städer finner man Statsmakten inför kommunen representerad af flera personer: så hafva t ex. både slottsfogde och stadsfogde deltagit i stadsstyrelsen [2]). I Stockholm finner man i detta afseende den största mångfalden både till antal och benämningar. Under 1400-talet hör man omtalas Konungens Höfvidsman öfver Stockholm, Capitaneus arcis et civitatis, Stadsfogde m. fl. Under Gustaf I och hans söner besattes dessa tjenster på olika sätt: slott och stad öfverlemnades 1523 åt en Slotts-Fogat eller Befallningsman, 1529 o. 1531, 1537 o. 38 i Slottslofven åt flera Befallningsmän och Fogdar, Erkedjeknen i Upsala, ett R.Råd, de 4 Borgmästarne samt ett antal Rådmän och borgare, 1542 åt 3 öfverste Slottsråd och Ståthållare [3]), och sedermera vid många tillfällen åt en eller flera Ståthållare [4]). Till och med Borgmästare förekommer i Stockholm och annorstädes beklädda Fogdemakten [5]). De ofvannämnde tjenstemännen hafva ofta flera på en gång deltagit i Rådets förhandlingar och domar, och utom dem

1) Se t. ex. Lohman Arboga Känning s. 148, Stockholms Privil. af 1529 och 1563. Ofta heter det i Priv.brefven, att borgarne må åtnjuta vissa förmåner "oqvalde och ohindrade af vår Fogde." — I Åbo utbrast 1498 en "opresning" mellan Fogden och staden, som dock bilades genom en skriftlig förbindelse, ytterligare bekräftad å Rådstufvan inför Sten Sture, som drog Fogden till ansvar för hans beteende. Se Grönblad Nya källor till Finlands Medeltids Hist. I, N:o 56, och sid. 172, n.

2) Se t. ex. Grönblad a. st. N:is 56, 113.

3) Ståthållarne voro vanl. förordnade öfver både slott, stad och län, stundom öfver flera dylika på en gång.

4) Se Palmschöldska saml. Topogr. VII efter RRegistr. Stjernman Höfdingaminne.

5) Se Elers Stockholm III, 171—3; Wieselgren Ny Smålands Beskr. III, s. 3. Palmsch. Top. VII.

åtskilliga andra i Slottslofven [1]). De vanligast förekommande och längre fram permanenta embetena voro Ståthållarens, Befalln.mannens och Slottsfogdens, af hvilka åtminstone den senare vanligen å Rådstufvan tillträdde sitt embete. — Det säger sig sjelft, att den Kungliga myndigheten sålunda representerad i Stockholm skulle uppträda med ojemförligt större anseende och eftertryck [2]).

Från och med Gustaf I börjar en vigtig förändring inträda med den Kungliga Fogaten. Å ena sidan ställdes han öfverallt under strängare kontroll från Statsmaktens sida, steg derföre i anseende, samt utrustades äfven med flera nya rättigheter, jemte det att de forna närmare bestämdes [3]). Men å andra sidan började hans judiciella myndighet, hans deltagande i domar, att alltmer aftaga och komma ur bruk. Detta låg i sakens natur, såsnart kommunens förhållande till staten började klarare inses, och man fann, att den jurisdiktion, som man tillerkänt kommunen i och för sig, blott var en yttring af statsmakten eller Konungens rättskipning, att således Rådet i städerna äfven dömde å dennes vägnar och ej behöfde en särskilt Konungens representant vid sin sida. I somliga städer blef nämnda förhållanden en följd af Fogdens aflägsenhet och hans delade verksamhet. Redan under 1400-talet befinnas ofta dombref utfärdade blott af Rådet eller ock "med Fogatens samtycke och närvaro" [4]), och i Stockhloms Priv. 1529 bemyndigas Rådet att sitta till rätta äfven om Fogaten uteblifver. Då förbud utfärdades för landets fogdar att blanda sig i Domarebefattningar, så började småningom äfven städernas Råd att uppträda med anspråk på samma sjelfständighet. Emellertid dröjde det länge, innan grundsatsen gjort sig allmännt gällande i praxis och slutligen äfven i lag stadfästades. I Gustaf I:s, Erik XIV:s och Johan III:s Instruktioner för Fogdar och Befallningsmän heter det rörande städerna blott, att de skola hafva tillsyn öfver tullens och tiondens utgörande, landsköp o. s. v. [5]), och efter Borgerskapets 1614 gjorda begäran om upphäfvande

1) Ex. hos Palmsch. l. c., Elers a. st.

2) Man finner på 1520-talet Fogden uppträda med stor myndighet i domstolen: så berättas det flera gånger i Protokollen att "mene rådet stod upp och bad Fogden öfverse med den anklagade för den gången." I Fogdestugan infann sig ofta Rådet till ransakningar. Se Olai Petri Tänkebok tryckt af Ekdahl Christiern II:s Arkiv (IV p. 1430, 1435, 1440 m. fl.).

3) Så skulle Befalln.männen hafva tillsyn öfver alla stadens utgifter (Sthms Ordin. 1557, Kbr. 1598, 1602), uppsigt öfver alla främlingar i staden (Sthms Statut. 1570 § 28), i samråd med dem skulle alla stadgar och förordningar utfärdas (Kbr. till Sthms Råd 1573 o. 1578) o. s. v.

4) Se t. ex. Wangstelius Disp. de Thorshälla 1782 p. 8.

5) Saml. af Instruct. för Landtregeringen s. 1—38.

af Befallningsmännens domsrätt blef lydelsen i Gustaf Adolfs äldsta Ståthållare-Instruktioner af 1616 den, att Ståthållaren skulle som oftast vid vigtiga saker *vara tillstädes* på Rådstufvan och hålla hand öfver att de domar, som der afkunnades, måtte hafva sin exekution [1]). Frågan var härigenom icke afgjord, utan lemnad in suspenso, men man ser, att Fogdemakten alltmer tenderade till att blifva en blott kontrollerande och exeqverande myndighet.

I början af 1400-talet finner man benämningen Byfogde framträda i offentliga handlingar [2]), och längre fram förekomma Byfogdar i flertalet af Sveriges städer. Hvilken var då skillnaden mellan denne och den Kongl. Fogaten? I ett Kbr. till Enköping 1413 heter det: "vi hafve unnt dem af E., att de måge välja en af deras borgare till deras Byfougte, med all rättighet som Byfougten bör uppå våra vägna, hvilken oss och ingen annan skall räkenskap göra af det han uppbär uppå våra vägna" [3]). Så medgifves det äfven åt Westerviks borgare 1421, "att de måge sjelfve kesa sig en af deras Byamän till Byfogotha", till Konungens stadfästelse [4]). Samma rättighet tillerkännes Norrköpings stad 1442 [5]); deremot skulle i Raumo stad enl. Kbr. 1444 Biskopen och Befalln.mannen i Åbo tillsätta en Byfogat, "som vår skatt, saköre och ränta deraf uppbära skall och oss der goda redo före göra" [6]). Att nu Byfogden i allmänhet ej kan vara densamme som den Kongl. Fogaten [7]), synes följa dels af hans uteslutande befattning med kronans inkomster, dels deraf att Byfogden vanligen nämnes *efter* Borgmästare och Rådmän [8]). Jemföra vi ytterligare Stockholms Priv. af 1436, der det heter, att om Byfougten, som eljest skulle tillsättas af Befallningsmännen och Rådet, försummar sin skyldighet att sitta i rätten "med rådeno", eger Fogden eller i sista hand Rådet, att sätta en annan i hans stad, så synes det oss sannolikast, att den lägre Fogaten,

---

1) Anf. Saml.: Instr. f. Ståth. i Kexholm, Åbo o. Kalmar ss. 94, 99, 105—6.

2) Redan 1403 förekommer namnet i ett köpebref från Jönköping. H. Sk. H. XXXII, s. 423.

3) Enebom de Enekopia p. 46 n.

4) Siwers Westerviks Hist. o. Beskr. s. 15, 16.

5) Sundelius Norrköpings Minne s. 23 o. 455.

6) Mellenius Hist. Afh. om Raumo, Åbo 1770 s. 9.

7) I några bref föranleder dock lydelsen till en sådan förmodan: se Grönblad a. st. N:o 173, Kbr. till Upsala af 1514 (Stadens Privilegiibok). Priv. f. Åbo 1525.

8) "Vi Borgmäst. Byfogoth och Radh" i Norrköping 1417, d:o i Upsala 1444; "Jag Nils Sture helsar eder alla Borgmäst. Rådm. Byfogot m. m. i Arboga Köpstad" 1484. Jmfr. Graffman de Strengnesia 1768 Bil. L.; Handl. Sk. Hist. XXXII (Kbr. till Jönköping af 1521 o. 1529), Hadorph Bih. till RimKrön. ss. 299, 326.

som skulle förestå underrätten, blifvit kallad [1]) Byfogde [2]). Men då dessa underrätter aldrig blefvo införda i en stor del städer, så öfvergick han der till att blifva uppbördsman först å Konungens, sedan äfven å stadens vägnar och framträder under 1500-talet allestädes som en *stadens* embetsman med olika funktioner på olika ställen, än såsom blott uppbördsman och exekutor, än tillika såsom bisittare dels i underrätten, dels äfven i Rådstugurätten [3]), än skulle han, som det det heter i Wimmerby Priv. 1604, "hafva makt med Rådets tillhjelp att antasta hvem som sig emot lag och rättvisan förbryter och i stadens fängelse i förvaring taga, intill lag och dom deröfver gången är." Äfven i Stockholm finner man i Embetsböckerna [4]) från slutet af 1500- och början af 1600-talet omnämnde 2 "Rettefogdar", som der voro något likartadt med de i Wisby St.L. förekommande 2 Fogdarne, hvilka dels voro domare i underrätten, dels utöfvade den exekutiva myndigheten [5]).

Från Fogdens och Rådets dom vädjades under Konungens egen, hvilken afdömdes dels vid de ordinarie Räfstetingen, dels vid de särskilta, i städerna 2 gånger om året förekommande [6]). Ofta hände ock i dessa tider af enkla former, att den klagande vände sig till Konungen personligen, hvilken i thy fall stundom afgjorde målet genast, stundom anbefallte ny ransakning, stundom åter förordnade ett Rättareting till målets utredande och afdömande [7]). Det var icke heller ovanligt, att klagomål framfördes till Konungen direkte, med förbigående af alla underrätter, och att Rådet blott erhöll befallning om verkställande af sådana domar.

---

1) Namnet Byfogde har sannolikt uppkommit till skillnad från den högre Fogaten, som vanligen tillika var Slotts- eller Häradsfogde. Namnet kan väl äfven hafva kommit från Danmark, ehuru Byfogden der innehade samma befattning, som Konungens Fogat hos oss: jmfr Jacobsen Det Danske Kiöbstadvæsen i 16:de Aarh. (i Molbechs Hist. Tidskr. V, s. 69 ff.).

2) Analogier härför finnas i de Skånska städerna: så blef i Malmö, Cimbrishamn m. fl. Byfogden äfven præses i underrätten: se Colling de jure Sculteti Disp. Lund. 1760 p. 8: Holmström de Cimbrishamnia 1757 p. 32.

3) Se Upsala Tänkeböcker, Sundelius a. st. s. 455; Wimmerby Priv. 1604 § 10 (se Kastman de Wimmerbya Disp. Ups. 1747 p. 9—13).

4) Å Stockholms RådhusArkiv.

5) Wisby St.L. (Schlyters uppl.) II, 12; III, 11, 4.

6) KpmlB. XXX. — Se längre fram.

7) Ex. på ett sådant i Arboga 1460 se Lohman a. st. s. 48, n. Ordförande var Marsken, bisittare Kon:s Kammarmästare, 2 Riddare, 1 Väpnare och 1 Häradshöfding samt "Dandemän och Dandeswena flera."

Under ifrågavarande tiderymd utfärdades högst få *allmänna* förordningar, rörande städernas författning, och de enskilta innehålla sällan något dylikt af mer framstående art. Till de förra höra blott några tillägg till Stadslagen eller ändringar deri, såsom Erik XII:s stadga om skärpt straff för "sidvördning eller sampning" mot Fogaten och Rådet af 1357 [1]) och vidare den vigtiga författningsändringen 1471, då Tyskarne uteslötos ur Rådet. De senare utgöras hufvudsakligen af en hel serie privilegier och frihetsbref för hvar stad, som vanligen innehålla bekräftelse på gamla förmåner eller meddelande af nya, men hvilka sällan röra någon punkt af författningen. De i detta afseende ojemförligt vigtigaste privilegiisamlingar äro Stockholms, hvilken stad af naturliga skäl blef föremål för Konungarnes särskilta och omedelbara uppmärksamhet. Fundationsprivilegier förekomma under äldre tider mera sällan, från slutet af 1500-talet blifva de talrika, isynnerhet genom Carl IX som Hertig och Konung. De innehålla endast ett meddelande af stadsrätt i öfverensstämmelse med "andra våre köpstäder" i riket eller i ett visst landskap. De flesta privilegiibref gå derpå ut att tilldela städerna hvarjehanda jordar, lägenheter [2]), skattefriheter och andra inkomstkällor [3]), och det är under 1400- och 1500-talen som grunden lades till den stora skiljaktighet i skatteväsende och finansförhållanden, som ännu i dag förefinnes mellan Sveriges städer [4]). Ständigt återkommande i nästan alla privilegier äro

1) Olai Petri Krön. s. 132. KgB. XXVI, EÖB. XXVII.

2) Städernas fastigheter betraktades framgent såsom orubbliga och oafhändeliga, i motsats till landtkommunernas jordområden, som ansetts kunna af Konungen efter behag förändras (jmfr Kommunalbetänk. 1859 p. XXXII). Det var dock blott få donationer, som uttryckligen gåfvos till evärdelig ego (t. ex. Kbr. till Upsala 1529, Priv. f. Jönköping 1596 § 9, d:o för Åbo 1600 § 3 m. fl.); i några förekomma inskränkningen: till behaglig tid (ss. i Kbr. till Gefle 1557, till Westervik 1590 m. fl.), i de flesta utsäges derom ingenting bestämdt. För somliga skulle årlig ränta betalas.

3) Stundom mot fullgörande af vissa vilkor, såsom bygg. af stenhus o. s. v. 1564 utfärdades ett "Edikt" om återkallandet af de åt vissa städer beviljade privil., emedan de ej fullgjort vilkoren. RRegistr. För öfrigt voro Priv. sällan ställda på behaglig tid.

4) De vigtigaste förmåner och inbringande rättigheter, som tilldelades städer på olika tider äro följande: hamn- bro- och pålepenningar, 20:de eller 10:de penningen af allt utarf (det förra enl. Priv. f. Upsala 1570 § 5, det senare i Priv. f. Kalmar 1572 § 3, f. Åbo, Wiborg och Borgå 1607, f. Köping 1608, f. Enköping, Trosa och Ulå 1610, f. Wasa 1611), vidare förbrutna fastigheter h. o. h. eller delvis (flera af de sist anf. Priv.), lösören efter bortflyttade främlingar (se d:o), Danaarf h. o. h. eller halfparten (Privv. f. Kalmar $^{12}/_{4}$ 1600, Trosa och Ulå 1610). Genom Handels-Ord. af 1614 (§ 14 o. 15) och 1617 (§ 18 o. 19) fingo alla städer rätt till 10 Dr för hvart öre i skatt af inrikes och 10:de penningen af utrikes flyttande borgare, samt 3:dje p. af utrikes gående arfvegods till halfparten.

äfven förbuden mot landsköp, olaga hamnar eller marknader, handtverksfrihet o. a. d. De hafva oftast framkallats genom några af stadens utskickade framställda besvär eller böner. Det stående formuläret i dem alla är, att Kon. härmed tager "sine älskelige borgare" eller "trogne undersåter", "sin och Kronones köpstad N. N." o. s. v. i sitt hägn och särskilta beskydd, erkannerligen mot allt intrång af Kon:s embetsmän. De enda privilegier af intresse från 1400-talet äro Stockholms; de af 1436 tilldela Rådet flera nya vigtiga rättigheter i rättsskipning och administration (hvarom mer längre fram), som i följande bref ytterligare tillöktes [1]). Äfven för 1500-talet äro Stockholms Priv. mest framstående. Gustaf I har, utom privil., äfven utfärdat flera ordinantier för enskilta städer, hvilka utvisa samma detaljerade omsorg, att icke säga förmynderskap, som framträder i alla öfriga författningar af honom. I dessa meddelar han närmare föreskrifter äfven för städernas inre politi och ekonomi. Sådana äro Ordinantien för Wiborg från 1540-talet och för Stockholm af 1557, innehållande reglementen för handels- och handtverksförhållanden, uppbörden, byggnadspolitien m. m. [2]). Den märkligaste hithörande författning från Erik XIV:s regering är Privilegierna för Stockholm af 1563 i 37 punkter, innehållande nya bestämmelser om borgerlig rätt och skatt, om burskap, om Rådets missfirmande m. m. Johan III har utfärdat ett större antal stadsprivilegier än någon annan Svensk regent: tillsammantagna utgöra de en otrolig myckenhet [3]). Med skäl yttrar han derföre i bref till Stockholms Råd $^{18}/_{2}$ 1578, att han "allaredan störste parten och synnerligen de förnämste städer med bättre privilegier och större friheter hafver gunsteligen försörjt, än de någon tid tillförne uti de Konungars tid, som här förut regerat, haft hafva" [4]). Resultatet har dock icke svarat emot all nedlagd möda [5]): i stället för att tilltaga, sjönko städerna under Johans regering allt djupare, så att 1589

---

1) Se brefven af 1444, 1448, 1457, 1463, 1464, 1470, 1494. (Sthms Rådhus-Arkiv).

2) Ordinants för Wiborgs stad, tryckt i Handl. Finl. Häfder af Arwidsson I, ss. 315 ff. (deri omnämnes en Wiborgs *gamle* ordin.). — Ett Mandat och ny Ordinantz oppå Stockholms stads byggning i 16 pktr: Palmsch. Top. XIV och Stiernman Comm. Pol. o. OEcon.stadgar I, s. 149.

3) Endast i Jönköpings RådhusArkiv finnas icke mindre än 40 af Johan utfärdade bref till eller ang. staden. Af dem innehålla 17 privil. o. förmåner.

4) Nordiska Saml. Hist. Urb. Sv.

5) Redan i anf. bref klagar Kon., att hans gode ordningar och meningar blifva mycket vanvördade och af en part ringa aktade.

enligt RRådets uppgift tredjeparten af dem lågo öde [1]). Förklaringsgrunden häraf ligger i den planlöshet och brist på sammanhang, som utmärker Johans flesta regeringsåtgärder, hans mani att reglementera i småsaker, under det han lät det stora hela förfalla. Hans flesta stadsprivil. äro mycket vidlyftiga och detaljerade [2]), hvilket förut endast varit fallet med Stockholms, och innehålla, utom upprepningar af gamla stadgar, skärpta prohibitivåtgärder, förbud mot våldgästning och andra öfliga våldsamheter, närmare bestämmelser om utgörande af borgerlig tunga o. s. v. Dessutom utmärka de sig för en synnerlig frikostighet på donationer och skattefriheter, samt för ett stort nit för städernas yttre hållning, deras förskönande med prydliga hus o.s. v. [3]). Äfven han har utfärdat särskilta Statuter för Stockholms stad 1570 (i 41 pktr), af ungefär enahanda innehåll med Privil. [4]). — Hertig Johan af Östergötland visade i detta som i flera andra fall mycken likhet med fadren: många ord men föga resultat [5]). Handlingen är så mycket mer framstående i Carl IX:s åtgärder: äfven han har både såsom Hertig och som Konung utfärdat ett stort antal, till en del vidlyftiga, privilegiibref för städer, hvari han förnämligast sysselsätter sig med att ordna handtverksförhållandena efter den strängaste prohibitism [6]) och att från städerna utestänga dels främlingar, dels andra samhällsklasser och isynnerhet frälset. Till dessa punkter återkomma vi längre ned. Flera bland Carl IX:s Privilegier innehålla äfven nya bestämmelser rörande städernas författningsförhållanden: de synas gå ut på att bereda större inflytande dels åt den kungliga makten, dels åt menigheten i städerna [7]). Synnerlig uppmärksamhet förtjena de för Göteborg 1607 utfärdade fundationsprivilegier, hvilka vi dock ärna behandla i sammanhang med nästa period, då de i hufvudsaken öfver-

1) Geijer Sv. Folkets Hist. (Örebrouppl.) II, s. 285.

2) Vi anföra som ex. i detta fall hans Priv. för Stockholm af $^{16}/_{3}$ 1570, för Upsala 1570, för Linköping 1571, för Norrköping och Söderköping 1572, för Westerås 1587.

3) Se anf. Stadsprivil.: 12 frihetsår förunnas "dock med sådant besked, att de skole uti hvar gård uppbygga sig till det minsta ett stenhus utmed gaturne, 3 våningar högt", eller åtminstone "Ständelverkshus" murade utåt gatan. Anspråken inskränktes sedermera (se Kbr. till städerna $^{22}/_{6}$ 1584 RRegistr.) till "sköne trähus tegeltäckte och målade med kopparrök."

4) Nordinska Saml. Hist. U. Sv. De föreskrifva äfven några nya (lägre) Embetsmän för staden (§§ 23, 24), nya best. ang. Gästers rättigheter och uppsigten öfver dem (§§ 15, 28).

5) Se t. ex. Priv. för Norrköping af 1609 och 1613, jemförda med Hallenberg.

6) Med slutna skrån och bestämdt antal handtverkare för hvar stad, se t. ex. Priv. för Wimmerby af 1604, för Trosa och Ulå af 1610, Stiernman ss. 261, 287, 346, 519.

7) Se Wimmerby Priv. 1604 § 10, Projektprivil. för Fahlun och Sala 1609, jfr s. 152.

ensstämma med Gustaf Adolfs Priv. af 1621. Carl IX har i denna gren af styrelsen, som i många andra, varit en föregångare till Gustaf Adolf.

Det var icke blott genom privilegier och frihetsbref som Konungarne stodo i kommunikation med städerna och deras styrelse: man finner, isynnerhet från 1500-talet en stor mängd till städerna utfärdade Konungabref rörande alla möjliga ärenden: än tillhöra de det politiska området, innehållande uppmaningar till trohet, tacksägelser för visadt nit, tillkännagifvanden af fattade beslut eller andra märkeliga händelser [1]), kallelser till allmänna möten o. s. v., än äro de af ekonomisk natur såsom qvittenser, anvisningar, utskrifningar af gärder eller anmodanden om hjelp, än angå de rättvisans skipande eller exeqverande, och befalla måls upptagande, tvisters afgörande eller skulders utkräfvande m. m. Konungarnes personliga beröring med städernas myndigheter var naturligtvis sällsynt, om man undantager Stockholm, der man under äldre tider ofta finner dem uppträda i förhandlingar med Rådet eller menigheten. Så höll Gustaf I 1525 "men" med borgerskapet å S:t Gertruds gillestufva [2]), dit äfven Carl Knutsson och Sturarne flere gånger sammankallat menigheten [3]); på Rådhuset infann han sig 1524 till onda ryktens och stämplingars förekommande, vidare 1527, då Rådet i hans närvaro upprättade förslag på 3 personer, af hvilka han utnämnde en till Borgmästare [4]), och 1529, då han sporde Rådet om dess mening angående de upproriska Herrarne och erhöll dess trohetsförsäkring [5]) o. s. v. På samma sätt har äfven Carl IX flera gånger trädt i omedelbar beröring med stadsstyrelserna, dels i Hertigdömets städer, dels i Stockholm. Stundom läto Konungarne för Stockholms Råd tillkännagifva sin vilja genom utskickade RiksRåd, hvilka ofta befinnas hafva deltagit såväl i administration som i domstolsförhandlingar [6]).

De Svenska städerna voro som vi sett från början omedelbart Kungliga, i och med detsamma de trädt ur landsrättens område: deras rättigheter voro ej såsom i Tyskland och annorstädes grundade på en and-

1) Se t. ex. bref i Upsala Priv.bok, i Jönköpings Rådhusarkiv, m. fl.

2) Ekdahl a. st. s. 1435.

3) Se t. ex. Hadorph Bih. t. RimKrön. s. 211 m. fl.

4) Elers Stockholm I, s. 89 efter Olai Petri T. B. — Ett dylikt ingrepp i Rådets fria val har äfven under denna period flera gånger förekommit: härom mera längre fram.

5) Ekdahl a. st. s. 1448—9.

6) D:o ss. 1434, 1449. — Ex. i mängd anf. af Palmsch. Top. VII.

lig eller verldslig immunitet. Genom förläningars utdelande och förpantningar till enskilta personer undandrogos flera städer i vissa fall konungens omedelbara uppsigt och beskydd. Redan 1279 finner man, att konungen åt biskop Henrik i Linköping medgifvit full konungslig rätt öfver en stad, som den senare tänkte anlägga i Småland [1]). Från medlet af 1300-talet blefvo dylika förläningar allt vanligare, såväl till prester och kloster, som till verldsliga herrar. Som ex. på det förra anföra vi Wadstena priv. af 1400, enligt hvilka eganderätten till grunden jemte tomtören och dagsverken tillerkändes Klostret [2]), samt förläningen af Upsala stad till Erkebiskop Jöns Bengtsson på 1460-talet. I Wadstena skulle enligt ett K. Christoffers bref Borgmästare och Rådmän tillsättas "med abbadysenes raadh oc fulbordh", äfvensom inför henne aflägga räkenskap för uppbörden [3]). De främmande furstar [4]) eller inhemska store, som från medlet af 1300-talet innehaft Svenska städer som förläning eller pant, hafva utan tvifvel icke blott upptagit Konungens skatt, utan äfven utöfvat alla Konungsliga rättigheter öfver städerna, utfärdat privilegier och tillsatt Fogdar [5]). Under Albrekts regering behandlas de i pantebrefven såsom de alls icke anginge Sveriges Konung. De städer, som längre fram kommo under Hertigdömena, hafva der åtnjutit samma rättigheter och skydd som förut, och vanligen till och med vunnit på bytet. Inskränktare var den makt, som i Grefskapen [6]) utöfvades öfver der befintliga städer. I de äldsta förläningsbrefven af 1561 och 1562, hvarigenom Bogesund och Westervik kommo under Grefvarne Ros och Sture, nämnes ej något närmare angående rättsförhållandet [7]), men i ett bref af 1570 för Sturefamiljen

1) Volumus quod dicta villa — — tam in regalibus causis et juribus, quam Episcopalibus, dicto Episcopo et suis successoribus *pertineat pleno jure*. D. S. 686.

2) Lagerbring Svea Rikes Hist. IV, s. 264.

3) Wadstena Klosters Copie-bok å Kongl. Bibl. i Stockholm.

4) Så innehades Kalmar under lång tid först af Holsteinska Grefvarne (1361—4), derpå af Hertig Albrekt från Meklenburg: på samma sätt Nyköping, Thorshälla, Westervik m. fl., se Styffe Bidr. till Skand. Hist. p. L o. XCVII samt n:is 36, 41, 42, 50, 63.

5) Se t. ex. två bref till Arboga af 1480 o. 84 begynnande: "Jag Nils Sture, Höfvidsman på Westerås och öfver Dala", deri denne tilldelar privil. och kallar Fogden "*sin* Fogeta." Lohman a. st. s. 31, 32. Jemför äfven Grönblad a. st. n:o 56 o. pantebrefvet på Söderköpings stad 1419 hos Lagerbring IV, Bil. 1.

6) Äfven till andra bortförläntes städer under 1500-talet: så Jönköping 1522, Linköping, Skenninge o. Wadstena 1533, Söderköping 1537 m. fl.

7) Det Ros'ska Grefvebrefvet tryckt i Nya Sv. Biblioth. II, 1, s. 21, det Stureska af Siwers a. st. s. 349—53.

tillägges Grefven rättighet att anlägga nya städer på sitt område, äfvensom att döma i andra instansen [1]). Privilegier utdelades fortfarande direkte af Konungen, men deremot förestods staden af Grefvens Fogde [2]). — Slutligen har det äfven inträffat, att en stad erhållit en annan i förläning, såsom då Gestrikland och Upsala stad 1470 öfverlemnades åt Stockholm som säkerhet för en fordran.

## II. *Stadskommunens organisation.*

Vi hafva redan nämnt, att den af Magnus Eriksson utfärdade allmänna Stadslagen utgör grundvalen för städernas författning under hela tiderymden, och det är först med Carl IX, som nya grundsatser börja uttalas, grundsatser, som dock icke erhöllo någon bestämd form eller blefvo djupt ingripande förr än genom Gustaf Adolfs och Axel Oxenstjernas organisationer. Icke heller undergick St.L. någon allmän ombildning, någon betydligare förändring efter nya tidsförhållanden, om man undantager 1471 års stadga. Deremot har St.L. under tidernas lopp blifvit temligen modifierad i enskilta punkter: St.L. har i flera afseenden varit beräknad för ett annorlunda beskaffadt stadslif än det Svenska då förtiden var, och då främmande, obekanta inrättningar efterbildades, låg det i sakens natur, att lagens bud fingo tills vidare hvila, der de icke väl stämde öfverens med de faktiska förutsättningarne: detta har säkert förhållandet varit med flertalet af Sveriges städer. Dertill kommer, att lagens stadgar i flera fall voro temligen obestämda och lemnade fritt rum för lokala sedvänjors och andra dylika mindre skiljaktigheters utbildning. Detta fortgick obehindradt och utan särdeles kontroll från konungamaktens sida under 250 år, och vi kunna sålunda väl förstå, att splittringen skulle vara ganska stor, då slutligen 1618 en revision företogs, och de särskilta lagböckerna skulle sammanjemkas, äfvensom vi kunna fatta Gustaf Adolfs klagan, att lagen "blifvit förd utur sin rätte mening", hvilket han tillskrifver "oförståndige afskrifvare och andre vrångvise menniskor" [3]). I brist på en kritisk och jemförande upplaga af St.L. kan man ej med visshet uppgifva, huru vidt de särskilta städernas exemplar af densamma afvika från den ursprungliga: man kan dock sluta af de säkert icke fullständiga "Åtskillnaderna" i 1665 års Folioupplaga [4]) (till hvilka vi återkomma i det följande), att det icke varit obetydligt. Att

1) Siwers a. st. s. 353—9.

2) Siwers a. st. s. 84, 86 m. fl., Winbom Diss. de Ulricæhamn Ups. 1782 p. 9.

3) Gustaf Adolfs bekräftelse af St.L. 1618.

4) Swerikes Rijkes Stadzlagh. Stockholm hos Ign. Meurer 1665.

döma af lydelsen i flera stadsprivilegier från 1400-talet skulle man förmoda, att flera städer egde sina särskilta stadsrätter. Så talas redan 1384 i ett K. bref om Norrköpings bok och stadsrätt [1]), 1403 förunnas stadsrätt åt Wiborg, "äpter thy som stadzboghen j Upsalom utwyser" [2]), och 1444 åt Raumo med åtnjutande af den lag och rätt, som de hafva i Åbo [3]), 1484 nämnes "Arboga köpstadslag" [4]) o. s. v. [5]). Alla dessa s. k. stadsrätter äro naturligtvis blott olika upplagor af allm. St.L. [6]). Benägenheten att splittra den senare i flera lokala lagar förskrifver sig kanske till en del från beröringen med Danmark, der alla betydligare städer egde sin särskilta rätt [7]), samt från det Tyska föreställningssättet, för hvilket en allmän stadslag var något alldeles främmande. Bjärköarätten var för Sverige ett uppslag till ett liknande rättssystem för våra städer, och utan tvifvel är det deras obetydlighet, som föranledt tanken på en för dem alla gemensam lag. Deras föga skiljaktiga uppkomstsätt och enahanda intressen underlättade företaget.

1) *Stadens styrelse.*

Vi hafva i det föregående undersökt de första spåren till en egen kommunalstyrelse för städerna och funnit dessa häntyda dels på ett inhemskt, dels på ett Tyskt (Lübskt) ursprung. Rättegångsväsendet i städerna hade af naturliga skäl till en början antagit Svenska former och utbildat sig i analogi med landets, på samma sätt som de förras lagar bildat sig efter det senares. Behofvet af en särskilt administration infann sig dock snart, och mönstret för hennes inrättning hämtades då naturligtvis från de i detta afseende fullt utvecklade Nordtyska städerna, isynnerhet som beskaffenheten af den Svenska domstolsnämnden icke gerna medgaf någon utbildning i administrativ riktning. I Bjärköarätten efterbildades visserligen den Lübska rätten,

1) Br. tryckt af Hertzman och Ringborg a. st. I, 29.

2) Arwidsson Handl. Finl. Historia I, s. 9.

3) Mellenius a. st. s. 9. — 1446 erhåller Lidköping sådan stadsrätt, "som andra våra köpstäder hafva i Vestergötland", se Gilberg de Lidekopia Disp. Ups. 1744—46.

4) Lohman a. st. s. 32, b.

5) Stjernhöök i De Jure Sv. Goth.que vet. p. 20 och 113 tillägger Söderköping en egen lagbok, som han sjelf sett. Af Södersten disp. de Sudercopia 1736 underrättas man, att denna lagbok inledes med följande ord: "Her byrjas Sutherkopungs Lagboch", samt bär årtalet 1380. Detta är blott ett ex. af St.L. jmfr Schlyters företal till Bj.R. p. XXXVIII. — Hit hör berättelsen om Sigtuna urgamla lagbok, som enligt Prof. Lundii uppgift vid en transport förkommit i Mälaren, se Hadorph föret. t. Björk.R.

6) Dermed menas äfven någongång städernas privilegier.

7) Se Kolderup Rosenvinge Saml. af gamle Danske Love V, s. 49—485.

men deri förekomma dock flera spår af de Svenska domstolsformerna. Efter denna tid blef det Tyska inflytandet så öfverflyglande och Stockholms exempel så afgörande, att hela stadsväsendet småningom ordnade sig derefter. På somliga ställen har dock förmodligen det gamla rättegångssättet fortgått en tid i jembredd med den nya administrativa myndigheten eller Rådet. En sådan administrativ och ordnande makt har på de flesta ställen varit utgångspunkten för Rådets bildning, så i Tyskland [1]), så äfven i Danmark [2]). Härmed förenade sig helt naturligt en viss lägre politi-lagskipning, i det Rådet måste vaka öfver stadens ordningar, mått, mål, vigt o. s. v. samt bestraffa förbrytelser deremot. Dess jurisdiktion sträcktes allt längre, och under det alltjemt tilltagande Tyska inflytandet absorberades småningom det Svenska elementet, så att, då allmänna St.L. utfärdades, det Tyska deri behöll fullständig seger, och Rådet framträdde med helt och hållet Tysk organisation, för hvars närmare detaljer vi nedanföre skola redogöra.

Detta är ett för Sverige ganska märkvärdigt resultat, om man jemför förhållandet i grannländerna Danmark och Norge. Enligt Köpenhamns stadsrätt af 1294 hade visserligen Rådet en temligen vidsträckt jurisdiktion [3]), men detta var dock ett alldeles isoleradt exempel, ty ännu i Malmö och Lunds stadsrätter af 1360 och 1361 låg den dömande makten helt och hållet i borgarnes händer, och Rådets auktoritet var blott administrerande [4]). Och äfven sedan Rådet tillegnat sig den dömande makten, fortfor det gamla rättegångssättet vid sidan af Rådets jurisdiktion isynnerhet i vissa kriminalsaker [5]). Hvad Norge beträffar, så omtalas i den nyare Bjarkörätten 12 Rådmän i stadsdomstolen, men jemte dem en nämnd af 12 byamän [6]): således en något blandad organisation, der det Tyska elementet visserligen är vida starkare än i Danmark, men ännu icke så rent framträdande som i vår Stadslag. — Vi gå nu att redogöra för Stadsstyrelsens närmare beskaffenhet, sådan han framträder i Stadslagen och sådan han sedermera på denna grundval utvecklade sig. Vi hafva då först att tala om stadskommunens offentliga representant, den egentlige vårdaren och förvaltaren af stadens rätt

---

1) Frensdorff a. st. s. 28.

2) Kolderup Rosenvinge Dansk Retshistorie I, s. 103, 104.

3) Kolderup Rosenvinge Saml. af gamle Danske Love V, p. 9, 112, 115.

4) A. st. p. 68, 77, 79.

5) Kolderup Rosenvinge Dansk Retshistorie I, s. 105.

6) Munch a. st. IV, s. 571—2.

*Rådet*

eller Magistraten, som det från Gustaf Adolfs regering började kallas, innefattande både Borgmästare och Rådmän såsom en enda korporation, der de förra blott voro tillfälliga ordförande. I denna mening förekomma Råd och Rådmän ofta i St.L. [1]), och äfven långt efteråt i protokoller och handlingar [2]). Det är först i slutet af tiderymden, då Borgmästare-platserna flerstädes började blifva permanenta embeten, som en större skillnad i detta afseende gjorde sig gällande. — Vi skola först betrakta Rådets organisation, sedan dess funktioner och verksamhetskrets.

a) *Rådets Organisation.*

Hvad först beträffar vilkoren för *valbarhet* till Rådsmedlem, så erfordrades härtill enligt St.L:s ursprungliga lydelse att besitta "eget arf i stadenom" [3]), hvilket uttryck sedermera ändrades till det liktydiga "liggande grund [4])." I Wisby St.L. saknas denna föreskrift [5]), deremot äro både denne och den Lübska rätten försedde med en mängd detaljerade bestämmelser för valbarheten [6]), hvilka ej förekomma i allm. St.L. och der äfven voro onödiga, dels i anseende till de i analoga fall gällande Svenska rättsbegreppen, dels i följd af den mindre rörelsen och tilloppet af främlingar i våra städer.

Vidare föreskrifves, att af samma slägt blott fyra få sitta på en gång i Rådet, och att icke två bröder der få inväljas, "utan att ej är annat val till" [7]). Både den Lübska och Wisbyensiska rätten äro i detta fall vida strängare [8]), och att skärpta stadganden äfven hos oss varit behöfliga, finner man af de återkommande klagomålen öfver nepotism och afseende på slägtskapsförhållanden vid tillsättande af stadens embeten. — Den i de Tyska stadsrätterna starkt accentuerade föreskriften, att alla herretjenare (hofmän) äro uteslutne från Rådet [9]), saknas helt och hållet i St.L., hvilket är naturligt då man

---

1) Se t. ex. KgB. I § 2, VIII; Byggn.B. VIII; Kpm.B. XIX, XXXI; Rådst.B. XXXII; Hgml.B. I m. fl.

2) Se t. ex. Olai Petri Tänkebok (Ekdahl s. 1430, 1440, 1449 m. fl.)

3) St.L. (1665 års uppl.) fol. 60.

4) St.L. KgB. II.

5) I dess ställe erfordrades att hafva varit borgare i staden år och dag: enl. Sv. St.L. var man borgare, så snart man blef besutten derstädes och dit inflyttat.

6) Se Wisby St.L. I, 1; Frensdorff a. st. s. 39.

7) KgB. IV. I några äldre exemplar tillägges äfven den inskränkningen: "så att de sitta ett år", i likhet med Hamburgerrätten af 1292.

8) Se Hach das alte Lübsche Recht II, 52; W. St.L. I, 1, §. 3.

9) Frensdorff ss. 39, 100.

besinnar den ställning, som öfverheten från början intagit till våra städer, och dermed jemför förhållandet i Tyskland. Man finner sålunda hos oss, att slottsfogdar, häradshöfdingar o. a. d. på samma gång varit Rådmän [1]), liksom ej heller frälse utgjort absolut hinder för inträde i Rådet [2]). Då enligt Lübska rätten handtverkarne voro uteslutne från Rådet [3]), kunde detta naturligtvis ej komma i fråga i de Svenska städerna med deras ringa tillgångar och flerstädes inskränkta köpenskap: man finner derföre på Rådslängderna från 1400- och 1500-talen ett stort antal handtverkare, såsom Skräddare, Skomakare, Smeder, Skinnare, Bältare, Guldsmeder, Bårdskärare m. fl. [4]). Säkerligen hafva dock köpmännen dervid haft företräde.

Slutligen skulle enligt Magnus Erikssons stadslag hälften af Rådet utgöras af Tyskar, i likhet med hvad som stadgats i Wisby St.L. [5]) och sannolikt faktiskt egde rum i flera af Sveriges sjöstäder. Det oaktadt är det märkvärdigt och ett slående bevis på Hansestädernas öfvermakt, att en sådan organisation kunnat i lag fastställas. Såvida stadgandet ej tillkommit i följd af någon tillfällig förlägenhet å Magnus' sida, för att vinna Lybeckarne, med hvilka han vid denna tid efter långvariga stridigheter afslöt stillestånd [6]), skulle man kunna tänka sig dess tillkomst sålunda, att det åsyftat att åt Svenskar förbehålla *åtminstone halfva Rådet* i de sjöstäder, der Tyskarne redan räknade *pluralitet* och hotade med fullkomligt utträngande af det Svenska elementet, hvaremot i en stor del landtstäder Svenskarnes öfvervigt var betryggad genom stadgandet i KgB. II: "Kan ock tima, att minna mantal är af Tydiskum än Svenskum eller färre qvemlike, thå fylles talet med Svenskum mannum." Detta har säkert ofta blifvit fallet i de mindre och från hafvet aflägsna städerna, såsom man ser af rådslängder [7]). Deremot finner man t. ex. i Kalmar år 1389 bland det talrika Rådet högst få Svenska namn [1]), och i Stockholm

1) Så var i Åbo 1504 en Rådman tillika både Slottsfogde och Häradshöfding se Porthan Chronicon Episc. p. 727; i Enköping var 1545 Borgm. tillika Häradsdomhafvande: Enebom l. c. p. 79. — Borgm., Rådmän och borgare i Sthm finner man ofta i Slottslofven derstädes eller såsom underfogdar.

2) Exempel derpå hos Grönblad a. st. s. 173 n.

3) Frensdorff s. 40: de van openbare hantwerkehebben gewonnen er goet.

4) Se Rådslängderna för Norrköping, Örebro, Arboga, Strengnäs hos Sundelius, Norrk. minne s. 458, 472; Bagge Beskr. om Örebro s. 250, 255; Lohman a. st. s. 144 och följ.; Graffman de Strengnesia p. 38. — I Mariestad har 1623 en Trädgårdsmästare varit Borgm. (Tidström de Mariestadio Sthm 1748).

5) Der står dock blott helt obestämdt, att Rådet skulle väljas "van beiden tunghen."

6) Se Styffe a. st. p. XIX.

7) Se t. ex. anf. rådslängder från Arboga och Strengnäs.

1420 bland 21 Rådspersoner blott två à tre Svenskar [2]). Emellertid blef Tyskarnes inblandning i styrelsen af högst olyckliga följder för en del städer och förnämligast Stockholm: man ihågkomme uppträdena under Konung Albrekts fångenskap [3]) o. s. v. I Stockholm gick det slutligen så långt, att till och med tjensterna vid Tullen och myntverket voro besatta med Tyskar, och, såsom det klagades, för Svenske män intet återstod, om de icke ville blifva skarprättare eller dödgräfvare. Det var väl också egentligen från Stockholm som reformen utgick.

Den fosterländska harmen öfver Tyskarnes obilliga rättigheter och öfvermod gaf sig luft strax efter Brunkebergs slag 1471; då kom menigheten i Stockholm och af flera andra städer samt allmoge af alla landskap inför Riksföreståndaren och Rådet och förklarade, att i anseende till det förderf, som af nämnda lagbud blifvit en följd, och eftersom det vore exempellöst, att en stad måste hafva "tu tungomål uti sittande Råd", fordrade de stadgans upphäfvande med hot, att eljest sjelfve göra slut derpå [4]). Ehuru i följd häraf Tyskarne alldeles skulle vara utestängde från Rådet och "andra märkeliga embeten" i staden, har man dock skäl att betvifla den bokstafliga tillämpningen deraf: en så genomgripande förändring kunde väl i flera städer svårligen genomföras omedelbarligen, och i anseende till det vänskapliga förhållandet till Lybeck under följande årtionden måste säkerligen varsamhet iakttagas. Emedlertid bekräftades förordningen i senare öfverenskommelser, så i Christian I:s försäkring af 1476 § 18 samt Kalmare Recess 1483 § 22 [5]). Christian II tillsatte 2 Tyska borgmästare i Stockholm, och ännu 1568 föreslog Johan III i förhandlingar med Stockholms stad, att några bland Rådsmedlemmar skulle vara Tyskar [6]). Att äfven sedermera Tyska Rådsmedlemmar ej varit sällsynta, kan man sluta deraf, att Gustaf Adolf både i sin Konungaförsäkran och sin första resolution på Städernas besvär [7]) måste utlofva, att ej ut-

1) Se Löfgren Kalmar och dess Stift I, s. 54. De förekomma i ett på Tyska författadt hyllningsbref till Margareta. — Kalmar synes vid denna tid genom den särdeles lifliga beröringen med Hansan samt sitt Tyska öfverherrskap [se sid. 141] hafva varit så godt som en Tysk stad.

2) Se utdrag ur Tänkeboken hos Palmschöld Top. VI.

3) Dermed nekas ej, att Tyskarne genom sin högre bildning flerstädes befordrat ordning och skick.

4) St.L. (1665 års uppl.) fol. 59 och 60.

5) Hadorph Bih. till RimKrön. ss. 299 och 326. — I Kalmare Recess nämnas både Borgmästare, Rådmän, Tullnärer, Byfogdar, Kämnärer och Stadsskrifvare.

6) R.Registr.

7) Stiernman Riksd. och Mötens Besl. I., s. 651 och 667.

ländingar skulle förordnas till Magistratspersoner i städerna. I ett vidlyftigt memorial rörande städernas uppkomst i riket, utan namn eller datum, hvilket synes vara författadt omkring 1620, angifves såsom en felaktighet i städernas styrelse, att "de somligstädes sätta sig öfver hufvudet Tyske Borgmästare och Rådmän, tvärt emot lagens ord" [1]); och ännu 1672 förekom i städernas besvär en anhållan, att inga utländingar måtte tagas till Borgmästare eller Rådmän [2]).

Vi komma nu till *valsättet* och *sammansättningen*. Båda voro helt och hållet efterbildningar af Tyska stadsrätter; men under det i Lybeck det förra och i andra Hansestäder, såsom Stralsund, Hamburg m. fl., äfven den senare voro noga bestämda, äro deremot de hithörande stadgandena i St.L. ganska sväfvande och blefvo derföre ock under utvecklingens gång föremål för olika uppfattningar och tillämpningar, så att dessa förhållanden icke allenast voro olika i olika städer, utan äfven i samma stad gestaltat sig annorlunda på olika tider. Det är derföre svårt, att deruti fixera och uppställa någon genomgående norm: vi skola dock försöka ange grunddragen.

Den allmänna tendensen hos Rådsorganisationen var, i enlighet med det då för tiden i Hansestäderna gällande förhållandet, aristokratisk, ty valrätten låg hos Rådet sjelft och utöfvades medelst ett slags Cooptation, ehuru ej så tydligt uttalad som i Lübeck [3]), der Rådstjensterna voro permanenta, såvidt ej innehafvarne gjorde sig ovärdiga desamma, och det så, att hvarje år blott två tredjedelar af Rådet voro i tjenst eller utgjorde det "sittande Rådet", medan den tredje delen under namn af det gamla Rådet åtnjöt tjenstledighet och sedermera efter anställd pröfning af ett särskilt elektors-utskott åter inträdde i sin embetsutöfning. Enligt St.L. i hans ursprungliga lydelse var äfven i Svenska städerna Rådet fördeladt på tre linier. Af det föreskrifna antalet 6 Borgmästare och 30 Rådmän skulle "tio Rådmän vara ett år, tio andra året, och tredje året sammaledes, och två Borgmästare skola vara hvart år med dem tio" [4]). Här var sålunda blott *en* tredjedel hvarje år "sittande." Såväl denna modifikation, som Rådets antal synas vara hemtade från Wisby Stadslag, hvilken sannolikt icke långt förut blifvit af samma Konung [5]) stadfästad och innehåller all-

1) Oxenstjernska Saml. å Riks-Arkivet.

2) Res. på Städ. besvär 1672 § 17: Stjernman s. 1700.

3) Frensdorff s. 101—106.

4) 1665 års Upl. fol. 60.

5) W. St.L. Schlyters företal p. V, VI.

deles enahanda stadganden [1]). Af ofvannämnda uttryck synes följa, att successionen borde vara bestämd åtminstone för de treåriga kretsloppen: det oaktadt skulle val årligen företagas, och det på följande sätt. Åtta dagar före S. Walborgs dag skulle Rådet in pleno (såväl det gamla som det nya) sammankomma å Rådstufvan och der inför Fogaten välja Borgmästare och Rådmän, hvilka sedan skulle "efter gamblum stadga" [2]) på Walborgsdagen [3]) "lysas" [4]). Detta dunkla och ofullständiga stadgande behöfver onekligen förklaringar [5]). De som vid nämnde tillfälle skulle väljas voro naturligtvis blott medlemmarne af det sittande Rådet för kommande embetsår [6]), ty de afträdande voro sjelfskrifna ledamöter af det gamla. Proceduren kallas oegentligt nog ett val [7]): det var väl i sjelfva verket ej fråga om annat, än att pröfva, huruvida anmärkningar förefunnos mot de Rådmän, som nu voro i turen att sitta eller om några af dem ville afsäga sig sin befattning (ett fall som ofta har inträffat i våra städer, der både hedern och fördelen voro ringa). I annan händelse inträdde dessa i sin äfven af lagen antydda rätt.

Det aristokratiska i denna institution mildrades något genom valsättets formaliteter, i det Rådet ej framträdde som en permanent och en gång för alla sluten korporation, som blott kunde förändras genom frivilligt afträde, utan årligen vexlade genom ett om ock blott formellt val, hvartill kom, att denna akt erhöll en offentlig och kommunal karakter genom det högtidliga kungörandet inför menigheten [8]). Rådets stora antal under äldre tider gaf äfven åt detsamma en mer demokratisk hållning.

Vi nämnde, att lagens ofvannämnde bestämmelser vid tillämpnin-

---

1) W. St.L. I, 1, § 2.

2) Vi fästa uppmärksamheten vid dessa ord såsom häntydande på äldre sedvänjor i detta fall. Samma uttryck förekommer på andra ställen, såsom KgB. XV angående burskaps-penningarnes användande.

3) I Lübeck hölls det årliga placitum strax efter Påsk: se Hach d. Alte Lüb. Recht s. 144.

4) St.L. KgB. I.

5) Wisby St.L. är i detta afs. ännu ofullständigare. Orsaken härtill är väl den, att man ville lemna något rum för tradition och praxis.

6) Jmfr. RådstB. II: "the Borgmäst. och Rådhmän, thet året skulu sitta och rätta, epter thy the stadgade voro om *Walburgamässona.*"

7) I Lübska rätten samt Wisby St.L. talas ej om välja, utan nämna (nomen, nömen) se Hach a. st. II, 53; W. St.L. I, 1.

8) Proceduren beskrifves af Tänkeböckerna med följande uttryck: "då sattes stadens deputerade embeten, reciterades Embetsrullan för kommande år" o. s. v.

gen undergingo mångfaldiga modifikationer. Dervid kunna vi först anmärka, att Rådsvalet i åtskilliga i synnerhet mindre städer, der menighetens inflytande lättast gjorde sig gällande, från början fick en starkt demokratisk prägel, i det Rådets tillsättande helt och hållet bestämdes af menigheten på de i sådana städer ofta förekommande allmänna Rådstugorna, förmodligen i öfverensstämmelse med förut gällande bruk och sedvänjor [1]). Samma omvexling, som enligt lagens första lydelse skulle ega rum i tre afdelningar, inskränktes sedermera efter antalets förminskande till två [2]), men det är icke på många ställen, som man finner turvexlingen ordentligt iakttagen. Vi vilja anteckna några exempel, hvilka, ehuru inskränkande sig till Borgmästarne, dock flerstädes äfven torde gälla om Rådmännen. Så finner man, att regelbunden alternering mellan de förra i Stockholm var det normala under 1400- och 1500-talen samt ända till periodens slut [3]), i Jönköping alternerade både Borgmästare och Råd under äldre tider [4]) i Arboga var detta åtminstone med Borgmästarne det vanliga (t. ex. åren 1462—1489, 1495—1515, 1545—1556, 1573—1589) [5]) och i Kalmar 1429—1450 [6]), i Lidköping egde detsamma vanligen rum ända till 1621 [7]) och att döma af senare tiders praxis äfven på flera andra ställen. Dock observeras, att turen dervid ej alltid så strängt iakttogs, hvarföre ofta endera Borgmästaren satt qvar några år i följd, en annan först efter 3 à 4 år åter tillträdde o. s. v. I flera Kon. bref föreskrifves eller antydes alterneringen såsom det rätta. Så skulle enligt Christoffers anf. bref till Wadstena [8]) af de 4 Borgmästarne och 8 Rådmännen 2 B. och 4 R. sitta hvart år. I Hedemora, Köping och Strengnäs skulle enl. Kbr. af 1459 de två Borgmästarne "sitta rätten hvar sitt år", hvaremot de sex Rådmännen synas varit permanenta. I Carl IX:s Tullordning 1600 förutsättes en dylik turvexling mellan Borgmästarne såsom öfverallt iakttagen [9]).

---

1) Det heter ofta i Protokollerna: "enhälligt vald af Råd och Menighet", "föreslagen af Rådet och af menige man samtyckt" o. s. v. I Arboga tänkebok heter det år 1614 $^{24}/_{4}$: "desse efterskrifne blefvo valde till Embete af K. M:s Befallningsman samt Borgmästare och Råd och gemene man" — Svea Hofrätts Arkiv.

2) St.L. KgB. II.

3) Se Stockholms stads Tänkeböcker, Skottböcker och Embetsbok å RådhusArk.

4) Jönköpings Tänkeböcker (Jmfr. Sundelius a. st. s. 445, H. Sk. Hist. XXXII).

5) Lohman a. st. s. 144.

6) Kalmars Tänkebok å Upsala Akad. Bibliothek.

7) Gilberg de Lidekopia.

8) Se sid. 141 o. 153, [2]).

9) Stiernman Comm. Pol. och OEcon. stadg. I, 458.

Ofta finner man en sådan praxis hafva utbildat sig, att samma Råd förblef sittande under en längre tid, under det Borgmästare-embetet gick i tur mellan Rådmännen, hvarföre man någongång finner samma person 4 à 5 gånger som Borgmästare och derefter hvarje gång åter som Rådman[1]). Tvärtom inträffade ock, att Rådet alternerade, under det Borgmästarne oafbrutet tjenstgjorde[2]). Äfven befinnas ofta samma personer hafva qvarstått som Borgmästare och Rådmän under en längre tid[3]) och ända till sin död eller afsägelse, i hvilket fall den anbefallda valakten blott varit en bestämd tidpunkt för afsägelse och cooptation af nya medlemmar. I sådana fall förekomma ofta 3 à 4 Borgmästare och hela antalet Rådmän såsom på engång sittande i rätten, i det de derstädes infunno sig efter lägenhet eller möjligen i en viss tur. Deremot befinnes i Stockholm åren 1619—1621 af fyra Borgmästare blott *en* hafva "suttit"[4]).

Under en sådan mångfald af former, af hvilka somliga rymdes inom lagens stadgande, andra öfverträdde detsamma, utvecklade sig Rådsorganisationen i Sveriges städer. Såsom ett temligen allmänt och genomgående drag kunna vi fasthålla den slutsatsen, att under de äldre tiderna en om ock oregelbunden och godtycklig alternation var den förherrskande formen, men att rådsplatserna mot slutet af närvarande tiderymd tenderade till att blifva permanenta och fasta. Härtill medverkade äfven Konungarnes börjande inblandning i valen af stadsstyrelsen. Att redan de Danska Konungarne i enlighet med de Danska stadsrätterna[5]) här och der tillsatt Borgmästare, är icke osannolikt, ehuru vi icke sett annat exempel derpå än det som inträffade 1520 efter Stockholms blodbad[6]). Gustaf I började i några städer ingripa i det vanliga valsättet: så finner man honom i Stockholm 1523 och 1524 hafva förordnat Borgmästare och Rådmän, liksom äfven 1527 en B. efter förslag[7]); så utnämnde han 1522 Nils Andersson till "varaktig" Borgmästare i Jönköping och förlänade till honom "stad och

1) Ex. anf. af Tidström de Mariæstadio, Winbom de Ulricæhamn, Sundelius Norrköpings Minne, Enebom de Enekopia, Graffman de Strengnesia.

2) Så hafva på 1630-talet af de 12 Rådmännen i Upsala blott 4 suttit hvart år, men deremot Borgmästare-embetena varit fasta. Upsala Tänkeb. å RhusArk.

3) Ex. hos Winbom de Ulricæhamn p. 14, Wangstelius de Thorshälla p. 14.

4) Sthms Embets-bok.

5) Se Kolderup Rosenvinge Saml. af Danske Love V, s. 122 o. 197: Erik XIII:s Priv. för de Sjællandske städ. o. Christoffers Priv. för Roeskilde. Jmfr. Jacobsen a. st. s. 66 ff.

6) Strinnholm Sv. Hist. i sammandrag II, s. 785.

7) Elers a. st. III ss. 205, 208 (efter Ol. Petr. T. B).

hus" jemte Wisingsö [1]). I Stockholm begärde borgarne 1568 af Johan III, att han måtte till Borgmästare förordna några af dem föreslagne samt försörja dem med underhåll, hvilket också skedde. Vidare förordnade samme Konung 1572 en Borgm. i Stockholm, 1590 i Hernösand och 1591 i Öregrund. I Stockholm lät äfven Carl IX 1608 utnämna 4 nya Borgmästare [2]). Någongång hafva Konungarne genom sina Fogdar låtit afsätta Rådsmedlemmar och föranstalta om nytt val [3]). — En genomgripande omorganisation af de hithörande förvirrade och öfverallt olika förhållandena synes hafva föresväfvat Carl IX: åtminstone har han i flera privilegier bragt nya, om ock flerstädes praktiserade, grundsatser å bane. Så skulle enligt Wimmerby privil. 1604 Rådet utses af borgarne sjelfve samt innehafva sina embeten för lifstiden. Enligt de för Fahlun och Sala 1609 uppsatta, men ej utfärdade privil. skulle menigheten deltaga i valet af Rådet, hvaraf halfva antalet skulle väljas nya hvart tredje år, Borgmästarne dock så, att två (i Sala tre) sattes på förslag till Konungens utnämning [4]).

Beträffande Rådets *antal* fastställdes det normala i detta hänseende af St.L. till 6 Borgmästare och 30 Rådmän med tillägg: "den stad, som ej hafver så ämne å mannom, han hafve minna tal, epter thy han förmår." Samma medgifvande förekommer äfven i den senare lydelsen, som föreskrifver 4 B. och 24 R. Sistnämnda förändring innehålles visserligen i samma kapitel, som tillkom i följd af Tyskarnes uteslutande, och synes derföre vara samtidig med detta, men att hon inträffat vida tidigare, blir sannolikt, då man besinnar, att det förmodligen från Wisby St.L. [5]) upptagna Rådstalet utan tvifvel rätt

---

1) Wieselgren Ny Smålands Beskrifn. III, s. 3.

2) RRegistr. — Äfven Stadsskrifvare hafva af Konungen blifvit förordnade: så 1579 i Öregrund, 1597 i Hudiksvall.

3) Så skeddei Upsala med begge Borgmästarne 1583 (Ups. Priv. Bok): Fogden skulle "samt med den *menige man* utvälja två eller tre beskedlige män af Borgerskapet eller Kon:s egne tjenare, som kunna vara skicklige, och de förnämste af menigheten ock sämber." I Wiborg skulle Fogden 1562 afsätta Borgm. och i stället förordna 2 andre. RRegistr.

4) Jmfr, Bidrag till Sv. Städernas etc. s. 44, 45.

5) Dervid märkes dock, att Borgmästare blott på ett ställe i W. St.L. omnämnes (II, 10) och då i Singularis: hvaremot i Lübeck verkligen funnos sex Borgm. (ehuru blott två sittande). Rådmännens antal åter var derstädes vida större: de sittande voro omkr. 20 à 25. I Hamburg äfvenledes omkr. 20. I Stralsund och några andra Pommerska städer var samtliga Rådets antal fastställdt till 24. Se Frensdorff s. 101 och följ.

snart visade sig öfverstiga våra städers höfva [1]) och derföre genom praxis och öfverenskommelse minskades, hvarefter stadgandet utan kunglig sanktion snart förändrades äfven i lagböckerna. Dertill kommer den slutsats, som man kan draga af det förenämnda Kbr. 1459 till Hedemora stad, i hvilket det förunnas innevånarne "att bruka *half* stadsrätt, sådan som våra städer Strengnäs och Köping hafva, i så måtto att de utkesa och hafva två Borgm. och sex Rådmän" o. s. v. Häraf synes nämnda förändring vara äldre än 1459, likväl så, att densamma aldrig blef påbuden offentligen för alla städer [2]), hvarföre det gamla stadgandet på några ställen möjligen qvarstod: åtminstone finner man i Westerås någongång 6 Borgmästare (3 sittande och 3 Seniores) [3]), i Arboga omvexlade samma sex Borgmästare åren 1573—89, i sistnämnde stad funnos någongång 5 Borgm. [4]), liksom äfven i Norrköping 1477 [5]). För öfrigt är Rådsmedlemmarnes antal oändligt vexlande i olika städer, liksom äfven i samma stad; dessutom är det svårt att ur stadsprotokollerna härleda några bestämda uppgifter i detta hänseende, då ej alltid skilnad göres mellan det sittande och det gamla Rådet. Så finner man Borgmästarnes antal vexla från 1 till 6, Rådmännens från 4 till 28 [6]). Det sittande Rådet har dock äfven i de mindre städerna sällan understigit två Borgmästare och 4—8 Rådmän, hvilket man kan antaga som det vanliga och normala. I Stockholm finner man 1420 i sittande Råd 4 Borgmästare och 17 Rådmän, 1477 ungefär lika antal [7]), 1516—1520 två B., 1524 funnos der inalles 4 Borgmästare och 16 Rådmän. Det sittande Rådets antal förblef under den följande tiden omkr. 2 B. och 10 à 12 R.; samtliga Rådet uppgick sällan högre än till 3 à 4 B. och 15 à 17 R. [8]). Hvad de

1) Så heter det i K. Christoffers bref till Wadstena, att der finnas flera Borgmästare och Rådmän, än behof göres, "och kommer det hvarken oss eller klostret till någon fromma, men heldre vår menighet till stor tunga och svårhet."

2) För enskilta städer blef Rådets antal genom K. bref fastställdt: så till 4 Borgm. och 8 Rådm. för Wadstena genom K. Christoffer, till 4 Borgm. och 24 Rådmän för Kalmar 1524 (Löfgren, I, s. 104), för Stockholm 1568 (Palmsch. Top. XIV och RRegistr.).

3) Wicander Disp. de Arosia Ups. 1720, 22. Grau Beskr. öfver Westmanland s. 148.

4) Lohman a. st. s. 135.

5) Sundelius a. st. s. 459.

6) Fyra var det vanliga Rådmanstalet i Jönköping 1456—1548, 28 förekomma i Kalmar 1389, förmodligen äfven innefattande det gamla Rådet. Se Handl. Skand. Hist. XXXII s. 431, Löfgren a. st. I, s. 54.

7) Palmschöld Top. VI.

8) Sthms stads Tänkeböcker och Embetsbok (den senare går från 1582).

öfriga städerna beträffar, finner man ett antal af 4 Borgmästare [1]) i Kalmar 1389, i Norrköping 1380, 1406, 1417, 1425, i Örebro 1616, i Wiborg 1480, i Arboga 1401, 1412, 1452, 1482, 1616, i Lidköping 1578, i Mariestad 1615, i Enköping [2]) 1598—1609, i Sigtuna 1510 o. s. v. Ungefär lika ofta förekomma tre Borgmästare samtidigt [3]).

b) *Rådets Funktioner.*

En kommunalstyrelse kan i sin verksamhet betraktas från två sidor, dels såsom kommunens *representant* och *organ* i förhållande till andra personligheter, som handlar å kommunens vägnar samt vårdar och förvaltar hans rättigheter, dels såsom hans *öfverhet*, som handhafver och upprätthåller ordning och rätt bland hans egna medlemmar. I förra fallet visar sig Rådets betydelse och myndighet i Sverige mycket inskränkt, om man jemför förhållandet i Tyskland, der många städer spelade rolen af stater, der följaktligen kommunen på mångfaldigt sätt deltog i de *politiska* förvecklingarne. Hos oss kunde detta blott sällan komma i fråga, ehuru några exempel derpå finnas från det revolutionära 1400-talet, hvad Stockholm beträffar. Denna orts rikedom och betydenhet gjorde det angeläget för alla partier att vinna dess myndiga Råd, hvarföre man finner detsamma uppträda å stadens vägnar i flera riksvigtiga angelägenheter och på Herredagar [4]), ja till och med afsluta högtidliga förlikningar med Regeringen [5]) samt utfärda skrifvelser till städer, landskap eller stånd med uppmaning till trohet eller affall [6]). Af Stockholms Råd eller andra utskickade hafva sedermera ofta blifvit utfärdade de beslut, som på Samtingsmarknader eller

---

1) D. v. s. tjenstgörande alla 4 på en gång, ehuru det ofta är omöjligt att med visshet afgöra.

2) Här beslöts det af Råd och menighet på Walborgsmässo Rådstuga 1598, att Borgm.embetet hädanefter skulle utöfvas af 4. Enebom l. c. p. 80.

3) Så i Norrköping 1437, 1480, 1513, 1577, 1610; i Arboga 1440, 1462; i Gefle 1521, 1584; i Lidköping 1573; i Bogesund 1618 o. s. v. — Ofvanstående uppgifter äro hämtade dels ur städernas Tänkeböcker, dels ur anf. stadsbeskrifningar och disputationer.

4) Se t. ex. Ekdahl a. st. IV, s. 1413, 1416.

5) 1464 förlikning mellan R.Råd och Borgm. samt Råd i Stockholm, "så att den ovilja och tvedrägt, som varit hafver, skall vara aflagd." Palmschöld Top. V — flere ex. hos Hadorph Bih. till Rimkrön., Ekdahl a. st. flerstädes. Inom Stockholms Råd fann Sten Sture d. ä. 1497 häftiga motståndare, och hans åtgärder klandrades på det skarpaste vid öfverläggningar å Rådstugan. Sthms Tänkebok (utdrag ur denna för åren 1478—1513 finnas i Nordinska saml.).

6) Ex. hos Ekdahl a. st. s. 1338, 1340, 1353.

andra städernas möten af deras representanter fattades [1]). Genom 1436 års Privilegier fick Stockholms Råd till och med öfverinseendet med rikets *myntväsen* [2]). Äfven med utländska städer finner man Rådet i Stockholm vid flera tillfällen hafva omedelbarligen underhandlat, utfärdat skrifvelser eller afslutat kommerciella fördrag [3]). Hyllningsbref och trohetsreversaler hafva ofta afgifvits af städernas magistrater [4]). För öfrigt var Rådet eller dess deputerade kommunens sjelfskrifna representanter vid hvarje hans uppträdande inför Regeringsmakten, vare sig det skedde skriftligen eller personligen. Det senare förekommer under närvarande tiderymd ofta; mot slutet deraf blifva skriftvexlingarne tätare. Vid dessa förhandlingar med den högsta makten [5]) finner man vanligen bredvid Borgmästare och Råd äfven nämnas menigheten eller ombud deraf.

Till denna sida af Rådets verksamhet hörde vidare såsom en maktpåliggande funktion upprätthållandet och *bevakandet af stadens rätt och privilegier*, dels emot Konungens Befallningsmän, dels mot andra kommuner, dels mot enskilte. Hvad de förstnämnde beträffar, synes deras ställning i detta afseende blifvit olika uppfattad under olika tider: ända till slutet af 1500-talet förekommer i de fleste privil.bref ett förbud för Konungens befallningsmän att på något sätt "hindra eller qvälja" staden i privilegiets fria begagnande, liksom om intrång naturligen vore att af dem befara: deremot föreskrifves i Gust. Adolfs Ståthållare-Instruktioner såsom en skyldighet för desse embetsmän att *skydda* städerna i deras lag, rätt och välfångna privilegier [6]). — Hvad de *interkommunala förhållandena* beträffar, finner man i äldre tider mera sällan konflikter *städer emellan:* en sådan tvist angående privilegier mellan Wisby och Stockholm blef af Magnus Eriksson bilagd

---

1) Så 1529, 1559 m. fl. se Stiernman Comm. Pol. OEcon.stadg. I, ss. 21, 161.

2) "När mynt skall slås i Sverige, skall det sättas Borgm. och Råd i Sthm i händer, att de det så styra och förvara, att det så blifver, som det pålagdt varder." Jfr ett Sten Stures bref af 1479, hvaraf synes, att myntordningen bestämts af Stockholms jemte Rikets Råd. Nordin. Saml.

3) Så med Lübeck 1526 (Fant Handl. Sv. Hist. I, s. 28), de Danska städerna i gemen 1520 (Ekdahl a. st. s. 1330).

4) Ex. för Kalmar 1389: Löfgren a. st. I, s. 54; för Jönköping 1529: Thyselius Handl. rör. Gust. I:s regering I. 237; för Stockholm 1363, der Rådet utlofvar trohet "pro parte nostra et omnium nostrorum comburgensium": Styffe anf. Bidrag s. 44.

5) Ett stort antal af dessa rörde de kungliga skatterättigheterna i kommunen, för hvilka Rådet såsom stadens representant skulle ansvara.

6) Saml. af Instr. s. 105—6 o. s. v.

1342 [1]). Då genom Stadslagen de nordliga städerna i Sverige och Finland blifvit till förmån för Stockholm och Åbo inskränkta i sin fria seglats, blef detta ett uppslag till handelstvister, hvilka från 1500 blefvo tätt återkommande, genom Johan III:s och Carl IX:s många prohibitiva förordningar ytterligare växte och slutligen genom Gustaf Adolfs Handelsordinantie fördes till sin höjdpunkt. Sådane klagomål utfördes af Rådet, dels genom enskilta beskickningar och supplikationer, dels och isynnerhet å Herredagar och Riksdagar medelst besvär, hvaröfver vanligen utfärdades kungliga resolutioner. Detta hade blott undantagsvis inträffat under 1400-[2]) och 1500-talet; från Gustaf Adolfs regering blef det allmännare och efter 1633 finner man reguliert vid hvarje Riksdag eller Utskottsmöte alla Sveriges städer (som der varit representerade) hafva inlemnat besvärspunkter och oftast erhållit resolution derå. Dessa punkter uppsattes af Rådet och upplästes vanligen sedermera för menigheten, hvarvid i somliga städer de enskilte fingo göra sina anmärkningar och föreslå nya punkter. På samma sätt utsågos äfven af Rådet i första hand stadens målsmän vid riksmötena, ehuru i de flesta Sveriges städer praxis var att tillika inhemta menighetens bifall [3]).

Äfven med *landtkommunerna* finner man ganska tidigt, att Rådet råkat i stridigheter angående stadens privilegier i jordar och lägenheter [4]) o. a. d.; hvarmed vi hafve vidrört en annan hithörande funktion för Rådet, nemligen att vårda och *förvalta stadens jord och grund*, hvilken i alla senare städer helt och hållet och i de gamla till en del var kunglig donation. Fördelningen och dispositionen deraf bland borgarne blef än uppdragen åt Befallningsmannen, än åt Rådet, än åt båda [5]). Att stor försumlighet och oreda samt många missbruk under 1500-talet genom myndigheternas slapphet inritat sig i dessa förhållanden, finner man af K.br., samt af de jordrefningar, som längre fram måste vidtagas i ett stort antal städer [6]).

1) Palmsch. Top. XIV.

2) Ex. derpå från 1400-talet i Stockholms Tänkeböcker.

3) Vi sluta dertill af den praxis, som herrskade något senare, från och med 1620-talet.

4) Ex. i Kbr. till Norrköpings stad af 1384, 1455, 1485, 1538 (se Hertzm. o. Ringb. a. st. I, s. 29, II s. 11—13); Dombref vid lagm.ting i Upsala 1458 (Stadens Priv.bok) m. fl.

5) Se t. ex. Priv. för Hjo 1610, för Wiborg 1607 m. fl. Byfogden eller Kämnärerne hafva någongång äfven haft befattning härmed, se Enebom l. c. p. 74. Anf. Saml. af Instructioner.

6) En sådan allmän refning af städernas jord anbefalltes Ståthållarne i Memo-

Hit hör slutligen äfven Rådets befogenhet att upptaga nya medlemmar i kommunen eller att *meddela burskap* under de af lagen föreskrifna vilkor (hvarom mer framdeles) och enligt senare skråförfattningar i samråd med skrånas föreståndare [1]), äfvensom att meddela s. k. burabref och geburtsbref under stadens sigill [2]) åt dem, som begåfvo sig utrikes, samt utfärda stadsbref å fastighetsförvärf m. m. [3]). — I flere af ofvannämnde befattningar, såsom burskaps meddelande m. fl., finner man Fogden nämnas bredvid Rådet såsom lika bemyndigad, och det är först sent, under 1600-talet, som bestämdare gränsor uppdrogos mellan den kungliga och den kommunala myndigheten i dessa likasom andra hänseenden.

Vända vi oss nu till den andra sidan af Rådets verksamhet, den uti hvilken detsamma framträder såsom kommunens öfverhet, såsom den organiserande och befallande makten, så finne vi här ett vidsträckt fält, en stor mångfald af yttringar. Vi vilja derföre betrakta denna sida under vissa synpunkter fördelad. — Vid undersökningen om den historiska uppkomsten af Rådsmyndigheten hafve vi funnit det första ursprunget till det *egentliga* Rådet framträda i behofvet af en viss ordning och politi inom de många nya förhållanden, som af stadslifvet blifvit en följd. Genom detta senares utbildning fick denna *administrativa* funktion en ganska vidsträckt verksamhetskrets, då till hennes fullständiga utöfvande erfordrades, att kunna vid behof utfärda statuter och politi-förordningar, d. v. s. en viss inskränktare lagstiftningsmakt, samt vidare att kunna för allmänna ändamål till det gemensamma bästa pålägga staden nödvändiga kommunalafgifter d. v. s. en viss beskattningsmakt. Med denna administrativa myndighet förenade sig småningom *den dömande*, genom en efter Tyskt mönster gjord omskapning af den Svenska nämnden till ett i all dom deltagande Råd. Slutligen tillkom äfven af naturliga skäl och genom sakens egen nödvändighet en viss *exekutiv* myndighet, ehuru vi skola finna, att denna i lagen mer förutsättes än uttryckligen medgifves.

---

rialet af $^{6}/_{4}$ 1620 till utrönande af den rätt, under hvilken denna jord innehades. Anf. Saml. af Instr. s. 134—35.

1) Se Klemming Skråordningar (i Fornskriftssällskapets Handl.) s. 62, 80 m. fl.

2) De förra omtalas i St.L. KgB. XV, § 11. De senare i städernas tänkeböcker på åtskilliga ställen. Dylika fingo enl. Stockholms priv. $^{13}/_{7}$ 1594 § 24 icke utfärdas af Ståthåll. eller Befalln.man, utan blott af Borgm. och Råd.

3) JordaB. VI, Rådst.B. XXIX.

aa) *Rådets administrativa myndighet (politi och ekonomi).*

Denna, som enligt St.L. och senare förordningar omfattade en stor mångfald af ämnen, hade, som vi nämnde, sin egentliga utgångspunkt i de för stadslifvet egendomliga förhållanden, som framkallades af *handel* och *rörelse*. Dessas reglerande eller allt hvad till handelspolitien hörer framstår således som Rådets första befattning, kring hvilken de öfriga gruppera sig. Grundvalen för dessa förhållanden var laggd genom St.L:s Köpmåla och Skipmåla Balkar: den förra innebär ett uppslag till den stränga prohibitism, som senare gjorde sig gällande på detta område [1]). Rådets äldsta funktioner i detta hänseende voro de som rörde uppsigten öfver mått och vigt, förköp m. m. Dessutom är det i St.L. uttryckligen ålagdt Rådet jemte Fogden att hafva inseende öfver flärd och falskhet i handel, reglera öl- och vinförsäljningen, samt tillse, att icke vissa nödvändighetsvaror bortfördes från staden "Allmoganom till skada" [2]). Rådets hithörande skyldigheter inskärptes sedermera genom en stor mängd författningar och privilegiibref: ständigt återkommande i dessa äro förbuden mot landsköp och olaga hamnar, olaglig handel i städerna af in- eller utländske samt understucken köpslagan med utländingars varor eller penningar. Landsköp var såväl i St.L. som senare förordningar i första hand ställdt under Fogdens uppsigt [3]) för de Konungsliga böternas skull och emedan den senare ofta hade äfven med landet att göra, kanske ock till förekommande af partiskhet för stadsboarne, men Rådet skulle dock i denna uppsigt deltaga; så skulle enligt Privil. för Jönköping 1524 Rådet derstädes hafva makt att i fall af försumlighet å Konungens Befallningsmäns sida "förfölja samma vårt bud lika med Fogdarne, hvar så behöfves" [4]), och i K.br. för Stockholms stad af 1589 meddelades Rådet i samma händelse "fullkomlig lof och tillstånd sådana att fängsla och straffa låta" [5]). — Till och med borgarne berättigades flerstädes att lägga qvarstad på det förbrutna godset, sjelfve eller genom utsän-

1) Äfven häri utgjorde dock St.L. tillika en fixering och utbildning af gällande förhållanden: se Förfs Bidrag etc. s. 20 ff.

2) Kpml.B. III, XXV, XXVI, XXXI. Rådet utöfvade således på det kommerciella området en myndighet, som i senare tider blott ansetts tillkomma Regeringen: så finner man Stockholms Råd hafva utfärdat förbud mot spannmåls utförsel (Tänkebok f. 1592) o. s. v.

3) Kpm.B. XXIII; en stor mängd Kon.bref.

4) Stiernman Comm. Pol. OEcon.stadg. I, s. 9.

5) Palmsch. Top. XIV.

de [1]). — Rådet jemte Konungens Befallningsmän skulle dessutom sätta köp på hvarjehanda främmande varor, innan det fick köpslås derom. Sådane voro under äldre tider egentligen vin och främmande drycker, å hvilka taxa skulle utfärdas [2]). Detta utsträcktes småningom äfven till andra in- eller utländska varor, men ehuru för en och annan stad ovillkorligt påbudet [3]), kunde det i följd af köpmännens motstånd ej genomföras. Så befalltes Rådet med menigheten i Stockholm 1592 att sätta köp på åtskilliga nödvändighetsvaror till lindrande af den dyra tiden och myntets nppkjelpande. Efter oupphörliga sammankomster derom å Rådhuset och slottet måste man slutligen afstå från förslaget [4]).

Hit hör äfven Rådets uppsigt öfver *handtverken* och *skråförfattningarne*, en befattning, som vid prohibitismens hastiga tillväxt blef allt vigtigare och mera omfattande. Man har ej någon visshet om tillvaron af handtverksskrån före St.L., men att sådane redan då funnits, göres sannolikt dels deraf att gillen redan längesedan hos oss bildat sig, dels af Tyskarnes i början af 1300-talet betydliga insteg, dels af en enskilt författning af 1356, enligt hvilken Skräddareembetet privilegierades med fullständigt skråsystem [5]). Grundläggningen till dettas allmänna införande blef mellertid gifven genom St.L:s föreskrift, att hvar handtverkare skulle strängt hålla sig inom sitt yrke [6]). Enligt St.L. inskränkte sig Rådets befattning med handtverken dertill, att det jemte Fogden skulle en gång hvarje månad "gärning thera fornempdo manna, som Skräddare och Skomakare och allehanda gärningsmän, wyrda och läggia efter thy the pröfva tidherna vara", och

---

1) K. Br. af $^{21}/_{2}$ 1587 till Jönköping. Enl. priv. för Stockholm 1594 § 21 var det borgarne tillåtet att "qvarsättia det gods till rätta", hvarmed olaglig handel drefs, och enl. priv. f. Hedemora af 1582 egde de, att lägga beslag på sådant gods och deraf behålla $^{1}/_{3}$ (jfr Priv. f. Åbo $^{8}/_{2}$ 1616). Så äfven Sthms borgare enl. Kbr. om Norrl. seglat. 1589. (Enl. Åbo Privil. 1525 skulle landsköpsvaror, som beslogos på landet, vara Konungens ensak, skedde det i staden, undfick den senare hälften).

2) Kpml.B. XXV, XXVI. Redan St.L. utsätter bestämdt pris på vissa ölsorter (Kpml.B. XXIX). Detta påbud upprepades sedermera ofta: se Kalmare Recess 1474 § 17, K. bref och mandater af 1572, 1575, 1580 (se Stiernman a. st. I, ss. 224, 244, 295. Enl. St.L. fick hvem som helst utsälja dylika varor (Kpml.B. XXVI), men enl. senare förordningar skulle Krögare och Vintappare tillsättas i alla städer.

3) Norrköp. Priv. af 1609 § 6 (Hertzm. och Ringb. II, s. 25).

4) Palmsch. Top. XV (nr Stockholms Tänkebok).

5) Jfr anf. Bidrag t. Sv. Städernas ete. s. 33—35. Klemming a. st. s. 120.

6) KgB. XXI.

den "annorledis än the föreläggia" säljer, pliktar 3 mark [1]). Gör någon "fals å sine gärning", kunna Fogde och Råd bestämma deröfver, huru de vilja. — Genom de följande skråförfattningarne blef burskapsrätten för handtverkare betydligt modifierad: redan enligt det nämnda skrået af 1356 fordrades för burskap inom yrket, att ega till 20 mark Sv. samt att "tillkesas till mästareembete" af Borgmästarne samt yrkets förmän. Från början af 1400-talet och sedermera allt framgent hafva skråförfattningar blifvit utfärdade för de flesta yrken i Stockholm samt derifrån småningom utsträckta till landsortsstädernas handtverkare [2]). Som i lagen naturligtvis ingenting förekommer om rättigheten att meddela dylika privilegier, finner man mycken osäkerhet och obestämdhet i detta hänseende. Under äldre tider hafva dylika vanligen blifvit meddelade af Rådet [3]), stundom in pleno [4]) stundom blott det sittande [5]), än med än utan Fogdens samråd [6]). Någongång finner man äfven under äldre tider konungen sjelf hafva utfärdat skrån: detta blir vanligt från Johan III:s regering. Förändringar af skrån skulle efter beslut inom yrket först tillkännages för sittande Råd och sedan inskrifvas af edsvurna Rådskrifvare enligt Rådets föreskrift [7]). Grunddragen

---

1) Denna värdering modifierades sedermera: i Carl IX:s Hertigdöme skulle hon en gång om året fullgöras af Befallm.män, Borgm. o. Råd med embetenas Åldermän, i Stockholm öfvergick hon till särskilta embetsmän, som kallades Förmyndare eller Bisittare för Embetena. (Se Sthms Emb.böcker. Jfr längre fram). Embetena sjelfva synas hafva fått ett stort inflytande på dessa värderingar, hvilka oftast verkställdes för längre tider i sänder. Jmfr. Flintberg Städers förmoner o. skyldigh. s. 30, Embetzboock udj Stockholm 1546, (Klemming a. st. s. 310), Mandat om köpeordningen på alla varor 1573 (Stiernman a. st. s. 230). Ordin. på alla embetens i Sthm köp och arbetslön af sjelfva Emb. hvart för sig bevilligat 1574 (Palmsch. Top. XIV och Klemming s. 326). Äfven Regeringen sjelf har stundom utfärdat dylika taxor.

2) Någongång blefvo dessa ställde under Stockholmsskråna (så skulle enl. förordn. 1529 Uplandsstädernas Guldsmeder lyda under Verkmästaren i Stockholm). Stundom fingo de egna privilegier och skrån efter Stockholms mönster (isynn. genom Carl IX), se hans allmänna förordning af 1576 (Stiernman a. st. s. 261), hans priv. f. Skomak. i Nyköping 1577, f. Skrädd. d:o 1587, f. handtverkarne i Arboga 1607 (Stiernman ss. 287, 346, 519).

3) Såsom ex. anföra vi ingressen till Bagarenas skrå från början af 1500-talet: "Vi efterskrifne Borgm. med vårt kära Råds råd, fullbordan och samtycke hafve låtit dikta, skrifva och sammansätta Bagarne en Skrå och Rättelsebok." Klemming.

4) Klemming s. 61, 77, 88, 116, 211.

5) D:o ss. 30, 87.

6) D:o ss. 31, 87, 119, 191.

7) Skråna förekomma äfven under benämningen lagböcker, Rätteböcker.

af yrkenas författning voro i korthet följande. De stodo under närmaste ledning af en eller flera Åldermän, hvilka utsågos årligen [1]), vanligen vid Valborgsmässan och af yrkesbröderna sjelfva, men i somliga handtverk af Borgmästare och Råd på hvilken tid som helst [2]). Åldermännen, som hade till biträde vanligen två bisittare, skulle vårda skråets angelägenheter, kontrollera arbetets godhet och föra ordet vid de allmänna "stempnorna", hvilka dock äfven stodo under Rådets kontroll och derföre måste bevistas af två Rådmän, om besluten skulle blifva lagliga [3]). För öfrigt voro de större skråna försedda äfven med särskilta Kämnärer (skattmästare), tänkeböcker o. s. v. Hela skråväsendet med thy åtföljande nya åligganden, såsom uppsigt öfver arbetenas godhet, öfver intrång i privilegierna, öfver oordningar inom yrkena m. m. [4]) underordnades nu Rådet.

En följd af den alltmer tilltagande exklusiviteten inom stadslifvets förhållanden blef Rådets åliggande att noga tillse, det alla stadens innevånare hade sin ordentliga *näring* och att från staden förvisa allt "löst parti", som ej försörjde sig på ett tillfredsställande sätt. Härom skulle enligt senare privilegiibref ransakning anställas af Borgmästare och Råd, hvilka det äfven ålåg att tillse, det alla näringsidkande utgjorde sina utlagor och ej under hvarjehanda förevändningar undandrogo sig desamma. Hit hör äfven skyldigheten att hafva inseende öfver de *enskiltas* tomter och fasta egendom, att de icke kommo i händerna på obehöriga personer såsom Adel och konungatjenare eller utländingar, och derigenom vare sig för kommunen eller staten någon skada uppstode. Härom förekommer dock ingenting i St.L.; först kring medlet af 1500-talet börja förordningar utfärdas häremot. Vi återkomma längre fram till dessa punkter.

Bland Rådets första omsorger såsom den allmänna ordningens handhafvare kan räknas dess öfverinseende öfver stadens *byggnadsväsende*, *gator*, *broar*, *renhållning* o. s. v. Enligt St.L. skulle vid hvarje byggnadsföretag tillkallas de Rådet underordnade tvenne Byggmästarne: längre fram hör man omtalas andra stadens embetsmän

1) En del skrån föreskrifva, att hvardera af de två Åldermännen skulle sitta i två år och en väljas ny hvart år a. st. s. 263, somlige, att Åldermannen skulle väljas ny hvart tredje år s. 251. I Murareyrket skulle Åldermannen 2 år vara en Svensk, men det 3:dje en Tysk s. 89.

2) a. st. ss. 95, 144, 194, 263; 241.

3) a. st. ss. 24, 154, 186, 194. För Arboga handtv. föreskrefvos 1607 4 "Embetessamqväm" om året.

4) Enligt Priv. f. Åbo och Wiborg $^{8}/_{2}$ 1616 skulle Borgm. och Råd till och med ansvara för att staden försåges med nödigt antal handtverkare.

såsom Tomtmätare, Syllesättare o. a., hvilka dervid skulle biträda. Byggnadstvister afgjordes genom 4 af Rådet förordnade män, vare sig dess egna medlemmar eller andre [1]). Alla hithörande förhållanden voro under äldre tider Rådets ensak, från Gustaf I blefvo de äfven föremål för Regeringens omsorg. Vi hafve förut omnämnt de af honom utfärdade Ordinantierna för Wiborg och Stockholm samt deras innehåll, äfvensom Johan III:s statuter för den senare staden af 1570. Förordningar i dessa ämnen utgåfvos af Johan III till stort antal, isynnerhet för residensstaden, och det fortgick så till dess Öfverståthållareembetet inrättades, då alla dylika förhållanden, åt hans uppsigt öfverlemnades. Under äldre tider plägade de vigtigaste punkterna af lagens hithörande stadganden jemte senare tillägg uppläsas årligen vid burspråken, då äfven nya öfverenskommelser gjordes: längre fram skedde detsamma å Walborgsmässorådstugan.

Deri ingick äfven såsom en hufvudsak allt hvad till *stadens säkerhet* hörde, såsom eldsläckningsanstalter och vakthållning. Beträffande de förra skulle enligt St.L. Borgm. och Råd jemte Fogden och stadens 8 Höfvidsmän [2] fyra gånger om året besigtiga brandredskapen [3]; i Stockholm voro äfven Dragarne under Kämnärernas uppsigt förpligtade att biträda höfvidsmännen i detta afseende [4]). "Vård och vaku" skulle enligt St.L. bestridas af alla byamän [5]) i tur och ordning. De tjenstgörande kallades Vårdmän [6]) och stodo på somliga ställen under uppsigt af årligen valde s. k. Vålleskådare (Vårdskådare [7]). Någon allmän beväpning af borgerskapet eller militärisk organisation föreskrifves ej af St.L.; denna har väl så småningom uppkommit ur den allmänna vaktskyldigheten, då tidernas oro öfverallt framkallade allvarsammare försvarsåtgärder och nödgade till allmän borgarebeväp-

---

1) ByggnB. IX.

2) Eller Brandmästare, som de i Tänkeböckerna ofta kallas. De förekomma äfven under benämningen Qvartermästare, ehuru dessa sedermera blefvo särskilta embetsmän för borgarebeväpningen. — I Stockholm fullgjordes brandsynen under 1400-talet vanl. af några Rådmän jemte hvarje qvarters föreståndare: för hvarje gård erfordrades "en föran dräng i huset, vattentunnor för portarne, vattubaljor på taken, så och ämbar till rede och kexe." Sthms Tänkeböcker.

3) St.L. ByggnB. XXII.

4) Stockholms Tänkeb. från 1500-talet.

5) KgB. XV § 12.

6) ByggnB. XXII jfr KpmB. XXX (Åtskilln.).

7) Se t. ex. Arboga stads T.B. i Svea Hofr. Ark. Jmfr Sthms Statuter 1570 § 23.

ning [1]). I Stockholm öfverenskommos 1598 mellan Ståthållare, Befallningsmän, Råd och Menighet 33 punkter, hvarigenom hithörande förhållanden fullt ordnades [2]), i det stadens fänikor förseddes med befäl [3]) och ställdes på militärisk fot. — Till stadens säkerhet lände äfven uppsigten öfver alla främlingar, hvilka värdarne voro skyldiga för Rådet anmäla [4]), ja, 1569 förböds det till och med *vid lifsstraff* att hysa okända personer [5]). Ändtligen skulle Rådet äfven vaka öfver stadens fortskaffningsmedel: tillsätta (enl. St.L. minst två) Tavernare [6]) och hålla uppsigt med dem.

Till administrationen kan äfven räknas Rådets åliggande att inom kommunen upprätthålla *friden* och *den allmänna rättssäkerheten:* för detta ändamål var Rådet berättigadt till flerahanda åtgärder. Till en början var det af St.L. förbudet alla andra än Hofmän och de Byamän, som besutto eget arf, att under fred bära "Stekametz eller annor vapen" [7]) inom stadens område. I Nylödöse förbödo Privil. 1573 § 22 att bära "färdelsvärjor" med straff af torn och jern på en månad, eller lifvets förlust, om någon skada dermed gjordes [8]). Uppkom tvist mellan byamän, som innebar vådor för den allmänna säkerheten, hade Rådet jemte Fogden rättighet att lysa frid dem emellan, så att "ingendera skulle den andre qvälja i ord eller gerningar" vid vite af 40 mark eller ock vid lif och gods [9]). Vidare egde Rådet att utfärda lejdebref med uppgift af ändamålet med detsamma [10]). — Öfver sina underordnades uppförande skulle såväl Fogden som Rådet hålla noggrann uppsigt och straffa dem

---

1) Redan på 1400-talet skulle vid brandsynen äfven ransakas om borgarnes harnesk och värjor m. m. (Stockholms T.B.) och staden underhöll flera militäriska tjenstemän såsom Bysseskytter, Pulvermakare m. fl.

2) Palmsch. Top. VI och XV.

3) Utgjordes till en början af 1 Höfvidsman (kallades 1612 Stadens Hopman) med sin "Luthenant", en Öfverste-vaktmästare, 7 Krigsråd, 2 Fennikar (Fänrikar) med hvar sin Luthenant, 1 Rumormästare, 8 Qvartermästare, 1 Förer, 1 Munsterskrifvare, 4 Brandmästare, 4 Rådmän och 4 Borgare samt 1 profoss.

4) Både för Slottsfogden och Borgmästarne enligt Stockholms Statuter 1570 § 28; afresan skulle anmälas för Slottsfogden.

5) RRegistr.

6) KgB. XIII. I Stockholm förordnades vanl. 2 Tavernare för hvart och ett af de 4 qvarteren.

7) RådstB. XXXIV. Inför rätten fick ingen uppträda med värja.

8) Nordin. Saml.

9) RådstB. XIV. Detta kallas ofta i Tänkeböckerna att lysa Konungsfrid: vitena voro olika, så förekomma 100 D. hvitt mynt till Kon:s ensak, 500 D. o. s. v.

10) KgB. XXIV. Enl. Priv. af 1436 skulle ingen "leigdas eller felias" in i Stockholms stad utan Rådets samtycke.

"som andre män och ingen nåde medh them göra" [1]). Å andra sidan voro äfven Fogden och Rådet jemte alla som användes i stadens tjenst genom högre straffbestämmelser skyddade för öfvervåld: den olofligen talar om Fogde eller Råd, böte efter olika gradationer [2]) eller i brist derpå "warde slagin wider stupona och flye sidhan stadhen", kommer han åter, miste tungan [3]). Härtill lades i senare förordningar flera höjda straffbestämmelser: så stadgades 1357, att de som göra "flock och sampnad" på Fogden och Rådet eller en deribland, skola mista lifvet; tillkommer dråp eller misshandling, miste de lif och gods, det senare konungens ensak [4]). Dessa lagbud blefvo sedermera genom enskilta privilegier upprepade och skärpta [5]). — För den allmänna säkerheten till egendom skulle Rådet från Staden förvisa alla afstraffade tjufvar, som stulit två öre eller derutöfver; kommo de åter, miste de lifvet [6]). Vidare egde Borgmäst. och Råd att för gäld bysätta alla [7]) utom Konungens Råd eller sändemän, Riddare och Prester; bysättningen kunde dock blott ske genom två byamän [8]). Genom privilegier fritogos dock bofaste borgare i vissa städer (t. ex. Stockholm, Lödöse) från allt slags häktelse utom i högmåls- och edsörebrott [9]). Slutligen erhöll Rådet i några städer med anledning af Adelns missbruk och öfvervåld i gästning [10]) rättigheten [11]) att med Fogdens biträde i fängsligt förvar för-

---

1) RådstB. XXXIII.

2) Högre böter för lastande af Borgmästaren och inför sittande Råd.

3) KgB. XII: den som falskeligen sätter i gång elakt rykte om Fogde eller Råd, böte 80 mark eller miste hufvudet.

4) Edsöre B. XXVII.

5) T. ex. i Stockholms priv. 1456, 1529, 1563 § 37: öfverfaller någon Borgmäst. och Råd med hugg och slag, miste lifvet; antastar han dem falskeligen till heder och ära, blifve ärelös och straffes efter St L., brukar han "onyttig mun" mot dem, straffes med fängelse. Lika lyd. i Norrköpings Priv. $^{1}/_{12}$ 1572 § 9, i Upsalas af 1570 § 11 och Nylödöses af 1573 § 21.

6) Tj.B. III. Samma behandling voro de underkastade, som röfvat sig hustru. GftmB. V.

7) Särskilt nämnes i Stockholms Priv. 1563 § 26: köpmän, bönder och annat folk.

8) RådstB. XVIII. För landtmän, som i staden hotades med bysättning, skulle Fogden till vidare gå i borgen, d:o XXIII, utländingar skulle hållas i "stadsens gömmo", tills deras gods kom.

9) Se Priv. f. Stockholm 1494 § 1, 1563 § 30, 1570 § 13 o. Priv. för Nylödöse 1573 § 17.

10) Ang. våldgästningen i städerna jmfr Priv. f. Upsala 1570 § 9, Kongl. Patentet af 1572 (Schmedeman s. 57), Priv. för Norrköping 1592 § 8 och 1609 § 10 m. fl.

11) T. ex. i Stockholm genom K. Br. $^{19}/_{7}$ 1585.

sätta alla, som utan Konungens bref pockade på fri gästning och skjuts i städerna [1]).

I sammanhang med Rådets nu anförda befogenhet står äfven dess skyldighet att vaka öfver tukt och *offentlig sedlighet* inom staden, ett fält, der Rådet var i tillfälle att betydligt utvidga sin myndighet och äfven inträngа på det enskilta lifvets område. Uppslaget härtill var gifvet genom St.L., som innehåller den första detaljerade förordning mot öfverflöd och lyx i mat och klädedrägt [2]), förmodligen till största delen hämtad från Lübska rätten [3]). Deri var noga bestämdt antalet både af måltider och af "diskamåth" för hvarje särskilt slag af gästabud, hvarvid dock Fogde och Råd egde makt att i någon mån dispensera från lagens stränghet. I öfverensstämmelse med tidens anda fortgingo de styrande i samma riktning, ehuru man hos oss ej finner någon långt drifven luxus-reglementering hvarken från kommunalmyndigheternas eller Konungamaktens sida, förr än under Johan III, hvilken konung utfärdade flera både allmänna och enskilta stadgar till afstyrande af öfverdrifter i mat och kläder, i synnerhet för Stockholm [4]), till dess kring medlet af 1600-talet landet öfversvämmades af en stor mängd vidlyftiga och pedantiska förordningar i samma syfte. För sedlighetens vidmakthållande egde ock Rådet enligt St.L. makt att brännmärka med vissa yttre tecken i klädedrägt [5]) o. a. d. eller förvisa från staden vanryktade personer [6], samt enligt praxis i vissa

---

1) Ett annat vanligt missbruk af Adel och Kons tjenare, der icke Rådets myndighet förslog, utan Kons skydd vanligen måste anlitas, var att tvinga byamännen till utborgande af varor och sedan uraktlåta betalningen. Så klaga Norrköpings borgare 1595, att, då de neka dem kredit eller kräfva för borgadt gods "varda de med sträng bestraffelse afspisade och i deras egna hus samt köpestugor på förskranket med käppar samt snidare-piskor på undertröjan ganska okristeligen slagne och marterade." Sådant förbjudes strängeligen i Stockholms Priv. af 1570 § 19, Linköpings af 1571: ("ingen må med snurckan och pockan, hot eller undsägan truga sig till varor"). Jfr Norrköpings Priv. af 1572 § 10, af 1609 § 11 (sådant skall straffas såsom våldsverk).

2) GiftB. VII.

3) Derpå häntyder åtminstone den föreskriften, att gästabudsvärden skulle efteråt på Rådstugan inför Fogde och Borgm. svära, att han iakttagit stadgan, hvilket var bruket i Lübeck, Hamburg, Wismar m. fl. Frensdorff s. 152.

4) Se Kbr. till Sthm af 1589 om klädedrägt och gästabud; af 1585 om qvinnfolks klädedrägt och brudars utpyntande, se Stiernman a. st. ss. 337, 354.

5) T. ex. förbjuda qvinnor att bära skarlakansmantel eller guld och bräm på kläderna o. s. v. Sthms Tänkeböcker.

6) GiftB. X, Dobbl. B.-Rådet brukade sedermera närmare qvalificera denna förvisning: på vissa mils afstånd från staden, vid hals till görandes eller vid hudens mistning, om han återkommer o. s. v. (Stockholms Tänkeböcker).

fall att anställa undersökningar om den allmänna sedlighetens tillstånd [1]).

Äfven till *familjen* och dithörande förhållanden sträckte sig Rådets kontrollerande myndighet. Så skulle t. ex. Rådet förordna 6 gode män vid arfskifte, till hvilka i fall af behof kunde adjungeras 2 Rådmän [2]). Vidare skulle Borgmästarne med Fogden utreda skyldskaper i tvistiga fall, äfvensom vaka öfver omyndigas rätt och, i fall fränder saknades, förordna två (eller flere) byamän att sköta förmynderskapet, hvilka årligen för Rådet skulle aflägga redogörelse för sin förvaltning [3]). I sammanhang härmed nämna vi, att med tiden äfven fattigvården, hospitaler ("sjukestugor") och välgörande inrättningar ställdes under Rådets förvaltning och uppsigt [4]), hvari detsamma på somliga ställen biträddes af särskilta embetsmän, som kallades de fattiges Förmyndare.

En högst besvärlig och vidtomfattande afdelning af Rådets verksamhetskrets var den *finansiella*, hvilken naturligtvis växte allt mer vid den stigande utvecklingen och synes hafva förorsakat de största svårigheterna, de flesta förvecklingarne såväl i förhållande till kommunens medlemmar som till Regeringen. Enligt St.L. skulle stadens särskilte uppbördsmän (deribland äfven Rådmän) hvarje år, åtta dagar före Valborgsmessan, göra Fogde och Borgmästare räkenskap, sedan de upptagit stadens "ingälder" [5]). Enligt senare förordningar för Stockholm (1598, 1608) skulle äfven Borgmästarne deltaga i den första uppbörden [6]). Derpå synes Rådet, förmodligen vid Valborgsmessan, hafva gifvit menigheten en öfversigt af den finansiella ställningen, ehuru detta ej torde varit dess skyldighet [7]). Räkningarne skulle föras af

1) Så anbefalldes stundom Kämnärerna, feminas per urbem mulgere, ut deprehenderetur si qva peccasset. Detta bruk har fortfarit i Stockholm ännu vid medlet af 1500-talet och i landsortsstäder ända in på 1700-talet. (Se t. ex. Stockholms, Köpings Tänkeböcker).

2) Erfd.B. X.

3) Gift.B. XV.

4) Se t. ex. Kbr. till Wadstena 1532 (Stiernman a. st. I, s. 30), Ordin. för Sthm 1557 § 15, Kbr. till Arboga af 1545 (Lohman a. st. s. 111).

5) KgB. XVIII.

6) RRegistr. Jmfr ang. stadens uppbördsmän längre fram.

7) I ett bref af 1425 till Kon. från menigheten i Åbo heter det: "beträffande böckerna och räkenskapen, så hafver menheten dess aldrig varit begärande af Rådet, utan Rådet hafver oss budit räkenskap hvart år." Grönblad l. c. s. 42. Längre fram anbefalltes Rådet att för vissa inkomster redovisa inför menigheten: se 1600 års Tullordning.

Stadsskrifvaren [1]), ehuru detta åliggande under 1500-talet flerstädes öfvergick till andra; utgifterna synas under äldre tider uteslutande hafva bestämts af Rådet och förnämligast Borgmästarne [2]), ehuru St.L. derom ej säger mer, än att det skulle ske på två vissa tider om året, samt att Rådet egde bestämma lönen för vissa underordnade tjenstemän. Denna St.L:s obestämdhet rörande en så vigtig punkt och Rådets uteslutande befattning med "fateburen", hafva i det följande förorsakat åtskilliga ledsamma uppträden och förvecklingar, splittringar mellan kommunen och hans styresmän, anklagelser mot dessa och regeringens inblandning [3]). Också synes Rådet i följd af bristen på redovisningsbestämmelser och på kontroll från kommunens sida flerstädes hafva oförsvarligt förvaltat stadens medel. I följd af regeringens ingripande erhöllo i några städer Konungens Befallningsmän en viss kontroll äfven öfver uppbörd och utgift [4]); någongång har redovisningen äfven för stadens enskilta inkomster blifvit öfverflyttad till Konungens Räkningekammare [5]).

Utom kassan stodo äfven andra stadens gemensamma tillhörigheter och offentliga handlingar under Rådets vård; dit räknas af St.L. först och främst: "Stadsens Insigle, Book eller Privilegia", hvilka voro särskilt anförtrodde åt de båda sittande Borgmästarne [6]). *Sigill* befinnas några städer hafva egt redan i slutet af 1200-talet och början af 1300 [7]). Längre fram meddelades vanligen i sjelfva Privil.brefven dylika insegel. Stadens *märke* (föreskrifvet af St.L.) [8]) var sannolikt ett aftryck af inseglet [9]). Med *Stadens bok*, som på flere ställen i

1) KgB. XVIII.

2) I Stockholms anf. skatteregister heter det esomoftast: Borgmästaren N. N. annammade af fateburen i gode mäns närvaro så och så stor penningesumma, som han utgifvit till följande o. s. v.

3) Ex. från Jönköping af 1377, (Handl. Skand. Hist. XXXII s. 374), från Upsala af 1583 (Upsala priv. bok): ingen redovisning gjord på 15 år o. s. v.

4) I 1557 års Ordin. § 14 stadgades för Stockholm, att all utgift skulle ske med samtycke af Kon:s Befallningsmän, hvilket ytterligare påbjöds 1598, 1602 och 1608 RRegistr.

5) Ses af Kbr. till Upsala Befallningsman 1583 (stadens Priv.bok).

6) KgB. III. Äfven dessa förvarades i fataburen, hvilken stundom reviderades af utsedde personer (Palmsch. Top. VI). — Enl. Kalmar Priv. 1/3 1598 skulle stadens "signet" förvaras af 1 Borgm., 1 Rådm. o. 2 af menigheten med hvar sin nyckel.

7) Ex. anföras af Reuterdahl Sv. kyrk. hist. II, 1, s. 295.

8) KgB. XVI §. 1. Äfven kalladt bytecken (i Sthm 1457: Palmsch.).

9) Somliga städer t. ex. Sthm hafva begagnat flera olika sigiller för olika ändamål. Stockholms äldsta och största kallades för "klämman." Elers a. st. s. 233.

St.L. omtalas, menas än stadens lagbok, än Tänkeboken eller Protokollen [1]). *Lagboken* skulle af Rådet skyddas för obehöriga tillägg eller förfalskningar [2]): att detta åliggande ofta blifvit försummadt, finner man dels af exempel på orätta lagböckers begagnande [3]), dels af klagomålen i Gustaf Adolfs konfirmation 1618. — I *Protokollsboken* skulle enligt St.L. inskrifvas alla, som vunno burskap äfvensom fastighetsförvärf der *kunde* införas. Omkring 1380 förekommer först en stadstänkebok (i Kalmar); i början af 1400-talet omtalas "Stadsboken" i Stockholm och af inledningen till denna stads äldste förvarade protokoll af 1420 får man veta, att deri skulle efter Rådets samtycke uppskrifvas alla gårdar och tomter, som köptes, skiftades, ärfdes eller pantsattes samt andra ärender "som evärdeliga skulle blifva" [4]). Ingenting annat skulle i stadsboken inskrifvas, än det som anbefalldes af Borgmästare och Råd [5]). Att under äldre tider alla städer varit försedda med Tänkeböcker (såsom de från 1400-talet vanligen kallas och intill medlet af 1600-talet), är icke sannolikt: de äldsta ännu bevarade äro från Kalmar (1381, 1384, 1402—1490) [6]), Stockholm

1) I förra meningen KgB. III, XV § 8; Rådst.B. VI — i den senare KgB. XV § 3, JordaB. VI. — I KgB. XV, 3 fattar Arnell boken liktydigt med "Borgerskapsmatriculen": en särskilt sådan fanns dock icke i äldre tider.

2) Förmodligen till kontrollerande häraf samt af lagens rätta tillämpning skulle lagboken årligen på bestämd tid uppläsas (KgB. XXIII). Detta kom dock sedan ur bruk: i dess ställe brukades i somliga städer (t. ex. Gefle) att uppläsa ett extract af lagen. Gefle Domb. i Sv. Hofr. Ark.

3) En Rådman i Jönköping dömdes 1377 att mista hud och båda öronen, emedan han begagnat en lagbok mot Rådets vilja och dermed gjort dem skada. Handl. Skand. Hist. XXXII, s. 373.

4) Rådet "stadhgadhe thessa hær book fore ena stadzbook aff thy at the førræ stadz bokin forfoors ok npbran, swa at i hænne skal scrifvas ept forde Borgm. ok Radhmanna samthykkio alla gardatompter ok hus som hvar af androm faar antiggia mz køp ellr skipte ellr androm giælgulne wardhe ellr giffne ellr i arff kunno falla hulkoledhis thet hænda kan the fridz skillinger aa giffs ok al annor ærande ok maal som awærdhelikom skulle bliwa ok wara."

5) Beslut af Sthms Råd 1474 (Palmsch.).

6) Förvarade å Upsala Univ. Biblioth. De innehålla några få anteckningar för åren 1381 och 1384 skrifna på Platt-tyska, äro från 1402 sammanhängande och intill 1421 skrifna på Latin, derefter intill 1490 på Svenska. De innehålla blott uppbud, köp, skiften, pantsättningar: någon enda gång förekomma tvistemål rörande dylika frågor, aldrig brottmål. En lista är bifogad på dem "qvi sunt cives effecti." De börjas med öfverskriften: Dit is des stades Kalmeren Denkebook. Vi anföra några utdrag såsom exempel på form och innehåll — 1381: Witlik sey dat N. N. heff fastfaren wnd wpghelaten N. N. eyne hoff dye beleghen is wpp de smedestraten to besittende alz des stades recht wt wiset, den voreschr. hof kofte N. N. vor LXXX mr

(från 1420) [1]), Norrköping (början af 1400-talet), Arboga och Jönköping från 1452 och 1456. Utom ofvannämnde ärender började äfven på somliga ställen, (t. ex. Stockholm, Jönköping), rättegångssaker i tänkeboken införas, hvilket från 1500-talet öfverallt blef fallet. Alla stadens angelägenheter såväl de administrativa som de judiciella, ja till och med privata eller historiska anteckningar, sammanfördes sedan deri och det är först efter 1615, från hvilken tid domböckerna skulle till Hofrätten årligen inskickas, som man på några ställen finner rättegångssaker skilda från de öfriga ärenderna.

Sådana voro i korthet grunddragen af den administration och politi, som under 1400- och 1500-talen gjorde sig gällande i de Svenska städerna. Huru de administrativa funktionerna inom Rådet voro fördelade, om de tillhörde alla dess medlemmar eller blott en afdelning deraf, är en ganska svårlöst fråga. Då St.L. häri icke gifver någon ledning, måste vi rådfråga analogier samt enskilta städers handlingar. I Lübeck deltog det gamla Rådet med det nya (båda utgörande "dhe gemene l. ganceme rat") i all lagstiftning, i utfärdande af förordningar och privilegier, i dispositioner af stadens egendom samt andra vigtiga ärender [2]). Likaledes i Wisby skulle hela Rådet höras i några vigtigare mål, särskilt nämnes i lagen nya rättsbestämmelsers utfärdande [3]). Något dylikt har säkerligen egt rum i våra städer: i allmänhet kan man antaga, att alla hithörande frågor, som af St.L. lemnats oafgjorda, i praxis bestämdes efter Tyska sedvänjor. Härtill kommer, hvad som till stöd härför kan hämtas ur enskilta städers urkunder. Att till en början samtliga Rådet deltagit i alla rent politiska förhandlingar, som under äldre tider någongång förekommit, ser man af flera exempel [4]). I Stockholm hör man ofta talas om "allt menige Rådet", "mene Rådet", "ganske menige Rådet" o. s. v., hvilket deltagit i sådane angelägenheter, som t. ex. stadfästande af embetsskrån [5]), granskning af uppbörden [6]), utfärdande af en och annan

---

lubisch. — 1402: Noverint omnes, qvod die N. N. civis N. N. in consistorio coram advocato et consulibus publice constitutus impignoravit fundum suum etc.

1) Förvarade å Kongl. Bibliotheket i Stockholm.

2) Se Frensdorff s. 119, 120; Hach das altc Lübische Recht s. 371.

3) Wisby St.L. I, 1, § 9. Jfr Schlyters Gloss. voc old.

4) Se t. ex. anf. br. från Kalmar af 1389, Stockholms Tänkeböcker m. fl.

5) 4 Borgm. med allt Rådets fullbordan och samtycke 1479 och 1501. Klemming a. st. s. 61, 116, jmfr s. 77, 211 m. fl.

6) Stockholms Skattercgister (Ekdahl a. st. s. 1380, 1424 m. fl.).

stadga [1]) eller afgörande af något annat vigtigare mål [2]). Äfven i ransakningar finner man det gamla Rådet hafva deltagit och afgifvit yttranden [3]). Mellertid hafva ofvannämnda ärender ofta blifvit afgjorda *blott* af det sittande Rådet: någon bestämd grundsats har således i detta fall icke herrskat, utan omständigheterna fått bestämma den ena eller andra proceduren.

Till administrationens och politiens fullständiga handhafvande erfordras en ganska vidsträckt myndighet. Deri ingår först och främst en viss *lagstiftningsmakt* inom ifrågavarande område, rätt att utfärda förordningar och polisstadgar. Derutöfver har väl icke, med få undantag, i våra städer Rådets lagstiftning sträckt sig. Äfven i Hansestäderna var denna sida från början den enda, men med det växande oberoendet af hvarje öfverordnad myndighet utvidgade sig området för Rådets lagstiftningsmakt och blef slutligen i formell mening oinskränkt. Så innehålla de Lübska Statutsamlingarne en fortgående utbildning af rättens samtliga afdelningar [4]). Äfven i Wisby-Lagen, ehuru denna stad vid lagens utfärdande var med starka band fästad vid konungamakten, tillägges Rådet rättigheten att för mål, som ej äro i lagen upptagna, omedelbarligen inskrifva i lagboken de nya bestämmelser, som Rådet in pleno beslutat [5]). Huru långt det Svenska Stadsrådets lagstiftning i sjelfva verket sträckt sig, är svårt att afgöra. St.L. innehåller härom blott följande ord i KgB. VII: "Tho skulu the pröfwa ok rådha all mål, förr än the nokon stadga ther å göra." Sedermera tillägges härom i Stockholms Priv. 1436, att Rådets påbud skall varda hållet stadigt och fast [6]), samt i Kbr. till Stockholms Råd $^{18}/_{2}$ 1578, att Rådet med Befalln.männens tillhjelp har makt "att ordna och stadga hvad som kan vara staden uti en god ordning" [7]). Dessa obestämda stadganden hade kunnat medgifva en ganska vidsträckt lagstiftning, om städerna i allmänhet befunnit sig på en högre ståndpunkt, om bildningsgraden hos stadsstyrelsen varit större och lagskipningen mer regelbunden och ordnad, så att en säkrare praxis kunnat upp-

1) Se t. ex. Palmsch. Top. VI i slutet.

2) I Olai Petri Tänkebok f. 1529 heter det på ett ställe: "Efter vår nåd. herres bef. såto 7 gode herrar af R. Råd för rätta med *ganska menige Rådet* till att uträtta några saker som voro skjutna inför R. Råd."

3) Olai Petri T. B. på flera ställen.

4) Frensdorff s. 126, 164.

5) Wisby St.L. s. I, 1, § 8.

6) "Det de skäligen bjuda" tillfogas i 1529 års Priv.

7) Nordinska Saml. Hist. Urb. Sv.

komma. Sannolikt har man hos oss inskränkt sig till en och annan förordning i processen samt för öfrigt ekonomi- och politi-bestämmelser. Till det senare slaget höra skråförfattningar, byggnadsordningar [1]) samt de flesta stadganden i de så kallade *Burspråken.*

Dessa voro af Tyskt ursprung (Burspraken) och uppkommo i de flesta Hansestäder kring medlet af 1300-talet. Som sjelfva namnet antyder, voro de egentligen sammankomster mellan borgarne angående kommunalärender [2]), sedermera öfverflyttades benämningen på de vid sådana tillfällen öfverenskomna stadgar, som sedvanligen af Rådet pålystes å bestämda tider af året. Af dessa stadgar voro en stor del permanenta, nemligen de vigtigaste, som borde inpräglas i minnet och derföre återkommo vid hvarje burspråk, hvartill lades de för hvarje särskilt tillfälle af behofvet påkallade. När dessa burspråk först brukades i Svenska städer, kunna vi ej uppgifva, ej heller hafva vi funnit spår af namnet för någon annan stad än Stockholm. Der omtalas burspråk från medlet af 1400-talet: från en liten utbyggnad [3]) på gamla Rådstugan (vid Stortorget) plägade Rådet [4]) tilltala den på torget församlade menigheten och afkunna påbud eller som det hette "lysa burspråk." Detta skedde väl vanligen vid Valborgsmässan. Ett ännu bibehållet burspråk af $^{30}/_{4}$ 1575, som äfven blifvit af Konungen bekräftadt [5]), innehåller en mängd korta rättssatser och påbud rörande handel och näringar, ordning och politi m. m., sammandragne, som det säges, ur lagen och Stockholms gamle statuter. Namnet för-

---

1) Som redan är nämndt, började kring medlet af 1500-talet sådana utfärdas af Konungen, isynnerhet för Stockholm. Enl. Christian II:s Ordinans af 1522 skulle i de Danska städerna Rådet med Konungens Skultus ega att utfärda nya Statuter, som dock blott för ett år gällde utan K. M:s stadfästelse: Colling de jure Sculteti p. 14.

2) Kallades på Latin civiloquia. Strinnholm härleder ordet oriktigt af Baursprache (Sammandrag af Sv. Hist. II. s. 782), förmodl. med afseende på den utsträckning, ordet sedermera fick hos oss, i det med burspråk menades de allmänna vid marknadstillfällen o. s. v. förekommande rådplägningarne. I denna betydelse tages ordet t. ex. i Telge stadga af 1491, der sådane burspråk förbjudas. Hadorph Gambla Stadg. s. 68. Jfr dens. Bih. till R. Krön. s. 371.

3) Som deraf fick namnet burspråket: Elers l. c. I. s. 88.

4) Äfven Regenterna brukade utlysa och hålla dylika burspråk, isynnerhet Sturarne.

5) Se Palmsch. Top. XV: Extract af några förnämlige puncter i lagen och Sthms stads gamle statuter, hvilke i förtiden årligen plägade på Burspråket blifva afläsna, dem man aktar allom till rättelse uppslå i tolboden eller vågen, af K. Johan samtyckte och confirmerade $^{30}/_{4}$ 1575. De börjas med följ. ord: "I Stockholms stad efter gamblum stadga lyses här burspråk."

svann snart derefter, men saken qvarstod under annan form, i det att Rådet emellanåt på allmänna Rådstugor "föreställde menigheten några puncter till efterlefnad, af ungefär samma innehåll, som de förra Burspråken [1]). Detta var äfven i andra städer brukligt, ehuru dylika stadgar der plägade framställas mer som förslag än som påbud. — Till administrationen hör vidare rättigheten att för nödvändiga kommunalbehof pålägga stadens medlemmar vissa *skatter*, dock under kontroll och med mycken inskränkning [2]). Slutligen förenar sig dermed äfven en *administrativ justis* till upprätthållande af hithörande lagstadgandens kraft och åtlydnad. Detta var i de Nordtyska städerna utgångspunkten för Rådets jurisdiktion, hvarigenom det småningom inkräktade allt mer och mer på Fogdens rättsskipning.

Äfven hos oss var väl denna på många ställen den enda Domaremakt som utöfvades af Rådet, innan St.L. utfärdades och medan det gamla Svenska rättegångssättet ännu fortfor att gälla. Hon bildar derföre en passande öfvergång till

bb) *Rådets lagskipande myndighet.*

Liksom i Lübeck och andra Nordtyska städer Rådets jurisdiktion utvecklade sig bredvid den egentliga och ursprungliga domstolen eller Fogdens och slutligen stod såsom en öfverordnad i förhållande till den senare, så har äfven i Svenska städerna en ursprunglig rättsinstitution småningom fått vika för det efter främmande mönster uppträdande Rådet. Men då i Lübeck Fogderätten äfven framgent qvarstod såsom den ordinarie domstolen och Rådet endast tillegnade sig uppsigt deröfver samt vad derifrån, äfvensom uteslutande jurisdiktion öfver alla mål, för hvilka det sjelft stiftat lag [3]), så försvann deremot i de Svenska städerna den forna nämndedomstolen och uppgick i den nya. Dock icke utan att lemna några spår efter sig. Liksom domstolsnämnden sannolikt uppkommit ur edgärdsmannanämnden genom en potentiering deraf, så qvarstod efter den förras bortfallande i städerna den senare [4]) i full kraft såsom det Svenska elementet i rättsväsendet. Så finnas i St.L. både Tre-, Sex- och Tolfmannanämnder [5]) föreskrifne, de förra blott i några mindre brottmål, såsom dobbel, olofligt tal om Fogden

1) Sthms Tänkeböcker från 1600-talet.

2) Denna rättighet har oss veterligt ej blifvit uttryckligen tillerkänd Rådet förr än uti Gustaf Adolfs privill. af 1620.

3) Freusdorff a. st. 124 ff., 168 ff. m. fl.

4) Förekommer under flera namn, edgärds- och laggärdsmän, värjes- eller värningsmän.

5) KgB. XII, XIV; Dobbl. B.

eller Rådet, olofligt procurerande m. m., den senare i svårare brottmål och lifssaker [1]), efter olika grader. Oftast förekommer Tolfmannanämnd för dulsmål [2]), någongång för nämndamål [3]), mycket sällan skulle hon utses af Fogden och Rådet [4]). I St.L. saknas icke uttryck, som ställa Rådmännen i analogi med Nämndemännen: så talas i Rådst.B. III om "Borgmästarne, som domen dömde, och Rådmännen, som närvoro, då domen dömdes" [5]). På sådana enstaka uttryck får man dock icke lägga mycken vigt.

Rådsdomstolen bestod enligt St.L. af Fogden [6]) eller hans ombud och de det året sittande Borgmästare och Rådmän, ehuru äfven de öfriga der haft säte och stämma, då de infunnit sig [7]). För öfrigt finner man i städerna och isynnerhet Stockholm tillfälligtvis äfven andra organisationer af domstolen, uppkomna genom godtyckligt adjungerande af utomordentliga medlemmar: så i Stockholm 1525 en blandad rätt af 15 frälsemän med Fogde samt Råd, att döma en förrädare, och sedermera framgent under hela 1500-talet äro Stockholms Tänkeböcker uppfyllda af exempel på olika sammansättningar. Än hafva ett större eller mindre antal Riks-Råd deltagit i angelägna rättegångsmål, än några af dem, som sutto i Slottslofven [8]). Till förekommande af missbruk i detta afseende anbefallde sedermera Rättegångsordinantien af 1614, att alla, som deltogo i rätten, skulle aflägga domareed [9]).

Rättens ordinarie ledamöter, som "sutto för råd och rätta", eller "hade sitt sittande det året" [10]), voro förpligtade att infinna sig på gifvet tecken å Rådstugan tre dagar i veckan [11]) och dessutom så ofta

---

1) I Tänkeböckerna heter det vid dylika tillfällen, att der "sattes en Tolfmannanämnd oppå bänkia": Jönköpings T.B.

2) Se Registret i 1660 års uppl. af LandsL. på Tolfmannaed.

3) E.Ö.B. XI, HgmlB. X, XI.

4) HgmlB. I, jmfr XI.

5) Jmfr KgB. XIII, § 1: "Borgm., som det året sitta och döma, och Rådmän, som med dem sitta."

6) Fogden synes i vissa mål (ss. landsköp o. a. d.) hafva i några städer ensam skipat rätt: så i Stockholm å Fogdestugan (Palmsch. VII). Enligt Åbo Priv. 1525 skulle byamän i dylika mål instämmas för Fogden *eller* Borgmästarne (Stiernman a. st. I, s. 12).

7) I RådstB. II heter det blott: *"särlika* the B. ok R. thet året sitia" etc. Man finner till och med någongång, att en af de forne Borgm. fört ordet i rätten.

8) Ex. samlade ur T.B. hos Palmsch. Top. VII.

9) § 6. — Schmedeman Justitiæverk s. 135.

10) Kallas äfven stolebröder, Assessores o. s. v. Sthms, Upsala T.B.

11) I Sthm gällde af gammalt den seden, att, då en Rådman uteblef på bestämd

Fogde och Borgmästare kallade [1]). Detta påbud upprepades sedermera flera gånger [2]), och böterna höjdes betydligt i 1614 års Rättegångs-Ordin. [3]). Vare sig att orsaken var försumlighet eller brist på mål, säkert är, att i många städer, äfven betydligare, ännu under Gustaf Adolfs regering blott höllos 3 à 4 Rådstugudagar om året [4]), och längre fram finner man vissa år i några af de minsta städerna blott *en* session [5]). I Rätten fördes ordet af Borgmästarne [6]) eller i deras frånvaro turvis af Rådmännen, och hela Rådet deltog efter Tysk sedvänja i domens afkunnande, likaledes Fogden, ehuru som vi förut visat hans ställning i detta afseende började blifva tvetydig mot slutet af perioden Då Gustaf Adolf i 1614 års Rättegångsordning förböd sina Ståthållare och Befallningsmän att "kasta sig upp för domare och confundera sitt och Häradshöfdingarnes embete", så var väl hans åsigt densamma om städernas Befallningsmän, ehuru lagen och traditionen der förorsakade betänkligheter, och då borgerskapet vid 1614 års Riksdag begärde, att Befallningsmännen äfven i städerna skulle förbjudas blanda sig i domares embete, svarade Kon. temligen obestämdt, att de förra "icke skulle befatta sig med Borgm. och Råds embete, hvad deras enskilta rättigheter vidkom" [7]). Obestämda och sväfvande voro ock hans första Ståthållare-instruktioner, der det heter, att Ståth. skola "vara tillstädes på Rådstugan i vigtiga saker", eller "närvara alltid å Rådstugan uti alle domar" o. s. v. [8]).

---

tid, skulle han bestå en kanna Spanskt eller Rhenskt vin på hvar och en af medbröderna. Palmsch.

1) RådstB. II. St.L. omnämner i detta kap. 3 slag af kallelser: 1) Borgm. och Fogde kalla till Rådstugan till biträde i Rätten: böter för uteblifvande tillfalla dels F. och B., dels Kon. och Staden (§ 1). 2) F. o. B. kalla någon att stå till rätta: böter till Kon. och Staden (§ 3). 3) Borgm. kalla till allmän Rådstuga: böter till Rådets ensak (§ 4).

2) Stundom inskränktes dervid antalet af Rådst.dagar till en i hvar vecka: Ordin. för Wiborg § 54 (H. Finl. Hist. I, 318).

3) Se Hert. Carls Patent af 1593 § 2. Rätteg.Ordin. § 3.

4) Så i Westerås under förra delen af G. Ad:s regering; i Hedemora 1615 blott tre mål afdömda: T.B. i Sv. Hofr. Ark.

5) Så i Öregrund och Östhammar 1638, i Trosa 1654. — D:o.

6) Man finner i T.B. icke spår af någon turvexling eller embetsfördelning mellan de sittande B.

7) Se Hallenberg Gust. Adolfs Hist. III, s. 151.

8) Instruct. för Ståth. i Åbo $^{15}/_{6}$ och i Kalmar $^{28}/_{11}$ 1616.

Rådet utgjorde icke någon strängt sluten domstol: i fall af behof kunde Rådmännen ersättas af några tillkallade byamän [1]), ett nytt drag, som påminner om landsrätten. I några städer funnos till och med särskilt valde Rådmans-suppleanter eller s. k. Bisittare, som inträdde vid de ordinarie ledamöternas frånvaro [2]). Ändtligen var det i somliga städer gammal sed, hvilket ock påbjöds vid plikt, att hela borgerskapet skulle infinna sig alla rättegångsdagar å Rådstugan [3]), sannolikt till föga båtnad för rättsskipningen. Något bestämdt antal närvarande ledamöter erfordrades icke för fullsuten rätt: af T.B. befinnes, att stundom blott Borgmästarne med en eller två Rådmän hållit rättegång.

Beträffande omfånget af Rådsdomstolens *befogenhet* egde han att upptaga och afdöma dels i första instansen instämde, dels från underrätten appellerade civil och kriminalmål i de få städer, der sådana underrätter funnos. Vissa högmålsbrott såsom uppror och afvog sköld, voro förbehållna till Konungens nämnd [4]); angående lasteligt tal om Konungen eller hans Råd stod det Rådstufvurätten fritt att afdöma målet eller skjuta det under Konungen [5]). Enligt Johan III:s bref till Sthm $^{18}/_{2}$ 1573 skulle den föreskriften iakttagas med *alla* högmålssaker, att Borgm. och Råd "skulle sig hos K. M. förvetta, förr än de läte domen gå i fullbordan" [6]). Jurisdiktionen utsträcktes i detta fall genom Regeringens befallning 1593, att Borgm. och Råd icke skulle understå sig skjuta några ärender odömda ifrån sig under högre rätt [7]). Undantag förekommo naturligtvis äfven i följd af fora privilegiata [8]).

1) Jmfr St.L. RådstB. II, § 1, med Arnells Anm. — Strengnäs Tänkeb. enligt Tollsstorp Beskr. om Södermanland II, s. 80; Enköpings T.B. i Sv. Hofr. Ark.

2) Så i Hernösand och Hudiksvall enl. T.B. i Sv. Hofr. Ark.

3) I några småstäder, såsom Strengnäs, Thorshälla: T.B. i Sv. H. Ark.

4) HögmlB. VI, VII.

5) KgB. VIII.

6) Palmsch. Top. V. Jmfr Carl IX:s Patent om sakören 1609 (Schmedeman a. st. s. 130).

7) Hertig Carls Patent om åtskilliga mål $^{20}/_{3}$ 1593 § 2 (Schmedeman s. 104).

8) Se t. ex. Adel. Priv. af 1569, Rätteg. Ordin. af 1614 § 14, Adel. Priv. af 1617 § 16. — Här torde vara stället att omnämna den jus asyli, som en del kyrkor och kloster i städerna innehade under Katholska tiden och som ofta gaf anledning till tvist med de verldsliga myndigheterna, då dessa stundom måste med våld ur klostren uttaga mandråpare o. a. d. Derföre stadgades i 1436 års Priv., att förrädare och de som med "föracht" (uppsåt) dräpa någon ej skola njuta skydd i kyrkor och kloster. Detta öfverträddes af Gråbrödraklostret 1486, som derföre miste sin asylrätt, men återfick honom 1498 mot afgifvande af en särskilt förbindelse. Sthms. T.B.

Förekom något mål, som i lagen saknade bestämmelser, skulle domstolen enligt St.L. till undvikande af ansvar svära, att det ej fanns skrifvet i deras lag [1]). Enligt senare resolutioner skulle i dylika fall Borgmästare och Råd döma efter deras bästa samvete, hvarvid deras domar skulle "stadige och faste blifva, som annor beskrefven lag" [2]), men Rättegångs-ordinantien af 1614 föreskrifver, att målet då skall uppskjutas och förfrågan göras hos Hof-Rätten. För öfrigt har praxis varit att för i lagen ej uttryckta mål, söka rättelse i Landslagen, Domarereglorna eller Mosis lag. Ett dylikt förfaringssätt blef af Carl IX i hans stadfästelse af Landslagen 1608 påbudet för *landets* domstolar [3]): och ehuru derom ingenting nämnes i Gustaf Adolfs bekräftelse af St.L. 1618, så har detsamma äfven i städerna blifvit sedvänjan [4]).

Proceduren var enligt St.L. ganska enkel. Som vittnen [5]) fingo landtmän icke uppträda, utom i brottmål [6]), ej heller gäster [7]), och ingen fick utföra sin sak genom annor man [8]), undantagande i vissa skuldfordringsmål, der till och med en af rättens egna medlemmar skulle förordnas att procurera [9]). Till sanningens utrönande och tvisters slitande tillsattes ofta af domstolen särskilta nämnder af Rådmän eller andra Byamän [10]). Åklagaremakten var högst obestämd: såsom allmän åklagare uppträder någongång Konungens Befallningsman på stället eller Riksprofossen [11]): vanligen egde dock Kämnärer och Byfogdar att vaka öfver alla förbrytelsers beifrande och bestraffande; den som var i uppenbart rykte för hor eller annan missgerning egde Rådet enligt enskilta privil. [12]) rätt att "förelägga värjesmål." Rådet var för-

1) RådstB. XIII.

2) Stockholms Priv. af 1436 och 1529. D:o af 1563 § 25. Sthms R.hus Ark.

3) Schmedeman a. st. s. 128. Jmfr. Posse Bidr. till Sv. Lagstiftningens Hist. s. 33.

4) Se Tänkeböcker för 1600-talet i Sv. Hofr. Ark. på många ställen.

5) Vittnesmål brukade äfven inhemtas på det sätt, att några af rätten skickades med stadens "secret" till vittnet att fråga detsamma. Stockholms T. B.

6) Rådst.B. XXVI.

7) Jfr längre fram.

8) KgB. XIV.

9) KgB. XI. Jfr härmed Wisby St.L. II, 23.

10) Fyra män till byggn.tvisters slitande, Byggn.B. IX; att besigtiga såramål, Sår. m. w. X; 12-mannanämnd att ransaka om flärd i handel, Kpm.B. III, d:o i egendomstvister enligt många äldre dombref.

11) T. B. i Sv. Hofr. Ark., Sthms RhusArk.

12) T. ex. Sthms Priv. af 1436, 1529, 1563 § 28. Nylödöses Priv. af 1573 § 15. L.L. innehåller stadganden härom i Tingm.B. XIX.

pligtadt att afsäga dom öfver instämdt mål senast på fjerde rättegångsdagen, såvida lagen innehöll någonting derom: domen fälldes vanligen mundtligen, och det var blott i några få bestämda fall, som "stadsbref" skulle utfärdas [1]). Dombref blefvo småningom allmänna och anbefalltes slutligen för alla slags mål genom 1593 års Patent [2]), äfvensom fullständiga domböcker genom Rätteg.ordn. af 1614 öfverallt började hållas.

Såsom egenheter hos äldre tiders rättsskipning i städerna vilja vi anföra några drag. Oregelbundenhet och slapphet är ett gemensamt kännetecken för 1400- och 1500-talens lagskipning såväl i stad som på land, och säkert har det under dessa tider funnits rika anledningar till dylika förebråelser, som 1469 af Carl Knutsson riktades mot Rådet i Upsala, att "fast många äro, som eder öfvervåld och orätt gjort och göra, djerfvens I ej det med rätta att vedergöra" [3]). Under äldre tider har utan tvifvel Adeln af egen maktfullkomlighet fritagit sig från dylika underdomstolar, och längre fram blef han lagligen befriad från de lägre jurisdictionerna. Till och med hos de dömande sjelfve voro rättsbegreppen föga utvecklade och rättsbildningen nästan ingen. Ännu så sent som under Gustaf Adolfs regering (omkr. 1620) klagades, att städernas förmän äro som oftast så olärda, att de hvarken kunna läsa eller skrifva [4]). Man kan då ej undra öfver sådana oformligheter, som man emellanåt finner, t. ex. att de dömde i egen sak [5]), att de lemnade den anklagades lif eller död åt målsegandens godtycke [6]), eller olagligen nedlade mål [7]) o. s. v. Och i stället för att ytterligheterna och missförhållandena i St.L:s straffbestämmelser borde vid stigande bildning hafva blifvit mildrade och afjemnade, fortgick man alltjemnt på samma bana [8]).

---

1) Ärfd.B. X, XVIII, XX, JordB. VI, Byggn.B. IX, Kpm.B. XXI, Drpml. wil. XI, Rådst.B. XXIX.

2) Schmedeman a. st. s. 104.

3) Kbr. till Upsala stad 1469. Jfr d:o till Arboga 1484.

4) Anf. anonyma Memorial om medlen till städernas upphjelpande i Oxenstj. samlingen å R.Ark.

5) Ex. anf. ur Norrköpings T.B. 1499 af Sundelius a. st. s. 447.

6) En qvinna slapp från dödsstraffet i Sthm 1554, efter "målseganden ej begärde hennes lif." (Palmsch.)

7) Jmfr Sthms Priv. 1529, d:o 1563 § 31.

8) Vi vilja anföra några exempel: Det besynnerliga straffet i St.L. GiftB. X § 2 tillämpades och exeqverades öfverallt, i Stockholm ännu 1626, och särskilta "skand-

Den som icke åtnöjde sig med Rådets dom, hade att välja mellan två utvägar. Antingen kunde han inom 8 dagar med 20 mark vädja under Konungens dom, hvaremot Rådet skulle uppsätta 40 mark [1]). Eller ock kunde han mot 5 öre "bidhia stadhsens book läsa fore sik" [2]), till utrönande af domens rättvisa. Detta egna bruk hade i St.L. inkommit från Lübska rätten [3]) eller Wisby St.L. [4]) och användes väl sällan. Under annan dom än Konungens medgafs icke af St.L. appellation: det var uttryckligen förbjudet att kära öfver samma mål "i androm landom eller köpstadhom" [5]). Det oaktadt finner man exempel på, att Rådhusrättens dom blifvit öfverklagad och stadfästad vid ordin. lagmansting [6]). Eljest skulle klagomålen upptagas och afgöras vid städernas ordinarie 2 gånger om året föreskrifna Räfsteting eller ock vid (tillfälliga) Rättareting. Om de förra stadgar St.L., att en af Kon:s Råd och en af Biskopens Capitulo skulle komma in till staden "twem timum" om året, för att "allum Gästum ok Byamannum" rätt skipa "aff Hoffmannum ok Klärkum ok aff andrum landzmannum, the kunno ey rätt aff få" [7]). Dessa ordalag häntyda på en befarad kollision mellan köpstadsmän och andra samhällsmedlemmar, i fall de senare ej ville underkasta sig stadsrättens forum [8]). Men jemte denna

---

stenar" eller "skamflaskor" funnos för detta ändamål i hvarje stad. — Se här några prof på sättet för rättvisans skipande i landets förnämsta stadsdomstol. En qvinna som stulit 16 mark af sin husbonde dömdes att sättas qvick i jord (1488, d:o 1489 — en dylik förbryterska fick 1498 nåd "på Drottningens bön"). — För horsbrott dömdes 1490 att göra pilegrimsresa till St. Jakob och rymma riket (för dråp ofta likadana straff). — En ringare dömdes 1504 för försumlighet vid eldsvåda till hjul, men benådades på menighetens bön med svärd. — En ung person, som stulit, benådades 1504 "för sin ungdom och ansigte, att Gud honom väl skapat", "till ett fullt bad vid stupan." — Falske myntare dömdes 1592 att sålunda afrättas, att de falske mynten smältes och gjötos dem i halsen, o. s. v. Sthms Domb. (Utdrag i Nordin. saml.).

1) RådstB. III. Det sistnämnda kom med tiden ur bruk.

2) RådstB. VI.

3) Frensdorff a. st. s. 181.

4) Wisby St.L. I, I, 1, § 7.

5) KgB. X § 1.

6) Se t. ex. Dombref af 1492 i Jönköp. Rh.Ark. (Handl. Skand. Hist. XXXII s. 379). — Tvister mell. Rådet och landtkommuner hafva afgjorts vid lagmansting, så i Upsala 1454 och 1582 (Stadens Priv. bok), mellan Rådet och Stadens menighet af Befallningsmän och Borgmästare i närmaste städer (se t. ex. Westerås och Arboga T.B. i Sv. H. A.).

7) KpmlB. XXX § 2.

8) Om denna domstols likhet med de Tyska Gastgerichte se Nordström Sv. Samh. förf. Hist. II, s. 530.

speciella uppgift hade utan tvifvel denna domstol äfven befogenhet att upptaga alla under Konungsdom lagvadda mål, hvilket bestyrkes af uttryckssättet i 1593 års Patent § 1 [1]). I Stockholm har Konungens dom vanligen utöfvats och afkunnats af flera R.Råd å Stadens Rådstuga [2]); från dem kunde enligt kungörelse dersammastädes 1582 ytterligare appelleras till Konungen sjelf [3]).

St.L. föreskrifver utom Rådstufvurätten äfven en lägre domstol "å torgheno uthe", med samma rättegångsdagar, från hvilken med 2 öre vädjades under den högre [4]). Denna domstols beskaffenhet under äldre tider är föga utredd, och få spår förefinnas deraf. Enligt St.L. skulle han bestå af tre ledamöter eller Fogater, som de ock kallades [5]), en å Konungens vägnar och två Rådmän å stadens. Om med de senare menas två ordinarie ledamöter af Rådet eller blott kolleger i allmänhet, är ovisst: det senare visar sig dock sannolikast. Rörande domstolens ursprung och äldsta historia kan man blott framställa gissningar: om han icke blifvit upprättad, för att åstadkomma analogi med landsrättens tvenne instanser, så har han väl blifvit hemtad från Lübska eller Wisbyensiska rätten: i den förra är Fogderättens organisation enahanda, men hans ställning och befogenhet högre [6]), i den senare var sammansättningen något olika, med jurisdictionen ungefär öfverensstämmande [7]). Det synes sannolikast, att denna underrätt för de flesta städer befunnits öfverflödig tills vidare; man finner blott i Stockholm och några andra städer spår deraf under ifrågavarande tiderymd, och ingenstädes längre tillbaka än från slutet af 1400-talet. Så heter det i Stockholms Tänkeböcker för 1490, att Fogden och Rådet låta sig väl nöja med "all sona och förlikning, som Kämnererna göra med dem, som ej till rätta vele" och gifva dem dervid fullmakt att göra och låta efter behag i vissa smärre mål. Deraf synes som denna ej ansetts för någon egentlig domstol, utan blott för en förlikningsnämnd. I början af 1500-talet nämnes i Tänkeböckerna "Lislerätten" (1517) och längre fram flera gånger "Underrätten." Som en

---

1) Schmedeman a. st. s. 103.

2) Sthms T.B. för 1574.

3) Sthms T.B. för 1582.

4) RådstB. V.

5) Möjl. i analogi med de 2 Fogdarne i Wisby St.L., som tillika voro Underdomare.

6) Frensdorff a. st. s. 173 ff.

7) Wisby St.L. II, 12.

egentlig domstol framträder Kämnersrätten först i Stockholms Privil. af 1529, der det strängeligen anbefalles Kämnererne att redovisa för sakörena, äfven om de "i sina rättegångar" förlikte de tvistande.

Kämnersembetet [1]) var från början och enligt St.L. något helt annat än det sedermera blef. I öfverensstämmelse med Lübska rättens "Kemerere" eller "Camerarii" [2]) skulle i våra städer en "Kämmenär" jemte Stadsskrifvaren (eller två Rådmän) uppbära och redovisa alla stadens ingälder [3]). Liksom i Lübeck blef fallet, förenade sig dermed sannolikt snart en uppsigt öfver hvarjehanda handels och handtverksförhållanden, att ej staden måtte gå miste om sin inkomst deraf, jemte skyldighet att instämma dylika förbrytare för rätta [4]). Af hans befattning med sakörena [5]) följde likaledes snart åliggandet att vaka öfver *alla* förbrytelsers beifrande, hvaraf tillföll staden någon inkomst. Båda synpunkterna framhållas i en skråförfattning för Bardskärare 1571, der det påbjudes, att den som förbinder ett sår skall låta Kämnererne veta det, på det att stadens *rättighet* och *straffet* icke skall vara försummadt [6]). I Stockholms Tänkebok af 1624 yttras, att "Kämnerernes embete har varit att låta citera stridiga parter till rätta, såsom ock för rätten anklaga dem, som med några förgripelser och våldsgerningar beträdas" [7]). Härmed förenade sig lätt och naturligt en lägre rättsskipning, sådan som den af St.L. föreskrifna, med skyldighet att i första hand upptaga och slita smärre tvister eller förlika dem.

Så har säkerligen på de flesta ställen Kämnersrätten uppkommit; på några har väl underrättens platser småningom intagits af Kämnerna, då befattningarne beqvämligen kunnat skötas af samma personer. Den kungliga Fogden i St.L:s underrätt har, der denna ej fanns, blifvit förordnad att uppbära Konungens inkomster, liksom Kämneren

---

1) Stafvas i äldre handlingar på mångfaldiga vis: St.L. har Kämmenära, för öfrigt finner man Kämener, Kämpnär, Ciemnär, Kemner, Chembnär.

2) Frensdorff s. 113. — Camerarii omtalas äfven i Köpenhamns stadsrätt af 1294 cap. X. (Kold. Rosenv. s. 103.)

3) KgB. XVIII.

4) Klemming Skråordn. I, 32: Skomak. Ålderm. skall anmäla för stadens Kemmanerom ang. olaglig skohandel, "att de dem till rätta förhindra efter lagen" (fr. slutet af 1400-talet) jmfr. s. 115. Se äfven Sthms T.B. från slutet af 1400-talet.

5) Jmfr. Sthms Priv. 1563 § 31.

6) Klemming a. st. s. 245.

7) Öfverinseende vid skjutsväsende och inqvartering har äfven tillhört Kämnererne: se Sthms Priv. 1563 § 15, T.B. af 1674. anf. Kbr till Upsala stads Befallningsman 1583.

stadens, och har af samma orsaker, som den senare, fått sin befattning utvidgad till något likartadt med dennes samt på sina ställen deltagit i Underrätten, dock numera såsom en stadens embetsman. I Stockholm skulle vanligen förra årets Kämnerer blifva Rettefogdar. Kämnersrätten bestod vid slutet af tiderymden vanligen af två ledamöter, stundom en å Rådets och en å Menighetens vägnar [1]), stundom båda Rådmän, i hvilket fall Kämnersembetet gick i tur mellan Rådets ledamöter [2]). I Stockholm voro båda Kämnererna "utom Råds", tills det 1622 förordnades, att Rådmännen skulle hvar sin månad "sitta på Kämnersstugan" Kämnererna till hjelp [3]). Gränserna mellan den högre och den lägre stadsdomstolens befogenhet voro högst obestämda, och någon stadgad praxis kom ej heller till stånd, förr än senare. Man finner såväl att Borgmästarne uppträdt och dömt i Underrätten, som att Kämnererne varit bisittare å Rådstugan. För Kämnersrättens räkning lärer i Söderköping hafva begagnats en egen kortare lagbok [4]), förmodligen ett utdrag ur St.L.

cc) *Rådets exekutiva myndighet.*

Denna var enligt St.L. kanske obestämdare än någon annan dess befattning: inga gränser finnas der uppdragna mellan Rådet och Fogden. Domarne exeqverades väl således i de flesta fall gemensamt å bådas vägnar genom deras "svenner." För vissa speciella fall var exekutionen bestämd: så skulle genom två byamän bysättning ske [5]), två män skulle med stadens svenner i visst fall skaffa målseganden "fullan pant" [6]), och 12 män skulle utmäta böter för bruten konungsdom [7]). För öfrigt fick praxis afgöra saken, och derigenom synes exekutionen allt mer kommit i händerna på Konungens Befallningsmän, hvarföre längre fram (i slutet af 1500-talet) särskilta privilegier tilldelades vissa Magistrater i afseende på domars verkställande. Så meddelades i Johan III:s bref till Stockholm $^{18}/_{2}$ 1573 åt Borgmästare och Råd fullmakt att "fullfölja med exekutioner och straff på alla lagligen afsagda domar, som i staden ske kunna, undantagande högmålssaker" [8]).

1) Se t. ex. Graffman de Strengnesia (p. 40), från 1590-talet.

2) Så t. ex. i Upsala (T.B. i Rhs.Ark.).

3) Sthms Embetsbok.

4) Enl. uppgift af Södersten de Sudercopia p. 28 n.

5) RådstB. XVIII.

6) RådstB. VII, § 1.

7) KgB. V, jmfr. äfven GiftmB.

8) Palmsch. Top. V.

Likaledes förekommer i Kbr. af $^{5}/_{3}$ 1589 till samma stad, att, om Ståthållare och Befallningsmän försumligen uppfyllde sin skyldighet att straffa låta alla öfverträdare af stadens privilegier, så egde Borgmästarne fullkomligt tillstånd sådane att fängsla och straffa låta [1]). I 1615 års Rättegångs-Process §§ 37 och 38 uppräknas Borgmästare och Råd bland exeqverande myndigheter utan någon begränsning från Kon:s Befallningsmän. Allt förblef således på gamla foten och i Ståthållare-Instruktionen af 1616 heter det blott i största allmänhet, att Ståthållaren skall hålla hand öfver, att alla domar å Rådstugan måtte hafva sin exekution [2]).

---

Efter att hafva gifvit en öfversigt af Rådets organisation och vigtigaste funktioner vilja vi tillägga några ord om den *skillnad*, som St.L. uppställt *inom Rådet* mellan Borgmästare och Rådmän och som sedermera blef allt större, sedan Borgmästareplatserna upphört att vara ambulatoriska. I de Nord-Tyska städerna förefanns ursprungligen ingen sådan skillnad, men hade redan utbildat sig, då titeln öfverflyttades till Sverige [3]). Behofvet af en ordförande till ledning af ärenderna i ett mångtaligt kollegium har naturligtvis gifvit upphof åt embetet, som länge icke heller haft någon annan betydelse. Redan St.L tillägger dock, i enlighet med hvad som då egde rum i Lübeck (men icke i Wisby), Borgmästarne vissa högre rättigheter. Dessa bestodo först i högre aflöning och större andel af böter, vidare i högre straffbestämning för deras lastande eller våldförande [4]), liksom äfven de sjelfva i fall af försumlighet voro underkastade större penningstraff [5]). Borgmästarne voro dessutom stadens främste representanter och uppträdde vanligtvis som sådana vid Riksdagar och beskickningar till Konungen. Vidare skulle de utfärda kallelser till rättegång (såväl för bisittare som anklagade) i förening med Fogden, men till Byamoten rörande stadens enskilta angelägenheter ensamma [6]). På Rådstugan skulle de leda förhandlingarne, derefter å rättens vägnar utfärda

---

1) Palmsch. Top. XIV jfr. ofvan.

2) Saml. af Instruct. s. 99.

3) Frensdorff a. st. s. 109 ff.

4) KgB. XII, XXII.

5) KgB. XIII, RådstB. II, § 2.

6) Jmfr dock ofvan.

besluten [1]) samt slutligen vaka öfver deras verkställande. På denna grundval började Borgmästarne alltmer höja sig öfver kollegernas krets. Rådfrågar man de äldsta Tänkeböckerna, så finner man i början af 1400-talet Borgmästarne knappt omnämnda: under denna tid förekommer t. ex. i Kalmar alldrig annat än advocatus et consules, men kring medlet af århundradet nämnas vanligen Borgmästarne särskilt [2]). I Stockholm utfärdades från slutet af 1400-talet skråförfattningarne af Borgmästarne "med vårt kära Råds råde", äfvensom man något senare finner dem nog egenmäktigt disponera öfver stadens medel. Från slutet af 1500-talet börjar Borgmästareembetet att framträda som en med särskilta rättigheter utrustad embetsmyndighet, öfverordnad Rådet "i gemen." Borgmästarne berättigades att i vissa fall handla på egen hand [3]), och Rådmännen i Stockholm fingo ej lemna staden utan deras tillstånd [4]).

De förmåner, som enligt St.L. tillkommo Borgmästare och Råd för deras tjenster, voro, utom lagens särskilta beskydd, egentligen blott en aflöning af 6 mark för hvar Borgmästare och 4 d:o för hvar Rådman (½ å Konungens och ½ å stadens vägnar) [5]), samt andel i vissa böter. Emellertid ökades småningom dessa inkomster olika i olika städer: man finner att Rådet på somliga ställen småningom kommit i besittning af åtskilliga *stadens* inkomster [6]), hvarjemte Konungen från medlet af 1500-talet började tillägga detsamma hvarjehanda förmåner [7]) och slutligen äfven penningelön. Så anslogs 1599 till lön för Rådet och andra embetsmän i Nylödöse ¼ af tullen [8]), och då i 1600 års Tullordning sistnämnda belopp tillades alla städer, bestämdes att Borgmästarne i Stockholm skulle deraf åtnjuta 100 Dr och i de öfriga

---

1) Derföre heter det ock i St.L., att Borgm. "sitta och döma", under det Rådmän "med dem sitta" eller "närvara då dom fälles": KgB. XIII, Rådst.B. III, VI; likaledes att man aflägger sin ed "fore Fogaten ok Borgamestara", hvilka ock förestafva eden: RådstB. XXIX.

2) På Borgarelistorna heter det numera: sub proconsulibus N. N. et N. N.

3) Se t. ex. Kbr. till Stockholm af $^{5}/_{3}$ 1589, Ordin. af 1557 § 4 m. fl.

4) Priv. af 1594 § 30.

5) KgB. XXII.

6) Se t. ex. Nils Sture bref till Arboga 1480 (Lohman a. st. s. 31), der Rådet försäkrades om sin gamla lön, neml. ½ af sakören jemte inkomst af "pyndara, bastufwo oc boder.

7) Så erhöllo B. o. R. i Sthm 1543 "allt Framköp som faller i staden", samt 1563 förköpsrätt näst Kon. till alla främmande drycker. (Jmfr. Privil. för Nylödöse af 1573 § 13.)

8) RRegistr.

städerna proportionsvis mindre [1]). I Åbo skulle enligt Priv. $^{10}/_{7}$ 1607 § 5 Rådet bekomma hälften af Kronans tomtören, och slutligen erhöllo Borgmästarne i Stockholm 1614 fast lön med 250 Dr. hvardera. Huruvida Rådet i äldre tider varit befriadt från borgerliga utskylder, är svårt att afgöra, ehuruväl det synes följa af lydelsen i ett Kbr. af 1524 [2]); dock skulle enligt resolution å Stockholms stads inlagde punkter 1602 vård och vakt bestridas af dem lika med de andre.

Så ringa och enkla våra äldsta stadsförhållanden än voro, fanns dock naturligtvis en mängd smärre bestyr, hvilka af Rådet ej kunde medhinnas, isynnerhet som dess medlemmar tillika drefvo borgerliga yrken. Dessa bestyr voro derföre fördelade på åtskilliga *lägre Embetsmän*, som voro Rådet underordnade. Enligt St.L. KgB. XVI skulle alla sådana "väljas och lysas" på samma gång som Rådet, hvilket så plägade tillgå, att Rådet först sinsemellan anordnade en ny fördelning af stadens nödvändiga tjenster bland byamännen och sedan vid Walborgsmässan kungjorde densamma och inhemtade vederbörandes samtycke samt mottog deras eder. Detta årliga ombyte af tjenstemän hade också sin förebild i de Lübska förhållandena med den skillnad, att i Lübeck alla dylika tjenster fördelades *inom* Rådet mellan dess egna medlemmar [3]), hvilket deremot i de Svenska städerna mer var ett undantag. Men liksom i Lübeck denna Rådets "umme setten" eller den nya fördelningen af embetena snart blef hufvudsaken vid de högtidliga årliga valakterna, för hvilken den forna motsatsen mellan gamla och nya Rådet trädde i bakgrunden, så blef äfven i våra städer mot slutet af ifrågavarande tiderymd betydelsen af det föreskrifna Walborgsmässo-valet alltmer inskränkt till ett utväljande och kungörande af kommande embetsårs underordnade tjenstemän.

Af dessa synas de som skötte Secreteriats-tjensterna hafva varit permanenta, eller de af St.L. omtalade Tollskrifvaren, Vårdskrifvaren och *Stadsskrifvaren*. Den senare, som var den förnämsta tjenstemannen utom Rådet och någongång benämnes Secretarius och Syndicus [4]), var i äldre tider utan tvifvel af större inflytande; han var oftast den ende, som fått någon lärd bildning [5]); sällan inträffade väl, att han äfven

1) Stiernman Comm. Pol. OEcon. st. I, s. 458.

2) Stiernman a. st. s. 9.

3) Frensdorff a. st. s. 108.

4) Den senare benämningen förekommer t. ex. i Stockholm 1572 (RRegistr.), i Hedemora 1507 (Hülphers Resa i Dalarne s. 524).

5) Han var väl icke så sällan en klerk: så har Olaus Petri 1524—29 tjenstgjort som Stadsskrifvare å Sthms Rådstufva.

egde juridiska studier. Han skulle föra Tänkeboken å Rådstugan, affatta och uppsätta alla offentliga akter och dokumenter, recitera dem, der så behöfdes, samt enligt St.L. föra stadens räkenskaper [1]), hvilket senare dock under 1500-talet flerstädes öfvergick till särskilta embetsmän [2]). Secreterens aflöning har i Stockholm under Olai Petri tid uppgått till omkring 50 mark [3]).

*Vårdskrifvarens* befattning synes hafva bestått i att föra räkenskap med allt hvad till stadens "vård" och vakthållning hörer. Tjensten kom på de flesta ställen snart ur bruk [4]). *Tollskrifvaren* blef med tiden en konungens embetsman, som af honom ensam tillsattes [5]). För *Kämnerernas* och *Byfogdens* embete ha vi i det föregående haft tillfälle närmare redogöra. I de städer, der uppbördsverket med tiden blef särdeles omfattande, t. ex. Stockholm, befriades Kämnererna från denna befattning, som uppdrogs åt särskilta uppbördsmän. Enl. St.L. skulle skottet uppbäras af särskilta "Skuthmän" [6]). De förekomma i Stockholm i början af 1500-talet under namn af Skottherrar och utgjordes då af 2 Rådmän, 2 borgare samt Stadsskrifvaren [7]), hvilka ock åtnjöto lön för sitt "kemneri." Uppbörden förrättades å stadens "skotthus", och då (som det stundom heter) "skottstuga hölls" [8]), skulle hvar och en infinna sig vid samma vite, som då byamot försummades [9]). Af Gustaf I föreskrefs för Stockholm, att all stadens ränta skulle uppbäras på ofvannämnda sätt [10]), hvarföre man sedermera i stadens Embetsböcker finner namngifna 4 män, "som stadens uppbörd och utgift hafva händer emellan" [11]). I Stockholm och andra sjöstäder såsom Nylödöse m. fl. förekomma dessutom s. k. *Fraktherrar*, hvilka upptogo

---

1) KgB. XVIII.

2) Ännu enl. 1557 års Ordinantia för Sthm § 14 skulle han deltaga i uppbörden.

3) Ekdahl a. st. s. 1424.

4) I Stockholm finner man dock dens. fortfarande.

5) Denna befattn. blef i några mindre sjöstäder sammanslagen med Stadsskrifvarens.

6) KgB. XX §§ 8, 12.

7) Ekdahl a. st. ss. 1380, 1381, 1412, 1422.

8) Se Widegren ny Beskr. öfver Östergötl. I, s. 224 ang. Wadstena.

9) KgB. XX § 9.

10 ) Se 1557 års Ordin. § 14.

11) I Stockholm finner man dock i detta fall täta förändringar. Så öfverlemnades uppbörden 1598 åt 2 Borgm., 2 Rådm. och 2 af menigheten, 1608 åt en Fogde, 2 Borgm. och 6 af menigheten, hvilka årligen skulle ombytas. RRegistr.

alla skepps- och hamnumgälder [1]) samt på Fraktkammaren anordnade alla skeppsfrakter, äfvensom särskilta deputerade för olika uppbörder.

Andra af St:L. omnämnda embetsmän äro stadens 2 *Märkismän*, som stämplade med stadens märke [2]), 2 *Byggmästare* [3]), 2 *Vårdsättare* [4]), 2 *Rättare till vigt* [5]), 8 *Höfvidsmän* (2 för hvarje fjerding af staden) [6]), hvilka sistnämnda skulle handhafva eldsläckningen, och slutligen ett obestämdt antal *Tavernare* [7]). Härtill kom under tidernas lopp en hel mängd andra tjenstemän, olika till namn och antal i olika städer. De allmännast förekommande bland dessa äro *Qvartermästare* (med tiden föreståndare för borgaremilisen), *Kyrkovärjare*, *Fattigförmyndare*, *Tomtmätare*, *Syllesättare*, (som skulle "märka och besnöra" husens längd och bredd), samt för de större sjöstäderna *Vägare*, *Packare*, *Vin-*, *Öl-* och *Kryddprófvare*, *Brokikare* m. fl. I Stockholm förordnades genom Statuterna af 1570 särskilta s. k. *Förmyndare* eller *Bisittare för Embetena*, hvilka skulle kontrollera Ådermännen och vaka öfver handtverksskråna: de voro vanligen omkring 12 till antalet [8]). Äfven af Regeringen anbefalldes stundom vissa embetsmän, för tillfälliga ändamål: så skulle enligt 1546 års Mandat i städerna tillsättas "några gode och förståndige män att hafva akt på köpmanshandeln" med ansvarsskyldighet inför Konungen o. s. v." [9]).

## 2. *Stadens Menighet.*

Vi hafva i det föregående fästat uppmärksamheten på den stora skiljaktighet, som förefinnes mellan de Svenska och de Tyska städerna i anseende till uppkomstsättet. Dettas beskaffenhet hade till följd, att innevånarne i de Tyska städerna till en början utgjorde en blandning af de mest olikartade beståndsdelar, under det de Svenska städerna ursprungligen beboddes af en väsendtligen homogen befolkning. Under

---

1) Se Priv. för Sthm af 1529, Sthms Emb.-böck., Priv. f. Nylödöse 1573 § 4.

2) KgB. XVI § 1.

3) KgB. XVI § 3. ByggnB. I.

4) Kallas i T.B. Vålleskådare.

5) KgB. XVI § 3.

6) ByggnB. XXII § 5. Dessa kallades sedermera Brandmästare.

7) KgB. XIII.

8) Stockholms Emb.böcker, jmfr s. 160. I Sthm förekomma dessutom Byggningsskrifvare, Strömskrifvare, Bomläsare, Malmfogdar, Saltmätare, Ved- och Tjäruvräkare m. fl.

9) Se Stiernman I, s. 84.

bådas utveckling framträdde nya olikheter. De Tyska städerna utbildade sig i motsats och strid mot andra samhällskrafter och blefvo derföre nödsakade att jemte ständigt öppnadt tillträde för enskilta nya medlemmar strängt isolera sig från nyssnämnda krafter såsom helheter betraktade. Sådane voro den öfverherrliga myndigheten, adeln och presterna. Huru de Tyska städerna befriade sig från den förstnämndas direkta inflytande, hafva vi nämnt; äfven mot de senare intogo de en strängt sluten hållning och sträfvade att bibehålla stadsväsendet rent och oblandadt af främmande tillsatser. Så hafva de Lübska och Hamburgska rätterna uppställt följande energiska rättssats: ingen riddare skall bo inom stadens weichbild [1]). Likaledes funnos garantier mot presterskapets intrång. De Svenska städerna hade deremot uppvuxit ur fredliga förhållanden under Konungamaktens hägn och ur landsrättens sköte; ehuru det borgerliga elementet af naturliga skäl der herrskade så godt som uteslutande, fanns dock till en början för dem intet skäl att omgifva sig med stränga skrankor och skarpt begränsa sig mot de andra klasserna, hvarföre äfven dessa snart i skydd af sina privilegier började inflytta och njuta af borgarnes förmåner utan att underkasta sig deras skyldigheter. Häraf uppväxte en långvarig strid mellan de olika elementerna i städerna, ur hvilken det borgerliga slutligen framgick segrande. – Således finna vi i Tyskland de mest olikartade elementer för sitt rättsskydd sammanslutna till en strängt begränsad kommunalenhet, i Sverige en likformig befolkning förenad på samma lokal för vissa gemensamma ändamål, i början utan behof af exklusiva rättigheter och derföre öppen för främmande elementers inblandning.

Förhållandet ändrades snart för de Svenska städerna med adliga Frälsets inrättande. Redan Torkel Knutsson synes efter de Nordtyska städernas förebild hafva förbjudit allt frälse i städerna [2]), men detta har visserligen icke blifvit efterlefdt, och Frälset gick par la force des choses omotståndligt framåt. År 1335 hör man från Upsala, att adel och och prester på sina köpta gårdar fritogo hvarjehanda näringsidkare från stadens kronoutskylder. Detta förbjudes, och det förklaras, att alla stadsinnevånare, *såvidt* de idkade handel med de öfriga byamännen, skulle deltaga i nämnda skatter [3]). Häraf finner man, att de näringsidkande i några städer redan såsom de egentliga byamännen begynt skilja sig från alla som icke drefvo borgerliga yrken. Frälsets

1) Frensdorff a. st. s. 191, Hegel a. st. II, s. 451.

2) Enl. ett gammalt register å Sthms Rhs,Ark.

3) Dipl. Sv. 3126. Jmfr förfs Bidr. till Sv. städs etc. s. 23.

skattefrihet synes dock, att döma af enskilta bref, ej hafva varit utsträckt äfven till kommunal-utskylder, t. ex. skottet [1]), hvilket i början af 1300-talet började från Tyskland öfverflyttas på våra städer [2]). Detta är noga att märka, ty det fasthölls länge såsom en grundsats inom hithörande beskattningsförhållanden.

Vi hafva på ett annat ställe [3]) sökt närmare redogöra för St.L:s bestämmelser angående burskaps [4]) vinnande och hafva blott några få anmärkningar att tillägga. Städernas innevånare voro enligt St.L. af två hufvudklasser: byamän och gäster [5]). De senare eller alla främmande näringsidkare voro i sina rättsförhållanden underkastade flera inskränkningar: så voro de ställde i ett visst klientelt förhållande till de borgare, hos hvilka de bodde, vidare fingo de hos oss, liksom i Lübeck, blott i vissa brottmål uppträda som vittnen [6]) o. s. v., oaktadt de i motsats till förhållandet i Lübeck för sitt gods voro underkastade kommunalafgifter (skottet) [7]). Byamännen i ordets vidsträcktare betydelse synas efter St.L. kunna fördelas i flera klasser, ehuru de icke uttryckligen der framstå såsom sådane. Den högsta klassen, innefattande de egentliga, sjelfständiga byamännen, utgjordes dels af sådane näringsidkare, som vunnit burskap efter alla i St.L. KgB. XV in pr. föreskrifna villkor, dels af dem, som genom arf, köp eller gifte blifvit innehafvare af någon stadens fastighet och såsom sådane ansågos fria från burskapsafgiften. Att St.L. i senare händelsen förutsätter ett visst borgerligt yrke såsom dermed förenadt, följer dels af hans allmänna tendens och uttryckssätt, dels af de historiska förutsättningarne för honom och de faktiska förhållandena, enligt hvilka ännu icke funnos några sådana medelklasser, som i en senare tid valt sin bostad i städerna *utan* att idka borgerlig näring. Den andra

---

1) Handl. rör. Skand. Hist. XXXII, s. 373: bref till Jönköping.

2) Någon motsvarig kommunalafgift har väl funnits längre tillbaka, ehuru förmodligen af mer tillfällig natur. Både beskattningssättet och namnet af skott har dock kommit från Tyskland, der det kallades "schot" och på Latin collecta.

3) Se Förfs Bidrag etc. ss. 26—28.

4) Ordet är af Tyskt ursprung: jus civium quod dicitur burscap, heter det i inledn. till borgarelistan i Bremen 1289, Frensdorff s. 193, n. — Kallades hos oss ofta borgerskap, burgskap.

5) Benämningen *gäst*, som förekommer redan i Bjärköarätten (38 § 3) i motsats till bymaþer, var äfven kommen från Tyskland, se. Frensdorff s. 191.

6) Enl. 1570 års Statuter § 15 skulle vid utlänningars mål till bevisning användas halfparten utlänningar.

7) KgB. XIX.

klassen utgjordes af dem, som egde till 20 mark i "widerläggning" [1]) (bolag); dessa skulle ock erlägga burskapsafgiften, ehuru de ej betraktades som sjelfständiga Byamän, ej heller utgjorde lika skatt med de öfriga [2]). Den tredje klassen innefattade de s. k. 5-öresborgarne eller alla sådane lösa personer, hvilka staden för kontrollens skull affordrade burgäld. Äfven andra utskylder skulle af dessa utkräfvas, dock med mildrande tillägg [3]), och att de i allmänhet dragit sig undan desamma, befinnes af många handlingar. Häraf är temligen klart, att sådana från början måste hafva stått på en lägre linia, jemförde med den första klassen. — Äfven *inom* den senare utbildade sig en viss skillnad, nemligen mellan besutne och obesutne, af hvilka de förra ensamme voro kompetenta till Rådsembetena, ensamme aflade ed utan borgen [4]) och hade rätt att bära vapen i staden [5]) o. s. v.; längre fram gynnades de isynnerhet i Stockholm af Regeringen framför de öfriga med stora förmåner såsom tullfrihet [6]), frihet från häktelse [7]) m. m. Äfven mellan köpmän och handtverkare hade af St.L. en skarp gräns blifvit uppdragen, hvilken hotade att bli allt större, då sedermera anspråk uppställdes, att alla köpmän skulle vara besutne [8]). Detta torde dock ingenstädes kommit till någon tillämpning. Emellertid grundades härpå ett slags Aristokati inom de Svenska städerna: man finner nemligen, att de rikare Tyska köpmännen i några städer, t. ex. Stockholm, på nämnda grundval höjt sig till en förtryckande öfvermakt öfver de Svenska. Efter denna Aristokratis störtande har väl jemlikheten icke vi-

---

1) Ang. ordets ursprung och betydelse se Schlyters Gloss. till Wisby St.L. voc. wederleghen.

2) Dock skulle de enl. Sthms Priv. 1563 § 10 "hålla all stadsens tunga" lika med borgarne. De afskaffades sedermera genom 1614 och 1617 års Handels-Ordinantier.

3) Se ByggnB. XXI, § 4; KgB. XIX § 1.

4) RådstB. XXVIII.

5) RådstB. XXXIV § 1.

6) Kbr. till Sthm af åren 1444, 1448, 1457, 1494, Priv. 1529, 1563; Kbr. till Jönköping af $^{24}/_{6}$ 1583, Tullordn. f. Åbo o. Wiborg 1581 m. fl.

7) Enl. Kbr. till Sthm af 1494 § 1 skulle bofaste borgare derstädes, blott då de efter lag förbrutit lif och ära, kunna gripas och fängslas och äfven i thy fall få ställa borgen för sig, hvilket bekräftades i 1563 års Priv. § 30 och 1570 års d:o § 13, (för Nylödöse i Priv. 1573 § 17). Jmfr ang. St.L:s hithörande stadganden Nordström Sv. Samh. förf:s Hist. II, s. 622.

8) Äfven för vissa handtverkare sökte man göra detta gällande: så föreskrefs i Skråordn. för Skräddare 1536, att ingen fick bruka embetet, som ej var "besitten": Stiernman a. st. s. 37.

vidare kommit i fara, då de Svenska köpmännen i allmänhet stodo på en alltför låg ståndpunkt, för att kunna utöfva någon despotism.

Vi hafva ofvan sökt närmare fixera St.L:s obestämda stadganden angående borgerlig rättighet och visa hvad som naturligen ligger till grund för dem. Att St.L. icke på något sätt omnämner eller söker reglera det i städerna inträngande frälsets förhållanden och rättigheter, måste väcka förvåning, då man vet, att förvecklingar deraf *redan* uppstått. Kanske får det tillskrifvas vederbörandes skygghet att vidröra en synnerligen vid dåvarande tidpunkt ömtålig fråga och fruktan för en dylik kollision, som egt rum vid Landslagens utfärdande. Saken lemnades öppen och föranledde derföre i framtiden svåra strider. Att sjelfva tanken på nödvändigheten att gifva städerna en mera sluten ställning och skyddad existens ej varit främmande för lagstiftarne, visar sig af deras omsorg att från städerna utestänga medlemmar af andra kommuner [1]). Vi hafva förut omnämnt landtmäns och gästers inskränkta rättigheter; äfven borgare voro isynnerhet i afseende på fastighetsförvärf underkastade flera kontroller, ty hvarje Byamans son eller sven som genom köp eller arf kommit i besittning af fastighet i någon stad, var skyldig att inom natt och år inflytta eller ock sälja densamma, hvilket äfven gällde för utländingar, som blifvit gårdsegare [2]). Något bestämdt förbud mot innehafvande af samtidigt burskap i flera inrikes städer, fanns i St.L. icke, men väl mot delaktighet i vederläggningar på flera ställen [3]). Ett sådant förbud utfärdades dock 1436 i Stockholms priv. [4]) af nämnde år, hvilket bekräftades genom priv. 1529, men upphäfdes genom 1563 års priv. § 27 med villkor, att skatt och tunga utgjordes på alla ställena [5]). Deremot upplifvades ofta St.L:s förbud för Svenska borgare att innehafva burskap i utländska städer [6]).

Då vi nu gå att taga en öfversigt af ofvanämnda frågas utveckling under följande tider, vilja vi först betrakta borgarnes inbördes förhållande, sedan deras ställning till de öfriga samhällsklasserna, isynnerhet

---

1) Det är dock att märka, det de hithörande stadg. lära saknas i de äldsta exempl. af St.L., se 1665 års uppl. fol. 61.

2) KgB. XV, §§ 7—9.

3) KgB. XV, § 6.

4) Vid 40 mark samt godset, som handlas med, "Herskapeno i staden till tveskiptes".

5) Jmfr Priv. för Linköping $^{1}/_{12}$ 1571 (Ryding de Lincop. s. 31); Priv. f. Norrköping $^{18}/_{6}$ 1609 § 7, för Nylödöse 1573 § 20.

6) Så 1563, Stat. af 1570 § 16, Priv. f. Nylödöse 1573 § 16.

frälset, samt till utländingar. Hvad den förstnämnda punkten beträffar, så hafva vi redan nämnt den vigt, som alltmer lades på besutenhet, och de nya rättigheter, hvarmed man sökte befordra dennas framsteg. Köpmansklassen skulle höjas och uppmuntras genom handelstvång och prohibitiva förmåner, ja genom förbud för de mindre bemedlade att befatta sig med köpenskap [1]). Äfven handtverksklassen sökte man lyfta genom privilegier och skrån, hvarvid speciellt burskaps vinnande försvårades och sattes i beroende af skråets [2]). Å andra sidan sökte man lika ifrigt från städerna utestänga allt "löst sällskap", som undandrog sig de borgerliga skyldigheterna, eller s. k. friborgare. Det befanns snart nödvändigt, att modifiera St.L. i denna punkt. Redan Christian II har 1521 gifvit Rådet i Stockholm tillstånd att hindra den köpenskap, som "de 5-öresborgare bedrifva, städerna till stor dråplig skada och förderf" [3]), och enligt Kbr. af 1531 skulle dessa 5-öresborgare "läggas utaf allestäds" [4]). Allt "onyttigt folk" skulle utvisas [5]), och Gustaf Adolf förklarade slutligen 1617, att icke hvem som ville skulle få blifva borgare, utan blott de som lärt ett redligt embete eller förmå bruka köpenskap [6]). Derjemte inskärptes oupphörligen den grundsatsen, att alle som drefvo borgerlig näring [7]) också skulle utgöra all borgerlig tunga [8]), hvarigenom denna småningom öfverflyttades på egentliga näringsidkare. De senare framstå derföre afgjordt som de ende berättigade "Byamännen."

Dessa Byamän voro dock numer icke stadens enda innevånare: i ett stort antal städer funnos äfven de öfriga samhällsklasserna repre-

---

1) Se Mandatet af 1546 m. fl.

2) Skråna blefvo i detta fall alltmer despotiska och understöddes deri af Rådet: vinnande af burskap ställdes i beroende af godtyckliga afgifter och skänker.

3) Ekdahl a. st. ss. 1345—6.

4) "Desslikes" heter det "inhysesmän och månglare, som icke förmäkta besitta hus eller hemman, utan göra stort oköp i alla städer". Detta visar ytterligare tendensen att grundlägga allmän besutenhet. Jmfr Priv. för Westerås $^{7}/_{3}$ 1539: "ingen tillstädes i så måtto (neml. att de gifva ut 5 öre på disken) att komma med dem i Borgerskap, utan de der vilja bygga och bo med dem i staden - - brukandes deras redeliga handtering och köpmanshandel": Wicander de Arosia p. 14.

5) Stiernman OEcon. Comm och Pol. stadg. I, ss. 20, 84, 86.

6) Widekindi Gust. Ad:s Hist. s. 377.

7) "Till 4 penningars värde" tillägges i Hertig Carls bref till Örebro $^{17}/_{9}$ 1578: Bagge a. st. s. 32.

8) Till denna borgerl. tunga hörde utom kronoutskylder och kommunalskatter äfven vakt, gästning och dagsverken.

senterade. Sådane voro adel, prester och konungstjenare, hvilka alla hvar för sig gjorde anspråk på friheter. Först och främst förvandlade de "kronones skattgilla jord" till frälse och ökade derigenom för staden utlagorna till Kronan, vidare började de att utsträcka sina anspråk på skattefrihet äfven till kommunalafgifter och skott [1]), slutligen, hvilken var den svåraste olägenheten, fritogo de under skydd af sina privilegier hvarjehanda näringsidkare från de gemensamma bördorna. Häremot utfärdades visserligen förbud: så genom 1396 års reduktionsstadga, der det heter (§ 9), att med alla gårdar i köpstäderna skulle förhållas så som deras "Byarätt" utvisar, d. v. s. att de skulle återkomma under stadsrätt [2]). Historien lärer nogsamt, huru mycket dylika förbud aktades under följande århundraden. Det var isynnerhet Frälset, som på detta sätt småningom gjorde allt större intrång i städerna; resultatet häraf beskrifves af Carl IX med följande ord: "Frälset har i förtiden med köp, pant, skifte och andra behändiga medel under sig kommit tomter, hus och liggande grunder i städerna, hvarigenom Borgerskapet, som skulle svara till deras tunga, är vordet märkeligen minskadt och försvagadt, tomter mångenstädes öde och obyggde, hjelpen till menige bästa (d. v. s. kommunalskatterna) afkortad, såsom ock den skatt, kronan tillkommer, derigenom försnillad" [3]). Gustaf I var den, som först sökte sätta en dam för dylika missbruk, och det så, att alla på detta sätt uppkomna friheter afskaffades. Så förklarade han i bref till Stockholm $^{25}/_{9}$ 1554, att ingen konungens tjenare, som egde gård och grund i staden, skulle "stinga sig undan" stadens tunga, ej heller Frälset, ty "ingen herre eller konung före oss hafver någonsin gifvit frälse på hus och gårdar i köpstäderna, icke finnes det heller i lagen, att de skulle vara under frälset, derföre kunna vi ej heller efterlatet" [4]). Derefter pålades genom 1557 års Ordinans, till förbättrande af Stockholms stads ränta, på *hvarje* hus en årlig skatt af $\frac{1}{2}$ mark för hvart 100 mark örtuger i värde [5]). Detta har dock icke länge fortfarit: redan i 1563 års priv. § 4 inskränktes den borgerliga

1) Från Upsala klagas från början af 1400-talet, att der bo många, som vilja njuta, men få, som något vilja skjuta och till skatt hjelpa. — Upsala Priv.bok.

2) Hadorph Bih. till RimKrön. s. 66. Jmfr dens. Gambl. Stadg. s. 32.

3) Bref till Borgm. och Råd i Örebro 1584: Ekholm Svenska Fatburen III, s. 61.

4) Palmsch. Top. XIV. Jmfr Kbr. $^{19}/_{3}$ 1545, att skottet skall i Sthm utgöras äfven af dem, "som ej bruka annan köpenskap än sätta ut sina penn. på ocker och ränta"; Kbr. till Falköping $^{7}/_{3}$ 1551, att de som bo å frälsegårdar draga stadens tunga. Jmfr Kbr. till Wadstena $^{14}/_{8}$ 1559. — RRegistr.

5) § 1 (Palmsch. d:o).

tungan till dem, "som bruka handel, vandel och borgarenäring", hvaremot alla andra gårdsegare såsom "furstar, grefvar, friherrar, adelsmän, prester, bönder och andre" blott skulle utgöra någon hjelp till stadens byggning af deras hus, "eftersom tidens lägenhet kan fordra" [1]). Äfven enligt Johan III:s hithörande förordningar voro blott de adelsmän och herretjenare, som idkade borgerlig näring, också underkastade borgerlig tunga [2]), hvaremot han sökte hjelpa saken genom att strängeligen förbjuda alla andra frihetsbref än dem K.M. sjelf utfärdat [3]). Mot prester och bönder visade han sig dock strängare: alla sådana, som köpt hus i Stockholm och ej sjelfva bebodde dem [4]), skulle enl. Kbr. $^{8}/_{11}$ 1577 upplåta dem till köp åt borgare efter mätismannaordom eller ock hafva förbrutit dem "under oss och Kronan" [5]). Carl IX såsom Hertig och Konung var den, som gjorde de kraftigaste försöken att rensa städerna från alla oborgerliga elementer och i allmänhet att skydda dem för allt slags intrång, vare sig af in- eller utländske. Till en början riktade han sin uppmärksamhet på Frälsets utestängande från städerna [6]) och förordnade för Nyköping, Mariestad och Örebro 1580—1584, att ingen borgare skulle få på något sätt afhända sig gård eller grund under Frälset vid 40 marks böter eller (för Mariestad) bördsrättens återfallande till honom igen [7]). Dessa bestämmelser utvidgades seder-

---

1) Jmfr Kbr. till Jönköping af $^{28}/_{4}$ 1561, till Westervik $^{6}/_{2}$ 1561. — I skeppsgärden 1566 skulle *alla* i städerna boende deltaga. Enl. Kbr. till Kalmar $^{28}/_{5}$ 1566 skulle Kon:s tjenare, som ej idka borgerlig näring, blott hjelpa till stadens befästning. RRegistr.

2) Se t. ex. Priv. för Sthm 1570 § 4, Kbr. 1589 om Norrl. segl. jemte en mängd andra. — Dock skulle enl. Kbr. till Rådet i Upsala $^{14}/_{10}$ 1583 alla gårdsegare utan undantag hjelpa till vid byggn. af hospitaler, Rådstufva o. a. d. RRegistr.

3) Kbr. $^{22}/_{6}$ 1573, d:o $^{14}/_{7}$ 1585. I det senare brefvet påpekas särskilt ogiltigheten af frihetsbref från Hertig Carl eller andra hans syskon, "efter vi här i vårt kongerike icke känna någon god före att vara vår like i makt och välde." — Nordin. Saml. Hist. Urb.Sv.

4) Detta skulle äfven gälla om borgarne sjelfva, så vida de ej hade barn, som kunde öfvertaga desamma; enl. Kbr. $^{16}/_{1}$ 1573 till Ståth. i Sthm.

5) Nordin. Saml. Hist. Urb.Sv. Det heter i detta bref besynnerligt nog, att prester och bönder uppköpa de flesta hus, som kunna vara till salu i Sthm, dem de sedan förhyra åt löst parti, som ej göra någon rättighet till staden.

6) Redan Johan III hade dermed gjort början, i det han vid bördsrättens inlösande i städerna (hvilket af honom till och med anbefalltes: se Kbr. af 1582, 87 o. 91: RRegistr.) förbjöd att sälja jorden under Frälset.

7) Bref till Nyköping af 1580 och 1584 (Saml. St.Priv. i R.Ark.); Priv. för Mariestad 1583 § 2 (Tidström de M. p. 40), bref till Örebro af 1584 (förut anfördt).

mera och skärptes betydligt: utom Frälset inbegrepos i förbudet prester, fogdar, skrifvare, ryttare och knektar, och straffet höjdes ända till fastighetens förlust, ½ under Kon. och ½ under staden [1]). Vidare sökte Carl IX att på annat sätt försvåra åtkomsten af fastighet i städerna för icke-borgare, genom att underkasta hvarje sådant förvärfvande nya och starka kontroller till stadens och borgerskapets förmån. Hvar och en som sätter sig ned i staden, bör utlofva att der bo qvar i alla sina lifsdagar: vill han dock sedermera sälja sin fastighet och flytta hädan, skall han först hembjuda henne till slägten, dernäst till instädes borgare, sedan till Borgmästare och Råd å stadens vägnar, sist till Konungen eller hans arfvingar, men ingalunda till Frälseman eller utstädes borgare [2]). Gör han ej så, vare fastigheten förbruten ½ under Konungen och ½ under staden. Dör en besuten borgare utan någon arfvinge, som kan öfvertaga gården och blifva borgare, skall Konungens Fogde dermed företaga ungefär samma procedur [3]). Skulle någon adelsman, prest, utstädes borgare eller annan, som ej bor i staden, der ega någon tomt, skall denna upplåtas åt någon borgare eller "besättas" med sådane, som draga borgerlig tunga: sker detta ej inom 3 år, verkställes detsamma efter värdering af Borgmästare och Råd [4]). Dessa grundsatser tillämpades nu för de i noterna anförda städer med några modifikationer för hvar stad och blefvo i det följande utsträckta äfven till flera andra. Att den jord, som af Konungarne efter hand donerades åt städerna till deras förkofring, blott skulle upplåtas sådane stadsinnevånare till nyttjande, som brukade handel och borgarenäring, säger sig sjelft och utsades äfven uttryckligen i flera donationsbref [5]).

---

1) Se Priv. för Wimmerby 1604, Kbr. till Strengnäs och Thorshälla $^{17}/_{2}$ 1609, Priv. för Trosa $^{19}/_{4}$ 1610 § 14 (Palmsch. Top. XXXI), d:o för Ulå $^{26}/_{9}$ 1610 § 11 (Snellman de urbe Uloa). Jmfr Resol. f. Sthms borgare $^{4}/_{6}$ 1603 (RRegistr.), der detsamma ålägges alla ur staden utflyttande borgare.

2) Se Priv. för Mariestad 1583 § 2, Priv. för Torsilia $^{12}/_{8}$ 1593 § 3 (Palmsch.), för Köping af 1608, för Trosa § 16 och Ulå § 17 af 1610. Jmfr Privil. för Wiborg och Åbo 1600, för desamme o. Borgå 1607.

3) Se anf. Priv. för Wimmerby, Trosa och Ulå, Priv. för Enköping 1610 § 4.

4) Se Priv. för Jönköping $^{20}/_{3}$ 1596 § 6, (Handl. Skand. Hist. XXXII, s. 462), Kbr. till Upsala af 1597 (stadens Priv. bok). Jmfr äfven Kbr. till Söderköping 1595 (RRegistr.) Privil. för Åbo och Wiborg 1600 § 6. — Ungef. samma stadg. förekommer redan i Priv. för Skara af 1527 (Palmsch.).

5) Se t. ex. "Öppet försvarelsebref" för Westervik, Söder- Norr- och Linköping mot Adeln och andra $^{30}/_{7}$ 1599: egorna skola delas mellan borgarne, som draga stadens tunga, och Rådet eljest hafva makt "vederkäunas" dem. Jmfr Kbr. till Enköping

Af det föregående hafva vi sett, hvilka bemödanden af flera Regenter gjordes att lyfta borgerskapet i städerna: ett stående drag deri var försöket att göra besutenheten allmän. Syftemålet var dock ännu långt ifrån att uppnås, ej heller ändrades i väsentlig mån städernas forna förhållanden genom dessa planer. Någon priviligierad klass *inom* sjelfva borgerskapet förmådde icke det oaktadt bilda sig. Orsakerna härtill hafva vi hufvudsakligen redan angifvit. Samma orsaker hafva äfven motverkat och hindrat uppkomsten af Rådsvälde i våra städer och alltjemnt uppehållit det demokratiska elementet, som från början förefanns och äfven i St.L. blef legitimeradt, eller med andra ord menighetens deltagande i stadens vigtigare angelägenheter. Detta deltagande visar sig först och främst på rättskipningens område, i de många nämnder af byamän, som för olika ändamål af rätten eller parterna sjelfva utsågos, samt i det flerstädes herrskande bruket att supplera rätten med adjungerade byamän, ja att till och med fordra samtliga byamännens inställande vid alla Rådstufvudagar. Ett vida direktare inflytande utöfvades af menigheten i val och administrativa mål å de allmänna s. k. Byamoten. Vi hafva förut anfört exempel på menighetens deltagande i de årliga embetsmannavalen å Walborgsmässo-Rådstufvan, ehuru det väl egentligen blott var i de mindre städerna, som menighetens röst dervid ansågs nödvändig eller afgörande. Angående öfriga allmänna kommunalsammankomster eller, som de kallades på somliga ställen, "menige mans Rådstufvor" [1]), innehåller St.L. inga närmare bestämmelser, än att Borgmästarne kunde sammankalla "Allmogan", då Konungsbud kommo eller ock "them wårdar um annur stadhsens ärende tala", då Byamännen vid plikt skulle infinna sig [2]). Häri ligger, som man ser, ingen säker garanti för menighetens rätt: bristen derpå har dock sällan framkallat större olägenheter, utan allt har gått sin gilla gång, och praxis på de flesta ställen blifvit att rätt ofta sammankalla allmänna Rådstufvor, ja i en del städer har Rådet dervid gifvit menigheten del äfven af stadens räkenskaper och andra speciellare frågor [3]).

---

$^{22}/_{1}$ 1600, Priv. f. Hjo af 1610, Kbr. ang. Mariestad af $^{26}/_{2}$ 1611. Utdelningen verkställdes än af Rådet, än af särskilta tillförordnade (dessa skulle enl. Kbr. till Falköping $^{8}/_{11}$ 1606 från vissa folkrika härader *taga ut en från hvar gård* och tilldela honom åker i F.). — RRegistr.

1) Sthms T.B. från slutet af 1500-talet.

2) RådstB. II § 4, jmfr ByggnB. VIII (der det heter, att Fogde, Borgmästare o. Råd sammankalla), och KgB. XX, § 9.

3) I 1600 års Tullordning föreskrifves, att stadens förmän skola årligen göra menigheten redo och räkenskap för vissa inkomster: Stiernman I, s. 458.

Emellertid kunde det icke fela, att ju stora olägenheter på vissa ställen skulle blifva följden af dessa folkförsamlingar i massa: i de större städerna kunde dervid icke undvikas de oordningar och tumultuariska uppträden, som äro oskiljaktiga från sammanrafsade och orepresenterade folkhopar, der alla anse sig lika berättigade att afgöra frågan, men ingen erkänner sin skyldighet att granska och göra sig redo för densamma. Det ligger derföre i sakens natur, att redan tidigt försök skulle förekomma att genom ett fåtal bestämda och ansvariga personer ersätta en larmande och oåtkomlig folkhop. En sådan representation kan på sätt och vis anses ligga i de många embetsmän, som ur Byamännens krets utsågos till Rådets biträde. Men mera egentligt kan man anse fröna till en sådan ligga i den procedur, som St.L. föreskrifver vid skottets upptagande. Då skulle nemligen några män "aff Allmoganum tiltakas skuth att läggia" och "förskuth lijka." Ur detta stadgande bildade sig enligt praxis i olika städer olika organisationer, hvilka slutligen, på några ställen i samverkan med andra förhållanden och stundom efter utländska förebilder, gifvit upphof åt den inrättning, som numera i våra städer kallas de Äldstes Råd.

En dylik organisation uppstår snart af sig sjelf i hvarje kommun, som utvecklar sig normalt, då befolkningen tillvexer och ärendena mångfaldigas, då man finner olämpligheten och ofruktbarheten af de ofvan skildrade oordnade sammankomsterna. Liksom all representation förutsätter densamma en viss högre ståndpunkt och mer utvecklad allmän-anda. Benämningen de Äldste (som för öfrigt ej förekommer i våra städer förr än kring medlet af 1600-talet) är, liksom så mycket annat, hämtad från de Lübska städerna. I Lübeck nämnas första gången 1265 de s. k. majores sive seniores vid Consulernas sida i vissa vigtigare frågor, och förekomma sedan i Lübeck och andra Nord-Tyska städer framgent under olika benämningar: jurati, prudentes, discreti, de Wittigsten o. s. v. Dessa utskott af stadens menighet voro från början tillfälliga och utgjordes egentligen af de inflytelserikaste borgarne, som Rådet fann för godt att tillkalla för vissa ärenden. Småningom stadgade sig praxis och framkallade bestämda grundsatser och former för dessa utskotts verksamhet [1]). Vi kunna ej med visshet uppgifva, om denna organisation blifvit under Medeltiden efterbildad i någon Svensk stad: troligt nog är väl, att det skett i Stockholm, åtminstone finner man 1494 Rådet sekunderadt af 24 gode män

1) Frensdorff a. st. s. 200 ff.

på menighetens vägnar vid en sammankomst med Riksens Råd [1]). Det säkra är emellertid, att man 1524 finner Stockholm i besittning af de Äldstes Råd, biträdande Rådet vid en finansfråga [2]). Om icke detta Råd blott var en utbildning af tidigare förhållanden, så ligger den förmodan närmast till hands, att detsamma ungefär vid samma tid blifvit inrättadt genom Lübskt inflytande. Detta senare var, som bekant är, just då mycket starkt, och kort förut hade i följd af reformationens stormar med thy åtföljande demokratiska rörelser i Lübeck blifvit upprättadt ett permanent borgareutskott, till en början bestående af 48 medlemmar [3]), hvilket antal just var det för Stockholm antagna och sedermera under lång tid gällande. Vare härmed huru som helst, det vissa är, att "de 48" sedermera allt framgent, ehuru i början temligen sällan, uppträdde som representant af menigheten vid Rådets sida i åtskilliga vigtigare angelägenheter, speciellt sådana som rörde stadens drätsel, skatteväsende och jordområde [4]). Den nya myndigheten har äfven snart nog af Konungamakten blifvit erkänd, ty i Gustaf I:s Ordinans för Stockholm 1557 § 12 föreskrifves, att alla eldfarliga byggnader skola "efter de 48 af menighetens ransakning och sägen" nedrifvas. Deras befogenhet beskrifves i största allmänhet i stadens Embetsböcker (från 1582), der de finnas uppräknade, sålunda: "desse 48 Borgare äre af menige Borgerskapet utkorade Borgm. och Råd till hjelp, när vigtige saker förefalla å Rådstugan, *som belanga K. M:t och menige borgerskapet*" (eller "hela staden"). Från 1605—1618 voro de sista uttrycken ändrade till " — — som anlange H. K. M. vår allernådigste konung" [5]). Detta formulär påminner om St.L. RådstB. II, som särskilt föreskrifver allmänt Byamot, "då Konungsbud kommer", vid hvilket tillfälle således menigheten skulle föreställas af de 48. — Vi se häraf, att Gustaf Adolfs organisation i 1619 års stadga icke, som man trott, var en alldeles ny inrättning, utan upptagen och lånad från Stockholms stadsförfattning, inom hvilken hon redan fortlefvat åtminstone 100 år.

---

1) Ett liknande exempel finnes från Åbo 1425, då "12 dandemän af menheten" å dennas vägnar utan Rådets medverkan underhandlade med Konungen, se Grönblad a. st. n:o 23.

2) "Feria 4:a post Olavi: Borgmästare, Råd *och de 48* undsatte min herres nåd med 3000 mark till knektarne på Gotland lågo", heter det i Olai Petri T.B. för 1524.

3) Sedermera ökadt till 56, 64, slutl. 164: Hach d. Alte Lüb. Recht inledn.

4) Se Sthms Tänkeböcker från 1547 (de närmast föregående äro förkomna).

5) Sthms RhusArk.

Men äfven i flera mindre städer finner man redan före 1619 ett dylikt borgareråd, ehuru icke så utbildadt som i Stockholm, och det af helt och hållet inhemskt ursprung, nemligen uppkommet ur Skottmännen eller skattejemkningsmännen. Dessa tillfälliga taxeringskommittéer hade i somliga städer blifvit till antal och befogenhet utvidgade och bestämda genom en lång praxis. Så finner man i Arboga 1615 och 1616 ett utskott af 12 män, i Westerås 1617 24 män "af gemene Borgerskapet", "som det året kallade voro att lägga årsskatten" [1]). Dessa utskott blefvo längre fram och under inverkan af 1619 års stadga ombildade till städernas s. k. Äldste, hvilka derföre ock framträdde olika till antal och befogenhet i olika städer.

1) Se Arboga och Westerås städers Tänkeböcker i Sv. Hofr. Ark.

# Om Asteroiden Alexandra (54).

## Fjerde Element-Systemets Jemförelse med Observationerna

AF

H. SCHULTZ.

Sedan hösten 1858, då denna planet upptäcktes i Paris, har jag sysselsatt mig med dess theori, och publicerat mina räkneresultat i Berliner Jahrbuch och i Astr. Nachrichten.

En summarisk berättelse öfver dessa arbeten finnes intagen i A. N. N:o 1287, hvarest jag redan angifvit, huru det sista (4:de) elementsystemet, på hvilket efemeriderna för år 1861 äro grundade, erhållits ur de tvänne hittills observerade oppositionerna.

Min närmaste uppgift är nu att genomföra en noggrann jemförelse mellan dessa element och de ursprungliga observationerna, för att bilda nya normalorter och undersöka, om störande fel möjligen förekomma i observationerna eller i de antagna medelloca för komparationsstjernorna.

Såsom en historisk inledning angifver jag först i ordning de fyra elementsystemen, som resulterat af mina räkningar, och om hvikas härledning jag anfört det vigtigaste i Astr. Nachr. l. c. Dessa elementsystem, som antogos oskulerande för epoken, och i hvilka $\Pi^*$), $\Omega$ och i alltid referera sig till medelæqvinoctium och ekliptikan för samma tid voro följande:

*) Betydelsen af allmänt antagna beteckningar angifves vanligen icke i denna upsats.

*Elementsystemet I.*

Epok 1858 December 30,0 m. Berliner tid

$M_0 = 52^0\ 36'\ 12'',6$
$\Pi = 293\ 39\ 27\ ,2$
$\Omega = 313\ 50\ 47\ ,0$
$i = 11\ 47\ 29\ ,6$
$\varphi = 11^0\ 30'\ 9'',2$
$\mu = 796'',3940$
$\log a = 0,432586$

*Elementsystemet II.*

Epok 1858 Decemb. 30,0 m. B. tid.

$M_0 = 52^0\ 25'\ 54'',82$
$\Pi = 293\ 56\ 0\ ,41$
$\Omega = 313\ 50\ 17\ ,53$
$i = 11\ 47\ 8\ ,98$
$\varphi = 11^0\ 28'\ 43'',82$
$\mu = 796'',37407$
$\log a = 0,4325930$

*Elementsystemet III.*

Epok 1858 Decemb. 30,0 m. B. tid.

$M_0 = 52^0\ 6'\ 37'',18$
$\Pi = 294\ 20\ 24\ ,70$
$\Omega = 313\ 49\ 12\ ,79$
$i = 11\ 46\ 58\ ,06$
$\varphi = 11^0\ 28'\ 9'',82$
$\mu = 795'',12315$
$\log a = 0,4330481$

*Elementsystemet IV.*

Epok 1858 Dec. 30,0 m. B. tid.

$M_0 = 52^0\ 10'\ 37'',10$
$\Pi = 294\ 16\ 40\ ,51$
$\Omega = 313\ 49\ 29\ ,25$
$i = 11\ 46\ 59\ ,36$
$\varphi = 11^0\ 27'\ 42'',55$
$\mu = 795''56379$
$\log a = 0,4328877$

Innan jag öfvergår till det sista systemets jemförelse med observationerna, anförer jag i följande tabell dessa in extenso, så vidt de äro mig bekanta.

## Meridian-Observation i Paris.

1858 Sept. 13. $21^h\ 37^m\ 27^s,83 - 6^0\ 3'\ 28'',0$.

## Observationer i Leyden (Astr. Nachr. 1187).

| 1858 | Leydn. M.T. | $\alpha$ (54) = | $\delta$ (54) = | App. $\alpha$ (54) | App. $\delta$ (54) |
|---|---|---|---|---|---|
| Sept. 15 | $9^h\ 46^m\ 25^s,5$ | $\alpha^* - 1^0\ 20'\ 17'',1$ | $\delta^* + 1'\ 50'',1$ | $324^0\ 4'\ 34'',9$ | $- 6^0\ 1'\ 27'',1$ |
| 16 | $9^h\ 57^m\ 0^s,7$ | $\alpha^* - 1^0\ 28'\ 26'',4$ | $\delta^* + 2'\ 51'',6$ | $323^0\ 56'\ 25'',5$ | $- 6^0\ 0'\ 25'',6$ |

Komp. Stjernans Medellocus 1858,0.

| | | |
|---|---|---|
| | $325^0\ 23'\ 54'',2 - 6^0\ 3'\ 29'',8$ | Lal. 42512 |
| | $55'',5$ $36'',3$ | Wash. Obs. Cat. 1113 |
| | $325^0\ 23'\ 54'',9 - 6^0\ 3'\ 33'',1$ | |
| Sept. 15. Redukt. t. app. locus | $+57'',1$ $+15'',9$ | |
| Sept. 16. D:o | $+57'',0$ $+15'',9$ | |

## Observationer i Berlin (Astr. Nachr. 1213).

| 1858 | Berlin. M.T. | $\alpha$ (54) = | $\delta$ (54) = | App. $\alpha$ (54) | App. $\delta$ (54) |
|---|---|---|---|---|---|
| Sept. 16 | $12^h\ 0^m\ 12^s$ | $\alpha$(a) $-1^0\ 28'\ 56'',1$ | $\delta$(a) $+2'\ 55'',6$ | $323^0\ 55'\ 53'',1$ | $- 6^0\ 0'\ 24'',1$ |
| 17 | 13 5 5 | $\alpha$(a) $-1$ 36 57 ,4 | $\delta$(a) $+4$ 1 ,3 | 323 47 51 ,9 | $-$ 5 59 18 ,5 |
| 20 | 13 11 37 | $\alpha$(b) $+$ 50 52 ,7 | $\delta$(b) $-4$ 7 ,3 | 323 27 33 ,4 | $-$ 5 56 0 ,2 |
| 25 | 9 14 53 | $\alpha$(b) $+$ 26 51 ,2 | $\delta$(b) $+1$ 52 ,7 | 323 3 31 ,1 | $-$ 5 50 0 ,1 |
| Okt. 15 | 11 2 7 | $\alpha$(c) $+$ 0 29 ,3 | $\delta$(c) $-5$ 52 ,6 | 323 17 23 ,9 | $-$ 5 11 21 ,6 |
| 16 | 7 37 42 | $\alpha$(c) $+$ 5 2 ,6 | $\delta$(c) $-3$ 39 ,3 | 323 21 57 ,2 | $-$ 5 9 8 ,3 |
| 19 | 7 18 33 | $\alpha$(c) $+$ 23 3 ,6 | $\delta$(c) $+4$ 37 ,9 | 323 39 57 ,7 | $-$ 5 0 51 ,2 |
| 26 | 9 42 22 | $\alpha$(d) $+$ 17 13 ,3 | $\delta$(d) $+2$ 23 ,7 | 324 35 50 ,4 | $-$ 4 38 6 ,0 |
| Nov. 7 | 11 1 44 | $\alpha$(e) $+$ 34 16 ,7 | $\delta$(e) $+0$ 8 ,7 | 326 49 41 ,4 | $-$ 3 49 54 ,3 |
| 13 | 7 43 52 | $\alpha$(f) $+$ 24 51 ,4 | $\delta$(f) $+3$ 30 ,4 | 328 10 0 ,2 | $-$ 3 21 54 ,7 |
| 20 | 9 37 33 | $\alpha$(g) $+$ 57 48 ,0 | $\delta$(g) $+5$ 58 ,5 | 329 58 6 ,4 | $-$ 2 44 7 ,1 |
| Dec. 17 | 7 39 16 | $\alpha$(h) $+$ 5 ?56 ,6 | $\delta$(h) $-1$ 47 ,8 | 338 13 56 ,6 | $+$ 0 16 30 ,4 |
| 18 | 7 44 49 | $\alpha$(i) $+$ 22 33 ,4 | $\delta$(i) $-4$ 7 ,5 | 338 34 24 ,2 | $+$ 0 24 13 ,7 |
| 1859 | | | | | |
| Jan. 4 | 8 39 21 | $\alpha$(k) $+$ 20 47 ,6 | $\delta$(k) $-0$ 58 ,6 | 344 37 35 ,7 | $+$ 2 46 7 ,6 |
| 5 | 6 29 27 | $\alpha$(l) $-$ 9 19 ,1 | $\delta$(l) $-4$ 56 ,1 | 344 57 49 ,9 | $+$ 2 54 15 ,9 |
| 6 | 5 40 7 | $\alpha$(m) $-$ 17 51 ,4 | $\delta$(m) $+1$ 15 ,5 | 345 19 12 ,1 | $+$ 3 2 50 ,5 |
| 26 | 7 45 16 | $\alpha$(p) $-$ 4 48 ,8 | $\delta$(p) $-6$ 19 ,6 | 352 58 5 ,9 | $+$ 6 11 30 ,4 |
| Febr. 18 | 6 50 23 | $\alpha$(q) $-$ 68 8 ,5 | $\delta$(q) $-6$ 26 ,7 | 2 5 43 ,3 | $+10$ 3 13 ,9 |
| 19 | 7 8 12 | $\alpha$(q) $-$ 43 37 ,1 | $\delta$(q) $+3$ 59 ,8 | 2 30 14 ,7 | $+10$ 13 40 ,5 |
| 20 | 7 6 12 | $\alpha$(r) $+$ 9′ 1′′,5 | $\delta$(r) $-1'$ 33′′,7 | 2 54 28 ,9 | $+10$ 23 54 ,9 |
| *Dec. 2 | 8 0 36 | mig ej | bekanta | 78 35 29 ,6 | $+37$ 27 5 ,1 |
| * 15 | $8^h\ 28^m\ 27^s$ | | | $74^0\ 55'\ 10'',1$ | $+36^0\ 49'\ 9'',7$ |

* Enligt bref från Berlin.

| 1861 | Berlin. M.T. | $\alpha$ (54) = | $\delta$ (54) = | App. $\alpha$ (54) | App. $\delta$ (54) |
|---|---|---|---|---|---|
| *Febr. 14 | 14h 5m 33s | De ursprungliga obs. ej angifna. | | 145° 16′ 26″,0 | +10° 22′ 22″,0 |
| *Mars. 1 | 12 56 36 | | | 141 51 30 ,4 | +10 50 8 ,1 |
| * 6 | 8 17 4 | | | 140 53 34 ,4 | +10 57 48 ,1 |
| * 7 | 8h 29m 18s | | | 140° 42′ 7″,2 | +10° 59′ 14″,9 |

* Enligt bref från Berlin.

Fotometriska Bestämningar.

1858 Okt. 26: m = 11,0. 1859 Jan. 5: m = 11,9. Jan. 22: m = 12,2. Febr. 18: m = 12,5.

Komp. Stjernornas Medelloca.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1858,0 | a) | 325° 23′ 52″,3 | — 6° 3′ 35″,6 | B.Z. 122, Lal. 42512, Tayl. 10134 | |
| | b) | 322 35 44 ,3 | — 5 52 8 ,0 | Lal. 42106, B.Z. 100, 122. | |
| | c) | 323 16 2 ,4 | — 5 5 44 ,3 | B.Z. 100. | |
| | d) | 324 17 46 ,6 | — 4 40 44 ,9 | B.Z. 122. | |
| | e) | 326 14 36 ,3 | — 3 50 19 ,0 | B.Z. 100, S. II 438 (2). | |
| | f) | 327 44 21 ,2 | — 3 25 41 ,4 | B.Z. 109, S. II 440 (2). | |
| | g) | 328 59 31 ,7 | — 2 50 22 ,1 | 0 Aquarii Mädler. | |
| | h) | 338 7 26 ,3 | + 0 17 59 ,5 | Brünnow Astr. Not. 2. | |
| | i) | 338 11 6 ,1 | + 0 28 2 ,5 | B.Z. 34. | |
| 1859,0 | k) | 344 16 49 ,8 | + 2 47 5 ,7 | B.Z. 36. | |
| | l) | 345 7 10 ,6 | + 2 59 11 ,5 | B.Z. 14, 25, Brünnow (2). | |
| | m) | 345 37 5 ,1 | + 3 1 34 ,3 | Brünnow. | |
| | p) | 353 2 56 ,8 | + 6 17 49 ,0 | B.Z. 38. | |
| | q) | 3 13 53 ,9 | + 10 9 38 ,6 | B.Z. 29, R. 51. Jemf. m. q′ och q″. | |
| | q′) | 3 18 32 ,3 | + 10 8 10 ,1 | B.Z. 29, R. 58. | |
| | q″) | 3 24 47 ,2 | + 10 11 42 ,7 | B.Z. 29, R. 64. | |
| | r) | 2° 45 29 ,7 | + 10° 25 26 ,7 | B.Z. 29, S. VI. 4, R. 31. | |
| | q—q′ | = — 4 43 ,5 | + 1 29 ,2 | | |
| | q—q″ | = —?4′ 49″,5 | — 2′ 6″,2 | | |

## Observationer i Königsberg (Astr. Nachr. 1181 och 1266).

| 1858 | Königsb. M.T. | $\alpha$ (54) = | $\delta$ (54) = | App. $\alpha$ (54) | App. $\delta$ (54) |
|---|---|---|---|---|---|
| Nov. 4 | 9h 32m 40s,8 | $\alpha$(dd)— 4′ 3″,0 | $\delta$(dd)—13′ 21″,5 | 326° 11′ 20″,1 | — 4° 3′ 23″,1 |
| 1859 | | | | | |
| Nov. 30 | 9 2 46 | $\alpha$ (a) +16 23 ,9 | $\delta$ (a) + 8 9 ,2 | 79 58 37 ,2 | +37 30 25 ,1 |
| Dec. 2 | 8 12 6 | $\alpha$ (a) —16 23 ,7 | $\delta$ (a) + 4 46 ,6 | 78 35 50 ,2 | +37 27 2 ,7 |
| 3 | 8 43 42 | $\alpha$ (a) —33 39 ,0 | $\delta$ (a) + 2 48 ,3 | 78 18 35 ,2 | +37 25 4 ,5 |
| 21 | 9h 49m 33s | $\alpha$ (b) +30′35″,3 | $\delta$ (b) — 1′ 33″,1 | 73° 18′ 43″,2 | +36° 23′ 19″,9 |

Komp. Stjernornas Medelloca 1858,0 och 1859,0.

A. N. 1181. dd) Weisse's C. H. 21 N:o 1056: 326° 14′ 34″,1 — 3° 50′ 17″,7

A. N. 1266. a) Meridian-Obs. i Königsb. : 78° 50′ 40″,2 + 37° 22′ 5″,3

b) d:o d:o : 72° 46′ 32″,1 + 36° 24′ 36″,9

Fotometriska Bestämningar.

1859. Dec. 2: m = 11,5. Dec. 21: m = 11,4.

## Meridian-Observationer i Greenwich (Monthly Notices Vol. XIX).

| 1858 | Greenwich. M.T. | App. $\alpha$ | App. $\delta$ |
|---|---|---|---|
| Okt. 25 | $7^h\ 22^m\ 13^s,1$ | $324^0\ 26'\ 26'',1$ | $-\ 4^0\ 41'\ 41'',1$ |
| 30 | $7^h\ 5^m\ 45^s,4$ | $325^0\ 14'\ 31'',1$ | $-\ 4^0\ 23'\ 46'',5$ |

*Anmärkningar öfver observationerna och de använda komparationsstjernorna.*

Utom här upptagna observationer finnas:

1:o) Tvänne från Bilk i September 1858, men hvilka till följe af deras betydliga afvikelse från observationerna i Berlin och Paris genast uteslötos ur räkningen.

2:o) Fyra cirkelmikrometerobservationer från Wien (Oktober 1858), hvilka ännu användes vid beräkningen af tredje elementsystemet, men sedan uteslötos.

3:o) En Berlinerobservation (26 Febr. 1859), om hvilken jag redan talat Astronom. Nachr. N:o 1287.

4:o) En Greenwicherobservation af den 27 Decemb. 1859, hvilken jag funnit ej tillhöra planeten.

Enligt denna skulle planetens apparenta koordinater vara (Monthl. Not. XX) för

1859 Dec. 27. $10^h\ 23^m\ 57^s,0$ Greenwich. medeltid.

app. $\alpha = 71^0\ 51'\ 23'',9$, app. $\delta = +\ 35^0\ 53'\ 43'',8$.

Ur tredje elementsystemet erhölls efter anbringande af perturbationerna för samma tid

app. $\alpha = 71^0\ 49'\ 6'',96$ app. $\delta = +\ 35^0\ 53'\ 15'',62$, hvaraf således erhålles följande differenser mellan beräkning och observation

| $\Delta\alpha$ | $\Delta\delta$ |
|---|---|
| $-\ 2'\ 16'',9$ | $-\ 28'',2$ |

Jemförelsen af systemet (3) med Berlinerobservationerna (Dec. 2 och 15) gaf deremot

| $\Delta\alpha$ | $\Delta\delta$ |
|---|---|
| $-\ 72'',8$ | $-\ 9'',8$ |
| $-\ 69'',3$ | $-\ 8'',4$. |

Komparationsstjernorna har jag ånyo reducerat, såvidt de dertill behöfliga stjernkatalogerna funnos att tillgå, och har jag härvid följande anmärkningar att göra:

1:o) Stjernan a) 1858 för Berl. obs. i Astr. Nachr. 1213 är densamma som Hoeks i N:o 1187, och den kunde ej kontrolleras, då jag saknade Bay. Laland, Taylor, och Wash. Obs. Cat.

För att göra de fyra observationerna den 15, 16 och 17 September med hvarandra fullt jemförbara, antog jag för dem alla samma medelposition för stjernan, nämligen ett medium af Försters position (med vigten 3) och den af Hoek angifna positionen enligt Wash. Obs. Cat. (med vigten 1). Jag gifver ej Wash. Obs. Cat. större vigt, emedan, enligt D:r Försters uppgift, hans bestämmningar den 16 och 17 äro att anse såsom särdeles pålitliga.

2:o) Stjernorna b), e), f) och r) i Försters observationer (Nachr. 1213) kunde ej heller kontrolleras, emedan utom Bay. Laland äfven Santinis Katalog saknades. Stjernan e) är densamma som dd) i Königsbergerobs. 1858 Nov. 4 (A.N. 1181); och jag använde äfven Försters position för denna observation.

3:o) Stjernan c) hos Förster beräknades ånyo och samma position återfanns.

4:o) Stjernan d) i Berlinerobservationerna kunde ej återfinnas i Bessels Zoner 122. Den enda stjernan hos Bessel, som hade någon likhet med den angifna, var

$$21^h\ 34^m\ 18^s,44 \quad -\ 4^0\ 48'\ 27'',2.$$

Jag hade således ej annat val än att behålla den af Förster angifna positionen oförändrad.

5:o) Stjernan g) (= o Aqvarii = 2883 Mädler) i Berl. Obs. beräknades sålunda:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1850,0 . . . | 328° 53′ 18″,80 | — 2° 52′ 38″,62 | enligt Mädler. |
| 8 års mot. propr. | — 0″,40 | — 0″,07 | |
| | 328° 53′ 18″,40 | — 2° 52′ 38″,69 | |
| præcess. | + 6′ 12″,60 | + 2′ 17″,42 | |
| | 328° 59′ 31″,0 | — 2° 50′ 21″,3 | |

Dessa tal äro ej desamma som de af Förster angifna. Observatören har tydligen anbragt någon korrektion, för att reducera Mädler till Bessel, och möjligen användt annan mot. propr. Enligt den anförda positionens jemförelse med Försters borde denna korrektion vara

$$\Delta\alpha = +\ 0'',7, \quad \Delta\delta = -\ 0'',8.$$

Enligt Auwers uppgifter i Astr. Nachr. 1300 får jag

Wolfers ($\alpha$) = Bessels ($\alpha$) + 0″,68
Wolfers ($\alpha$) = Mädlers ($\alpha$) — 0″,06
Wolfers ($\delta$) = Bess. ($\delta$) + 0″,89
Wolfers ($\delta$) = Mädlers ($\delta$) + 0″42; hvaraf följer
Bessels ($\alpha$) = Mädl. ($\alpha$) — 0″,7
Bessels ($\delta$) = Mädl. ($\delta$) — 0″,5

hvilka gifva medelpositionen

328° 59′ 30″,3 och —2° 50′ 21″,8.

6:o) Stjernorna h), i), k), l), m) och p) i Berlinerobservat. beräknades ånyo.

I stället för Försters position på stjernan l) antager jag

345° 7′ 8″,3 + 2° 59′ 10″,8

endast enligt Brünnows Not. 2.

7:o) Reduktionen af stjernorna q) q′) och q″) i Berlinerobservationerna gaf

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| q | enligt B.Z. | 29 : 3° | 13′ | 58″,7 | +10° | 9′ | 40″,8 |
| | enligt R. | 51 : 3 | 13 | 49 ,4 | +10 | 9 | 38 ,6 |
| q′ | enligt B.Z. | 29 : 3 | 18 | 34 ,6 | +10 | 8 | 10 ,1 |
| | enligt R. | 58 : 3 | 18 | 29 ,0 | ej angifven | | |
| q″ | enligt B.Z. | 29 : 3 | 24 | 48 ,4*) | +10 | 11 | 44 ,4 |
| | enligt R. | 64 : 3° | 24′ | 44″,9 | +10° | 11′ | 41″,6. |

Här är en ny bestämning serdeles önskvärd; tills vidare behöll jag Försters position.

8:o) Observationerna från Berlin i Dec. 1859 samt i Febr. och Mars 1861 äro mig enskildt meddelade från Berlin, hvarvid dock comp.stjern. ej uppgåfvos. Om observationerna 1861 säger D:r Förster i sitt bref till mig:

"Sie sind recht genau und alle Sterne scharf von mir bestimmt."

Slutligen anmärkas följande antagliga fel i Berlinerobservationerna:

1858 Dec. 17: sekunderna af $\Delta\alpha = 46''6$ i st. för 56″,6

*) Om man antager ett fel i Bessels Z. = 10$^s$ eller 0$^h$ 11$^m$ 9$^s$,42 i stället för 0$^h$ 11$^m$ 19$^s$,42.

Differensen q—q″ bör väl vara $= -10'\ 49'',5$
i stället för $-\ 4'\ 49'',5.$

---

Komparationsstjernornas reduktion till observationsdagens apparenta locus utfördes ånyo, och, såväl de dervid använda konstanterna enligt Berliner Jahrbuch, som stjernornas antagna medelloca för början af observationsåret, äro angifna i följande tabell.

Konstanter för Komparationsstjernornas Reduktion Till App. Locus Och Stjernornas Medelloca.

| Medeltid i Berlin. 1858 | f | g | G | h | H | i | Medel-$\alpha$ | Reduktion till Appar. Locus. Medel-$\delta$ | $\Delta\alpha$ | $\Delta\delta$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Sept. 15,4 | +38″,56 | +18″,96 | 332° 20′ | +18″,62 | 97° 59′ | +8″,01 | 325° 23′ 53″,1 | — 6° 3′ 35″,8 | +57″,08 | +15″,91 |
| 16,4 | 38 ,66 | 19 ,00 | 332 22 | 18 ,61 | 96 55 | 8 ,01 | do | do | 57 ,02 | 15 ,91 |
| 16,5 | 38 ,67 | 19 ,00 | 332 22 | 18 ,61 | 96 49 | 8 ,02 | do | do | 57 ,02 | 15 ,91 |
| 17,6 | 38 ,78 | 19 ,04 | 332 26 | 18 ,60 | 95 38 | 8 ,03 | do | do | 56 ,94 | 15 ,93 |
| 20,6 | 39 ,07 | 19 ,15 | 332 38 | 18 ,60 | 92 26 | 8 ,03 | 322 35 44 ,3 | 5 52 8 ,0 | 56 ,17 | 15 ,06 |
| 25,4 | 39 ,54 | 19 ,33 | 332 57 | 18 ,59 | 87 19 | 8 ,04 | do | do | 55 ,63 | 15 ,12 |
| Okt. 15,5 | 41 ,59 | 20 ,03 | 334 41 | 18 ,93 | 65 54 | 7 ,47 | 323 16 2 ,4 | 5 5 44 ,3 | 52 ,38 | 15 ,37 |
| 16,3 | 41 ,68 | 20 ,06 | 334 46 | 18 ,85 | 65 3 | 7 ,41 | do | do | 52 ,24 | 15 ,34 |
| 19,3 | 42 ,02 | 20 ,17 | 335 5 | 18 ,92 | 61 54 | 7 ,24 | do | do | 51 ,68 | 15 ,27 |
| 26,4 | 42 ,84 | 20 ,44 | 335 53 | 19 ,10 | 54 32 | 6 ,74 | 324 17 46 ,6 | 4 40 44 ,9 | 50 ,48 | 15 ,53 |
| Nov. 4,4 | 43 ,98 | 20 ,81 | 336 57 | 19 ,35 | 45 21 | 5 ,97 | 326 14 36 ,3 | 3 50 19 ,0 | 49 ,05 | 16 ,08 |
| 7,5 | 44 ,41 | 20 ,96 | 337 20 | 19 ,44 | 42 14 | 5 ,67 | do | do | 48 ,45 | 15 ,96 |
| 13,3 | 45 ,25 | 21 ,25 | 338 3 | 19 ,61 | 36 29 | 5 ,05 | 327 44 21 ,2 | 3 25 41 ,4 | 47 ,72 | 16 ,30 |
| 20,4 | 46 ,34 | 21 ,62 | 338 55 | 19 ,81 | 29 32 | 4 ,23 | 328 59 30 ,3 | — 2 50 21 ,8 | 46 ,68 | 16 ,52 |
| Dec. 17,3 | 50 ,97 | 23 ,38 | 341 38 | 20 ,24 | 4 2 | 0 ,61 | 338 7 26 ,3 | + 0 17 59 ,5 | 44 ,69 | 18 ,55 |
| 18,3 | 51 ,15 | 23 ,45 | 341 42 | 20 ,24 | 3 6 | +0 ,47 | 338 11 6 ,2 | 0 28 2 ,5 | +44 ,44 | 18 ,56 |
| 1859 Jan. 4,4 | 8 ,20 | 8 ,18 | 295 53 | 20 ,16 | 347 4 | —1 ,96 | 344 16 49 ,6 | 2 47 5 ,7 | — 1 ,87 | 0 ,34 |
| 5,3 | 8 ,36 | 8 ,22 | 296 19 | 20 ,15 | 346 13 | 2 ,08 | 345 7 8 ,3 | 2 59 10 ,8 | 1 ,74 | 0 ,48 |
| 6,2 | 8 ,52 | 8 ,25 | 296 43 | 20 ,14 | 345 22 | 2 ,20 | 345 37 5 ,0 | 3 1 34 ,3 | 1 ,69 | 0 ,49 |
| 26,3 | 11 ,82 | 9 ,20 | 304 3 | 19 ,68 | 325 58 | 4 ,78 | 353 2 56 ,9 | 6 17 49 ,0 | 2 ,07 | 1 ,07 |
| Febr. 18,3 | 14 ,90 | 10 ,28 | 309 7 | 19 ,02 | 302 34 | 6 ,95 | 3 13 53 ,9 | 10 9 38 ,6 | 2 ,13 | 2 ,05 |
| 19,3 | 15 ,01 | 10 ,32 | 309 17 | 18 ,99 | 301 31 | 7 ,02 | do | do | 2 ,20 | 1 ,96 |
| 20,3 | 15 ,13 | 10 ,37 | 309 27 | 18 ,97 | 300 28 | — 7 ,09 | 2 45 29 ,7 | 10 25 26 ,7 | — 2 ,42 | 1 ,88 |
| Nov. 30,4 | 52 ,11 | 23 ,43 | 345 30 | 20 ,03 | 20 10 | +3 ,00 | 78 50 40 ,2 | 37 22 5 ,3 | +93 ,13 | 10 ,61 |
| Dec. 2,3 | 52 ,43 | 23 ,56 | 345 40 | 20 ,07 | 18 22 | 2 ,74 | do | do | 93 ,72 | 10 ,78 |
| 3,3 | 52 ,60 | 23 ,63 | 345 45 | 20 ,09 | 17 25 | 2 ,61 | do | do | 94 ,03 | 10 ,88 |
| 21,4 | +55″,79 | +24″,93 | 347° 3′ | +20″,24 | 0° 25′ | +0″,06 | 72° 46′ 32″,1 | +36° 24′ 36″,9 | +95″,77 | +16″,05 |

För att jemföra fjerde elementsystemet med observationerna, reducerades dessa först till jordens centrum, och derefter till motsvarande rent elliptiska loca medelst anbringande af perturbationerna för Jupiter, Mars och Saturnus, med antagande af 1858 Dec. 30,0 som oskulationsepok, såsom ofvan är angifvet.

Ur min i Astr. Nachr. N:o 1287 anförda perturbationstabell (från Aug. 1858 till Mars 1861) erhöll jag genom interpolation följande resultat för hvar tionde dag under den ifrågavarande observationstiden.

Alexandras Perturbationer, Enligt 4:de Elementsystemet, Refererade Till Medelekliptikan 1860,0.

| $0^h$ Medeltid i Berlin. | $\xi = x - x_0$ | $\eta = y - y_0$ | $\zeta = z - z_0$ |
|---|---|---|---|
| 1858 Sept. 11 | — 319,3 | — 30,7 | — 46,2 |
| 21 | 263,9 | 23,5 | 39,3 |
| Okt. 1 | 214,0 | 17,5 | 32,8 |
| 11 | 169,4 | 12,4 | 26,6 |
| 21 | 130,1 | 8,2 | 20,9 |
| 31 | 95,9 | 4,9 | 15,8 |
| Nov. 10 | 66,9 | 2,7 | 11,3 |
| 20 | 43,0 | 1,3 | 7.4 |
| 30 | 24,4 | 0,5 | 4.2 |
| Dec. 10 | 11,0 | 0,1 | 1,9 |
| 20 | 2,8 | 0,0 | 0,5 |
| 30 | 0,0 | — 0,0 | 0,0 |
| 1859 Jan. 9 | 2,8 | + 0,1 | 0,5 |
| 19 | 11,3 | 0,5 | 2,2 |
| 29 | 25,7 | 1,4 | 5,1 |
| Febr. 8 | 46,3 | 3,1 | 9,2 |
| 18 | 73,3 | 5,7 | 14,7 |
| 28 | 107,0 | 9,3 | 21.8 |
| Mars 10 | 147,7 | 14,2 | 30,5 |
| Nov. 25 | 4658,0 | 1011,6 | 1239,8 |
| Dec. 5 | 4999,7 | 1111,6 | 1336,8 |
| 15 | 5356,5 | 1220,4 | 1438,0 |
| 25 | 5728,8 | 1339,0 | 1543,3 |
| 1860 Jan. 4 | 6117,0 | 1468,3 | 1652,7 |
| 14 | 6521,4 | 1609,3 | 1766,1 |
| 1861 Febr. 7 | 48376,1 | 37074,4 | 6370,9 |
| 17 | 50852,9 | 39440,7 | 6400,7 |
| 27 | 53468,6 | 41906,2 | 6426,7 |
| Mars 9 | 56231,8 | 44469,8 | 6450,0 |
| 19 | 59151,8 | 47130,2 | 6472,0 |
| 29 | —62238,0 | +49885,1 | —6494,4 |

De i följande tabell anförda perturbationerna för sjelfva observationsmomenten äro genom interpolation härledda ur föregående tabell.

Alexandras Pert. Enl. 4:de Syst. Refer. t. Medelekl. 1860,0.

| Medeltid i Berlin. | | $\xi$ | $\eta$ | $\zeta$ |
|---|---|---|---|---|
| 1858 Sept. | 13,44 | — 305,3 | — 28,8 | — 45,5 |
| | 15,42 | 294,2 | 27,3 | 43,0 |
| | 16,43 | 288,5 | 26,6 | 42,4 |
| | 16,49 | 288,2 | 26,5 | 42,3 |
| | 17,54 | 282,5 | 25,9 | 41,6 |
| | 20,54 | 266,3 | 23,8 | 39,6 |
| | 25,38 | 241,3 | 20,8 | 36,5 |
| Okt. | 15,45 | 151,3 | 10,4 | 24,0 |
| | 16,31 | 147,9 | 10,1 | 23,5 |
| | 19,30 | 136,4 | 8,8 | 21,8 |
| | 25,33 | 114,7 | 6,7 | 18,6 |
| | 26,39 | 111,0 | 6,3 | 18,1 |
| | 30,32 | 98,0 | 5,1 | 16,1 |
| Nov. | 4,37 | 82,6 | 3,8 | 13,7 |
| | 7,45 | 73,8 | 3,2 | 12,3 |
| | 13,31 | 58,4 | 2,1 | 9,9 |
| | 20,39 | 42,2 | 1,3 | 7,3 |
| Dec. | 17,31 | 4,5 | 0,0 | 0,8 |
| | 18,31 | 4,2 | — 0,0 | 0,6 |
| 1859 Jan. | 4,35 | 0,8 | + 0,1 | 0,1 |
| | 5,26 | 1,1 | 0,1 | 0,2 |
| | 6,22 | 1,4 | 0,1 | 0,3 |
| | 26,31 | 21,2 | 1,1 | 4,2 |
| Febr. | 18,27 | 74,1 | 5,8 | 14,9 |
| | 19,28 | 77,2 | 6,1 | 15,5 |
| | 20,27 | 80,6 | 6,5 | 16,3 |
| Nov. | 30,35 | 4838,9 | 1064,1 | 1291,2 |
| Dec. | 2,31 | 4906,3 | 1083,8 | 1310,3 |
| | 2,32 | 4906,6 | 1083,9 | 1310,4 |
| | 3,33 | 4951,5 | 1094,3 | 1320,3 |
| | 15,34 | 5368,9 | 1024,2 | 1441,5 |
| | 21,38 | 5592,2 | 1095,0 | 1504,7 |
| 1861 Febr. | 14,57 | 50238,5 | 38856,5 | 6393,9 |
| Mars | 1,53 | 54153,4 | 42545,5 | 6432,8 |
| | 6,33 | 55479,0 | 43775,7 | 6444,0 |
| | 7,34 | —55762,5 | +44037,4 | —6446,2 |

Dessa perturbationer ($\xi$, $\eta$ och $\zeta$) skola derefter reduceras till hvarje observationsdags apparenta aeqvinoctium. Sätter jag de sålunda reducerade perturbationerna ($\xi_e$, $\eta_e$ och $\zeta_e$)

$$\xi_e = \xi + \Delta\xi$$
$$\eta_e = \eta + \Delta\eta$$
$$\zeta_e = \zeta + \Delta\zeta$$

så kunna, då här aldrig kommer i fråga att på en gång reducera perturbationerna för längre tider, och då dessas direkta belopp således aldrig uppstiger till en betydande qvantitet, $\xi_e$, $\eta_e$ och $\zeta_e$ alltid med

tillfyllestgörande noggrannhet beräknas enligt de anförda formlerna, om $\Delta\xi$, $\Delta\eta$ och $\Delta\zeta$ bestämmas genom

$$\begin{aligned}
\Delta\xi = &- (\eta \,.\, \text{Cos i} + \zeta \,.\, \text{Sin i} \,.\, \text{Cos } \Omega) \,.\, \Delta\,(\Pi - \Omega) \,.\, \text{Sin } 1'' - \\
&- \eta \,.\, \Delta\Omega \,.\, \text{Sin } 1'' + \\
&+ \zeta \,.\, \text{Sin } \Omega \,.\, \Delta\,\text{i} \,.\, \text{Sin } 1'' \\
\Delta\eta = &\quad (\xi \,.\, \text{Cos i} - \zeta \,.\, \text{Sin i} \,.\, \text{Sin } \Omega) \,.\, \Delta\,(\Pi - \Omega) \,.\, \text{Sin } 1'' + \\
&+ \xi \,.\, \Delta\Omega \,.\, \text{Sin } 1'' - \\
&- \zeta \,.\, \text{Cos } \Omega \,.\, \Delta\,\text{i} \,.\, \text{Sin } 1'' \\
\Delta\zeta = &\quad (\xi \,.\, \text{Cos } \Omega + \eta \,.\, \text{Sin } \Omega) \,.\, \text{Sin i} \,.\, \Delta\,(\Pi - \Omega) \,.\, \text{Sin } 1'' + \\
&+ \zeta \,.\, \text{Cot i} \,.\, \Delta\,\text{i} \,.\, \text{Sin } 1''
\end{aligned}$$

och i närvarande fall (med undantag för observationerna i början af 1861, för hvilkas tider äfven termerna beroende af $\Delta(\Pi - \Omega)$ och $\Delta$i bli märkbara) kunna till och med dessa qvant. helt enkelt beräknas enligt

$$\begin{aligned}
\Delta\xi &= -\eta \,.\, \Delta\Omega \,.\, \text{Sin } 1'' \\
\Delta\eta &= \quad \xi \,.\, \Delta\Omega \,.\, \text{Sin } 1'' \\
\Delta\zeta &= \quad 0.
\end{aligned}$$

$\Delta\Omega$ är här naturligen = differensen mellan apparenta nodlongituden för den tid, till hvilken man vill reducera och för den, från hvilken man utgår. Huru dess nummeriska värden erhållits, skall närmare angifvas längre ned, då jag öfvergår till efemerid-räkningen.

Följande tabell innehåller hithörande reduktionsresultat jemte $\Delta\Omega$ för hvarje dag.

ALEXANDRAS PERTURBATIONER I FÖRHÅLLANDE TILL EKLIPTIKAN OCH REFERERADE TILL HVARJE DAGS SANNA AEQVINOCTIUM.

| Medeltid i Berlin. | | $\Delta\Omega$ | $\xi_e$ | $\eta_e$ | $\zeta_e$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1858 Sept. | 13,44 | −60″,42 | − 305,3 | − 28,7 | |
| | 15,42 | 60 ,20 | 294,2 | 27,2 | |
| | 16,43 | 60 ,09 | 288,5 | 26,6 | |
| | 16,49 | 60 ,09 | 288,2 | 26,4 | |
| | 17,54 | 59 ,99 | 282,5 | 25,8 | |
| | 20,54 | 59 ,68 | 266,3 | 23,7 | |
| | 25,38 | 59 ,14 | 241,3 | 20,7 | |
| Okt. | 15,45 | 56 ,82 | 151,3 | 10,4 | |
| | 16,31 | 56 ,73 | 147,9 | 10,1 | |
| | 19,30 | 56 ,36 | 136,4 | 8,8 | |
| | 25,33 | 55 ,57 | 114,7 | 6,7 | |
| | 26,39 | 55 ,44 | 111,0 | 6,3 | |
| | 30,32 | 54 ,87 | 98,0 | 5,1 | |
| Nov. | 4,37 | 54 ,11 | 82,6 | 3,8 | |
| | 7,45 | 53 ,67 | 73,8 | 3,2 | $\gtrless$ 90° |
| | 13,31 | 52 ,70 | 58,4 | 2,1 | |
| | 20,39 | 51 ,49 | 42,2 | 1,3 | $\parallel$ |
| Dec. | 17,31 | 46 ,34 | 4,5 | 0,0 | |
| | 18,31 | 46 ,13 | 4,2 | − 0,0 | $\lessgtr$ |
| 1859 Jan. | 4,35 | 42 ,68 | 0,8 | + 0,1 | |
| | 5,26 | 42 ,48 | 1,1 | 0,1 | |
| | 6,22 | 42 ,30 | 1,4 | 0,1 | |
| | 26,31 | 38 ,65 | 21,2 | 1,1 | |
| Febr. | 18,27 | 35 ,22 | 74,1 | 5,8 | |
| | 19,28 | 35 ,08 | 77,2 | 6,1 | |
| | 20,27 | −34 ,96 | 80,6 | 6,5 | |
| Nov. | 30,35 | + 6 ,51 | 4838,9 | 1063,9 | |
| Dec. | 2,31 | 6 ,88 | 4906,3 | 1083,6 | |
| | 2,32 | 6 ,88 | 4906,6 | 1083,7 | |
| | 3,33 | 7 ,07 | 4941,5 | 1094,1 | |
| | 15,34 | 9 ,39 | 5369,0 | 1224,0 | |
| | 21,38 | 10 ,62 | 5592,3 | 1294,7 | |
| 1861 Febr. | 14,57 | 75 ,34 | 50252,3 | 38838,6 | −6393,8 |
| Mars | 1,53 | 77 ,15 | 54168,9 | 42525,7 | 6432,7 |
| | 6,33 | 78 ,00 | 55495,1 | 43755,2 | 6443,9 |
| | 7,34 | +78″,14 | −55778,8 | +44016,8 | −6446,1 |

1861 Febr. 14 — Mars 7

$\Delta(\Pi-\Omega)$ i med. $= -1''{,}8$

$\Delta i$ i med. $= +0''{,}44$

Derefter reducerades dessa till eqvator enligt formlerna

$$\xi_q = \xi_e$$
$$\eta_{ql} = \eta_e \,.\, \text{Cos}\,\varepsilon - \zeta_e \,.\, \text{Sin}\,\varepsilon$$
$$\zeta_q = \zeta_e \,.\, \text{Cos}\,\varepsilon + \eta_e \,.\, \text{Sin}\,\varepsilon,$$

i hvilka $\xi_q$, $\eta_q$ och $\zeta_q$ äro motsvarande perturbationer i förhållande

till eqvator, och $\varepsilon$ ekliptikans apparenta obliqvitet enligt Berliner Jahrbuch.

Dessa perturbationer innehållas i följande tabell.

Alexandras Appar. Perturbat. i Förhållande Till Equator.

| Medeltid i Berlin. | $\xi_q$ | $\eta_q$ | $\zeta_q$ |
|---|---|---|---|
| 1858 Sept. 13,44 | | — 8,2 | — 53,1 |
| 15,42 | | 7,9 | 50,3 |
| 16,43 | | 7,5 | 49,5 |
| 16,49 | | 7,4 | 49,3 |
| 17,54 | | 7,1 | 48,5 |
| 20,54 | | 5,9 | 45,7 |
| 25,38 | | — 4,5 | 41,7 |
| Okt. 15,45 | | + 0,1 | 26,1 |
| 16,31 | | 0,1 | 25,6 |
| 19,30 | | 0,6 | 23,5 |
| 25,33 | | 1,3 | 19,8 |
| 26,39 | | 1,4 | 19,1 |
| 30,32 | | 1,7 | 16,8 |
| Nov. 4,37 | | 2,0 | 14,1 |
| 7,45 | | 2,0 | 12,6 |
| 13,31 | bse | 2,0 | 9,9 |
| 20,39 | = | 1,7 | 7,2 |
| Dec. 17,31 | | 0,3 | 0,7 |
| 18,31 | ase | 0,2 | 0,6 |
| 1859 Jan. 4,35 | | 0,1 | 0,1 |
| 5,26 | | 0,2 | 0,2 |
| 6,22 | | 0,2 | 0,3 |
| 26,31 | | 2,7 | 3,5 |
| Febr. 18,27 | | 11.2 | 11,4 |
| 19,28 | | 11,8 | 11,8 |
| 20,27 | | 12,5 | 12,4 |
| Nov. 30,35 | | 1490,0 | 761,0 |
| Dec. 2,31 | | 1515.6 | 770,6 |
| 2,32 | | 1515,8 | 770,7 |
| 3,33 | | 1529,3 | 775,6 |
| 15,34 | | 1696,7 | 835.0 |
| 21,38 | | 1786,7 | — 864,9 |
| 1861 Febr. 14,57 | | 38173,9 | + 9595,5 |
| Mars 1,53 | | 41571,7 | 11027,6 |
| 6,33 | | 42704,1 | 11506.8 |
| 7,34 | | +42944,9 | +11608,9 |

Slutligen erhöllos perturbationerna i ascensio recta och deklination enligt formlerna

$$\Delta\alpha . \operatorname{Cos}\delta = \frac{\operatorname{Cos}\alpha}{\Delta}\eta_q - \frac{\operatorname{Sin}\alpha}{\Delta}\xi_q$$

$$\Delta\delta = -\frac{\operatorname{Cos}\alpha \operatorname{Sin}\delta}{\Delta}\xi_q - \frac{\operatorname{Sin}\alpha \operatorname{Sin}\delta}{\Delta}\eta_q + \frac{\operatorname{Cos}\delta}{\Delta}\zeta_q ,$$

och reduktionsresultaten angifvas i närstående tabell.

ALEXANDRAS APPAR. PERTURB. I $\alpha$ OCH $\delta$.

| Medeltid i Berlin. | | $\Delta\alpha$ | $\Delta\delta$ |
|---|---|---|---|
| 1858 Sept. | 13,44 | — 2″,89 | — 1″,22 |
| | 15,42 | 2 ,78 | 1 ,14 |
| | 16,43 | 2 ,71 | 1 ,11 |
| | 16,49 | 2 ,71 | 1 ,11 |
| | 17,54 | 2 ,64 | 1 ,08 |
| | 20,54 | 2 ,45 | 1 ,00 |
| | 25,38 | 2 ,16 | 0 ,88 |
| Okt. | 15,45 | 1 ,14 | 0 ,47 |
| | 16,31 | 0 ,10 | 0 ,45 |
| | 19,30 | 0 ,98 | 0 ,41 |
| | 25,33 | 0 ,77 | 0 ,32 |
| | 26,39 | 0 ,73 | 0 ,30 |
| | 30,32 | 0 ,62 | 0 ,26 |
| Nov. | 4,37 | 0 ,49 | 0 ,20 |
| | 7,45 | 0 ,42 | 0 ,17 |
| | 13,31 | 0 ,30 | 0 ,13 |
| | 20,39 | 0 ,20 | 0 ,09 |
| Dec. | 17,31 | 0 ,01 | 0 ,01 |
| | 18,31 | 0 ,01 | 0 ,01 |
| 1859 Jan. | 4,35 | 0 ,00 | 0 ,00 |
| | 5,26 | 0 ,00 | 0 ,00 |
| | 6,22 | 0 ,00 | 0 ,00 |
| | 26,31 | — 0 ,00 | — 0 ,00 |
| Febr. | 18,27 | + 0 ,08 | + 0 ,01 |
| | 19,28 | 0 ,10 | + 0 ,01 |
| | 20,27 | 0 ,11 | + 0 ,01 |
| Nov. | 30,35 | 61 ,19 | — 9 ,05 |
| Dec. | 2,31 | 62 ,17 | 8 ,93 |
| | 2,32 | 62 ,17 | 8 ,93 |
| | 3,33 | 62 ,65 | 8 ,85 |
| | 15,34 | 67 ,58 | 7 ,81 |
| | 21,38 | +69 ,43 | 7 ,21 |
| 1861 Febr. | 14,57 | —26 ,72 | 18 ,49 |
| Mars | 1,53 | + 7 ,49 | 19 ,15 |
| | 6,33 | +18 ,08 | 19 ,07 |
| | 7,34 | +20″,19 | —19″,03 |

Nu följer i ordningen att ur det ifrågavarande elementsystemet härleda planetens elliptiska geocentriska positioner för de angifna observationstiderna. Af denna efemerid-räkning anförer jag blott ett kort utdrag, men dessförinnan vill jag nämna ett par ord om härledningen af de apparenta eqvatorskonstanterna.

För efemeridräkningen har jag först reducerat alla observationstiderna till Berlins meridian, och derefter uttryckt dessa tider uti dagar och decimaldelar af dygnet. Dessa tider korrigerades derpå för aberration enligt formeln

$$\text{den korrigerade tiden} = t - 493^{s},15 \cdot \Delta,$$

hvarest $\Delta$ antogs bekant från föregående räkning.

Då observationernas antal ej är serdeles stort, så beräknade jag derefter direkte efemerid-loca för hvarje af dessa corrigerade Berlinertider. Dervid härleddes således först genom de bekanta formlerna anomalia vera (= v) och log. för rad. vector (log. r) ur de oskulerande elementen.

Efemeridens $\alpha$, $\delta$ och $\Delta$ erhöllos slutligen ur formlerna

$$\begin{aligned} x + X &= \Delta . \operatorname{Cos} \delta . \operatorname{Cos} \alpha \\ y + Y &= \Delta . \operatorname{Cos} \delta . \operatorname{Sin} \alpha \\ z + Z &= \Delta . \operatorname{Sin} \delta, \end{aligned}$$

då X, Y och Z äro de apparenta solkoordinaterna i förhållande till det axelsystem, som angifves i Berliner Jahrb., och hvilka således bestämmas enligt formlerna

$$\begin{aligned} X &= R . \operatorname{Cos} \odot \\ Y &= R . \operatorname{Sin} \odot \operatorname{Cos} \varepsilon - R.B. \operatorname{Sin} \varepsilon . \operatorname{Sin} 1'' \\ Z &= R . \operatorname{Sin} \odot \operatorname{Sin} \varepsilon + R.B. \operatorname{Cos} \varepsilon . \operatorname{Sin} 1'', \end{aligned}$$

och för hvilkas härledning jag erhållit $\odot$, B, log. R och $\varepsilon$ ur Berliner Jahrbuch genom interpolation. Koordinaterna x, y och z äro planetens heliocentriska i förhållande till ett system, hvars axlar äro parallela med det nyss anförda systemets, och hvilka således bestämmas enligt eqvationerna

$$\begin{aligned} x &= r . \operatorname{Sin} a . \operatorname{Sin} (K + v) \\ y &= r . \operatorname{Sin} b . \operatorname{Sin} (K' + v) \\ z &= r . \operatorname{Sin} c . \operatorname{Sin} (K'' + v), \end{aligned}$$

då

$$\begin{aligned} K &= A + \Pi - \Omega \\ K' &= B + \Pi - \Omega \\ K'' &= C + \Pi - \Omega, \end{aligned}$$

och konstanterna Sin a, Sin b, Sin c, A, B och C definieras genom

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{Cot} A &= -\operatorname{tang} \Omega . \operatorname{Cos} i, \\ \operatorname{Cot} B &= \frac{\operatorname{Cos} i}{\operatorname{tang} \Omega . \operatorname{Cos} E} \cdot \frac{\operatorname{Cos} (E+\varepsilon)}{\operatorname{Cos} \varepsilon} \\ \operatorname{Cot} C &= \frac{\operatorname{Cos} i}{\operatorname{tang} \Omega . \operatorname{Cos} E} \cdot \frac{\operatorname{Sin} (E+\varepsilon)}{\operatorname{Sin} \varepsilon} \end{aligned}\right\}, \quad \operatorname{tang} E = \frac{\operatorname{tang} i}{\operatorname{Cos} \Omega},$$

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{Sin} a &= \frac{\operatorname{Cos} \Omega}{\operatorname{Sin} A} \\ \operatorname{Sin} b &= \frac{\operatorname{Sin} \Omega . \operatorname{Cos} \varepsilon}{\operatorname{Sin} B} \\ \operatorname{Sin} c &= \frac{\operatorname{Sin} \Omega . \operatorname{Sin} \varepsilon}{\operatorname{Sin} C} \end{aligned}\right\}, \quad \begin{aligned} &\text{a, b och c alltid} < 180^0, \\ &\text{Sin A samma tecken som Cos } \Omega, \\ &\text{Sin B och Sin C samma tecken} \\ &\quad \text{som Sin } \Omega, \end{aligned}$$

i hvilka $\Omega$, $\Pi - \Omega$ och i äro de apparenta konstanterna för observationstiderna och $\varepsilon$ apparenta obliqviteten för samma tider enligt Berliner Jahrbuch.

Härledningen af medelkonstanterna $\Omega$, $\Pi - \Omega$ och i för de ifrågavarande tiderna utfördes enligt formlerna

$$\Omega' - \Omega_0 = -p + (\pi) . \operatorname{Cot} i_0 . \operatorname{Sin} [(P) - (\Omega_0 - p)] - \\ - \frac{(\pi)^2 . \operatorname{Sin} 1''}{4} . \operatorname{Sin} 2 [(P) - (\Omega_0 - p)] [1 + 2 \operatorname{Cot}^2 i_0]$$

$$\Pi' - \Pi_0 = -p - (\pi) . \operatorname{Sin} [(P) - (\Omega_0 - p)] \operatorname{tang} \tfrac{1}{2} i_0 .$$

och

$$i' - i_0 = (\pi) . \operatorname{Cos} [(P) - (\Omega_0 - p)]$$

vid öfvergång till tider före 1858 Dec. 30,0.

Reduktionen till tider efter epoken verkställdes enligt

$$\Omega'' - \Omega_0 = p - (\pi) . \operatorname{Cot} i_0 . \operatorname{Sin} [(P) - \Omega_0] - \\ - \frac{(\pi)^2 . \operatorname{Sin} 1''}{4} . \operatorname{Sin} 2 [(P) - \Omega_0] [1 + 2 \operatorname{Cot}^2 i_0]$$

$$\Pi'' - \Pi_0 = p + (\pi) . \operatorname{Sin} [(P) - \Omega_0] \operatorname{tang} \tfrac{1}{2} i_0$$

$$i'' - i_0 = -(\pi) . \operatorname{Cos} [(P) - \Omega_0],$$

i hvilka formler $\Omega_0$, $\Pi_0$ och $i_0$ betyda medelqvantiteterna för 1858 Dec. 30,0, $\Omega'$, $\Pi'$ och i' referera sig till tider före epoken och $\Omega''$, $\Pi''$ och i'' äro motsvarande qvant. för tider efter densamma.

De öfriga i formlerna ingående qvantiteterna äro först p = num. val. af allmänna precessionen mellan epoken och den dag, till hvilken man vill reducera, och hvilken bestämmes enligt formlerna

$$p = (t' - t) . \frac{\Delta l}{\Delta \frac{t'+t}{2}}$$

$$\frac{\Delta l}{\Delta \frac{t'+t}{2}} = 50'',21129 + \frac{t'+t}{2} . 0'',0002442966$$

hvarest t och t' äro antal år (och delar deraf) efter 1750, och $t' > t$.

$(\pi)$ är vinkeln mellan de båda ekliptikorna, hvilken bestämmes genom

$$(\pi) = (t' - t) . \frac{\Delta \pi}{\Delta \frac{t'+t}{2}}$$

$$\frac{\Delta \pi}{\Delta \frac{t'+t}{2}} = 0'',48892 - \frac{t'+t}{2} . 0'',0000061430$$

och

$$(P) = 180^0 - \left\{8^0\,23'\,50'' + \frac{t'-t}{2}\,50'',21 - \frac{t'+t}{2}\,39'',79\right\},$$

eller (P) = longituden (räknad på ekliptikan för tiden t) för ekliptikans för tiden t' uppstigande nod på den för tiden t.

Sedan jag sålunda enligt de angifna formlerna erhållit medelkonstanterna för observationstiderna, anbragtes på dessa nutationen i longitud enligt Berliner Jahrbuch, för att reducera dem till de ifrågavarande tidernas apparenta eqvinoktier.

Vid beräkningen af dessa konstanter hafva sista termerna i $\Omega$:ns eqvationer alltid befunnits försvinnande små, och, på analogt sätt som här, har jag vid reduktionen af perturbationerna i det föregående funnit valörerna af $\Delta\,\Omega$, $\Delta(II-\Omega)$ och $\Delta\,i$.

Efter denna digression återtager jag gången af räkningen, och lemnar i följande tabell en summarisk öfversigt af efemeridräkningen.

## Resultater af Efemerid-Räkningen.

| 1858 | Sept. 13,44473 | 15,42432 | 16,43164 | 16,49244 | 17,53745 |
|---|---|---|---|---|---|
| v | 42° 5′31″,60 | 42°42′11″,62 | 43° 0′48″,98 | 43° 1′56″,40 | 43°21′14″,00 |
| log. r | 0.3556530 | 0.3561944 | 0.3564720 | 0.3564888 | 0.3567782 |
| K | 24°53′ 7″,76 | 8″,00 | 8″,09 | 8″,09 | 8″,19 |
| K′ | 289°41′25″,19 | 25″,45 | 25″,54 | 25″,54 | 25″,63 |
| K″ | 308°18′47″,83 | 48″,00 | 48″,04 | 48″,04 | 48″,13 |
| log. Sin a | 9.9952343 | 43 | 44 | 44 | 44 |
| log. Sin b | 9.9317177 | 77 | 76 | 76 | 76 |
| log. Sin c | 9.7323328 | 28 | 28 | 28 | 29 |
| ⊙ | 170°46′40″,6 | 172°42′32″,4 | 173°41′32″,4 | 173°45′ 6″, 1 | 174°46′20″,5 |
| B | — 0″,81 | — 0″,77 | — 0″,71 | — 0″,70 | — 0″,61 |
| log. R | 0.0023455 | 0.0021069 | 0.0019844 | 0.0019770 | 0.0018494 |
| ε | 23°27′36″,79 | 36″,79 | 36″,79 | 36″,79 | 36″,79 |
| α | 324°22′ 2″,07 | 324° 4′39″,23 | 323°56′27″,15 | 323°55′58″,42 | 323°47′57″,71 |
| δ | —6° 3′22″,53 | —6° 1′24″,77 | —6° 0′23″,14 | —6° 0′19″,33 | —5°59′13″,67 |
| log. Δ | 0.1227421 | 0.1273296 | 0.1297461 | 0.1298937 | 0.1324592 |
| Aberrat.tid | 0ᵈ,00757 | 765 | 770 | 770 | 774 |

| 1858 | Sept. 20,54186 | 25,37721 | Okt. 15,45045 | 16,30844 | 19,29492 |
|---|---|---|---|---|---|
| v | 44°16′33″,44 | 45°45′ 8″,64 | 51°46′44″,70 | 52° 1′58″,50 | 52°54′50″,42 |
| log. r | 0.3576194 | 0.3589984 | 0.3650326 | 0.3653008 | 0.3662396 |
| K | 24°53′ 8″,50 | 9″,04 | 11″,26 | 11″,36 | 11″,71 |
| K′ | 289°41′25″,98 | 26″,56 | 28″,97 | 29″,06 | 29″,45 |
| K″ | 308°18′48″,34 | 48″,75 | 50″,44 | 50″,52 | 50″,80 |
| log. Sin a | 9.9952344 | 44 | 45 | 44 | 46 |
| log. Sin b | 9.9317176 | 75 | 73 | 73 | 72 |
| log. Sin c | 9.7323330 | 31 | 33 | 33 | 31 |
| ⊙ | 177°42′34″,6 | 182°26′49″,3 | 202°15′50″,9 | 203° 6′57″,9 | 206° 5′ 3″,7 |
| B | + 0″,16 | + 0″,24 | — 0″,46 | — 0″,36 | + 0″,02 |
| log. R | 0.0014813 | 0.0008890 | 9.9983955 | 9.9982880 | 9.9979178 |
| ε | 23°27′36″,79 | 36″,77 | 36″,51 | 36″,49 | 36″,43 |
| α | 323°27′38″,59 | 323° 3′33″,35 | 323°17′25″,07 | 323°21′54″,93 | 323°39′51″,49 |
| δ | —5°55′54″,27 | —5°49′54″,07 | —5°11′23″,85 | —5° 9′ 7″,66 | —5° 0′46″,61 |
| log. Δ | 0.1401300 | 0.1532824 | 0.2145412 | 0.2172804 | 0.2268318 |
| Aberrat.tid | 0ᵈ,00788 | 812 | 935 | 941 | 962 |

| 1858 | Okt. 25,33425 | 26,39428 | 30,32245 | Nov. 4,36714 | 7,44848 |
|---|---|---|---|---|---|
| v | 54°41′ 2″,68 | 54°59′35″,44 | 56° 8′ 3″,12 | 57°35′23″,02 | 58°28′23″,92 |
| log. r | 0.3681650 | 0.3685064 | 0.3697806 | 0.3714366 | 0.3724580 |
| K | 24°53′12″,47 | 12″,61 | 13″,15 | 13″,89 | 14″,32 |
| K′ | 289°41′30″,26 | 30″,42 | 31″,00 | 31″,82 | 32″,28 |
| K″ | 308°18′51″,37 | 51″,50 | 51″,94 | 52″,50 | 52″,86 |
| log. Sin a | 9.9952346 | 46 | 46 | 46 | 47 |
| log. Sin b | 9.9317172 | 73 | 72 | 73 | 73 |
| log. Sin c | 9.7323329 | 30 | 29 | 28 | 27 |
| ⊙ | 212° 6′ 4″,6 | 213° 9′34″,2 | 217° 5′13″,0 | 222° 8′38″,1 | 225°14′21″,9 |
| B | + 0″,38 | + 0″,34 | — 0″,01 | — 0″,55 | — 0″,63 |
| log. R | 9.9971986 | 9.9970769 | 9.9966364 | 9.9960895 | 0.9957632 |
| ε | 23°27′36″,30 | 36″,27 | 36″,18 | 36″,06 | 35″,98 |
| α | 324°26′25″,36 | 324°35′56″,61 | 325°14′31″,29 | 326°11′18″,55 | 326°49′44″,15 |
| δ | —4°41′42″,56 | —4°38′ 3″,23 | —4°23′42″,04 | —4° 3′20″,56 | —3°49′49″,31 |
| log. Δ | 0.2461481 | 0.2495284 | 0.2620055 | 0.2778661 | 0.2874337 |
| Aberrat.tid | 0ᵈ,01006 | 1014 | 1043 | 1082 | 1106 |

| 1858 | Nov. 13,31060 | 20,38898 | Dec. 17,30466 | 18,30842 |
|---|---|---|---|---|
| v | 60° 8′34″,04 | 62° 8′18″,62 | 69°31′31″,62 | 69°47′41″,12 |
| log. r | 0.3744214 | 0.3768234 | 0.3862064 | 0.3865620 |
| K | 24°53′15″,24 | 16″,42 | 21″,51 | 21″,70 |
| K′ | 289°41′33″,28 | 34″,55 | 40″,02 | 40″.23 |
| K″ | 308°18′53″,58 | 54″,49 | 58″,33 | 58″,48 |
| log. Sin a | 9.9952347 | 48 | 50 | 50 |
| log. Sin b | 9.9317172 | 72 | 68 | 66 |
| log. Sin c | 9.7323326 | 25 | 31 | 31 |
| ⊙ | 231° 8′23″,9 | 238°16′55″,7 | 265°36′12″,6 | 266°37′31″,3 |
| B | — 0″,17 | + 0″,50 | + 0″,61 | + 0″,62 |
| log. R | 9.9951648 | 9.9945106 | 9.9928925 | 9.9928593 |
| ε | 23°27′35″,84 | 35″,66 | 35″,22 | 35″,21 |
| α | 328°10′ 0″,70 | 329°58′ 7″,30 | 338°13′57″,09 | 338°34′26″,75 |
| δ | —3°21′48″,41 | —2°44′ 2″,24 | +0″16′33″,39 | +0°24′20″,37 |
| log. Δ | 0.3053218 | 0.3262779 | 0.3984145 | 0.4008528 |
| Aberrat.tid | 0ᵈ,01153 | 1210 | 1429 | 1437 |

| 1859 | Jan. 4,34496 | 5,25468 | 6,22034 | 26,30581 | Febr. 18,26623 |
|---|---|---|---|---|---|
| v | 74°17′55″,70 | 74°32′ 8″,78 | 74°47′12″,94 | 79°55′14″,90 | 85°35′ 2″,18 |
| log. r | 0.3926424 | 0.3929686 | 0.3933152 | 0.4005440 | 0.4087960 |
| K | 24°53′25″,07 | 25″,26 | 25″,45 | 29″,02 | 32″,34 |
| K′ | 289°41′43″,79 | 43″,98 | 44″,19 | 47″,91 | 51″,39 |
| K″ | 308°19′ 0″,87 | 0″,99 | 1″,12 | 3″,55 | 5″,73 |
| log. Sin a | 9.9952352 | 52 | 52 | 54 | 55 |
| log. Sin b | 9.9317160 | 59 | 59 | 48 | 38 |
| log. Sin c | 9.7323344 | 44 | 45 | 65 | 88 |
| ⊙ | 283°59′15″,1 | 284°54′54″,5 | 285°53′59″,0 | 306°20′38″,5 | 329°35′16″,5 |
| B | — 0″,21 | — 0″,11 | 0″,00 | — 0″,26 | + 0″,16 |
| log. R | 9.9926870 | 9.9926944 | 9.9927038 | 9.9933777 | 9.9951228 |
| ε | 23°27′35″,20 | 35″,20 | 35″,21 | 35″,42 | 35″,75 |
| α | 344°37′41″,48 | 344°57′48″,28 | 345°19′13″,43 | 352°58′ 3″,92 | 2°5′43″,50 |
| δ | +2°46′11″,90 | +2°54′15″,30 | +3° 2′51″,34 | +6°11′30″,25 | +10°3′14″,25 |
| log. Δ | 0.4394220 | 0.4413313 | 0.4433413 | 0.4812869 | 0.5159316 |
| Aberrat.tid | 0,ᵈ01570 | 1577 | 1584 | 1729 | 1872 |

| 1859 | Febr. 19,27855 | 20,27711 | Nov. 30,34498 | Dec. 2,30981 | 2,32156 | 3,33177 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| v | 85°49′43″,42 | 86° 4′11″,10 | 142° 4′50″,68 | 142°24′30″,44 | 142°24′37″,52 | 142°34′43″,30 |
| log. r | 0.4091584 | 0.4095154 | 0.4894404 | 0.4897990 | 0.4898012 | 0.4899842 |
| K | 24°53′32″,49 | 32″,60 | 54′12″,97 | 13″,33 | 13″,33 | 13″,52 |
| K′ | 289°41′51″,53 | 51″,66 | 42′34″,66 | 35″,06 | 35″,06 | 35″,27 |
| K″ | 308°19′ 5″,84 | 5″,94 | 35″,64 | 35″,92 | 35″,92 | 36″,07 |
| log. Sin a | 9.9952355 | 56 | 72 | 73 | 73 | 72 |
| log. Sin b | 9.9317137 | 37 | 7082 | 81 | 81 | 82 |
| log. Sin c | 9.7323389 | 90 | 468 | 67 | 67 | 68 |
| ☉ | 330°36′27″,3 | 331°36′46″,8 | 248° 7′ 4″,1 | 250° 6′40″,1 | 250° 7′23″,1 | 251° 8′53″,9 |
| B | + 0″,05 | — 0″,06 | — 0″,30 | — 0″,06 | — 0″,06 | + 0″,04 |
| log. R | 9.9952213 | 9.9953204 | 9.9937837 | 9.9936480 | 9.9936472 | 9.9935802 |
| ε | 23°27′35″,75 | 35″,76 | 33″,28 | 33″,24 | 33″,24 | 33″,22 |
| α | 2°30′16″,81 | 2°54′31″,75 | 79° 7′25″,33 | 78°34′36″,43 | 78°34′24″,58 | 78°17′22″,63 |
| δ | +10°13′40″,62 | +10°23′59″,06 | +37°30′35″,70 | +37°27′14″,17 | +37°27′12″,84 | +37°25′14″,40 |
| log. Δ | 0.5172511 | 0.5185360 | 0.3301400 | 0.3295349 | 0.3295318 | 0.3293102 |
| Aberrat.tid | 0ᵈ,01878 | 1884 | 1221 | 1219 | 1219 | 1218 |

| | | | 1861 | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1859 | Dec. 15,34084 | 21,37731 | Febr. 14,57486 | Mars 1,52696 | 6,33261 | 7,34107 |
| v | 144°34′ 6″,50 | 145°33′41″,32 | 210°43′ 1″,00 | 213° 8′34″,80 | 213°55′42″,18 | 214° 5′36″,76 |
| log. r | 0.4921024 | 0.4931256 | 0.4967500 | 0.4944256 | 0.4936422 | 0.4934756 |
| K | 24°54′15″,79 | 16″,99 | 24°55′20″,07 | 21″,81 | 22″,64 | 22″,78 |
| K′ | 289°42′37″,68 | 38″,98 | 289°43′46″,19 | 48″,01 | 48″,89 | 49″,06 |
| K″ | 308°19,37″,77 | 38″,64 | 308°20′24″,95 | 26″,15 | 26″,76 | 26″,85 |
| log. Sin a | 9.9952374 | 74 | 9.9952403 | 04 | 04 | 05 |
| log. Sin b | 9.9317079 | 77 | 9.9316988 | 82 | 82 | 82 |
| log. Sin c | 9.7323471 | 75 | 9.7323606 | 13 | 15 | 16 |
| ☉ | 263°21′12″,8 | 269°30′ 6″,1 | 326°23′28″,3 | 341°25′39″,4 | 346°14′17″,2 | 347°14′46″,4 |
| B | — 0″,51 | — 0″,77 | + 0″,40 | + 0″,57 | — 0″,10 | + 0″,03 |
| log. R | 9.9929740 | 9.9927995 | 9.9948406 | 9.9963450 | 9.9969000 | 9.9970187 |
| ε | 23°27′33″,04 | 33″,00 | 29″,46 | 29″,51 | 29″,44 | 29″,45 |
| α | 74°53′59″,44 | 73°17′24″,68 | 145°16′ 6″,47 | 141°50′39″,38 | 140°52′30″,07 | 140°41′ 0″,60 |
| δ | +36°49′20″,46 | +36°23′32″,38 | +10°23′12″,98 | +10°50′58″,06 | +10°58′36″,32 | +11° 0′ 4″,56 |
| log. Δ | 0.3313882 | 0.3356971 | 0.3328817 | 0,3376908 | 0.3419323 | 0.3429721 |
| Aberrat.tid | 0ᵈ,01224 | 1236 | 1228 | 1242 | 1256 | 1257 |

Det återstår mig således blott nu att i efterföljande sjelfklara tabell gifva en sammanställning af de sökta differenserna mellan beräkning och observation, sådana de erhållits på grund af föregående räkningar.

Den i tabellen angifna aberrationstiden är ej öfverallt identisk med den, som erhölls såsom resultat af ofvan anförda efemeridräkning; differenserna äro emedlertid så små, att de ej hafva någon märkbar inverkan på de slutliga resultaten.

## Resultater af Observationernas

| Observations-Ort. | | Obs.tid i Berlin m. t. 1858 | Aberrat. tid. | Reducerad Obs.tid. | Beräknad A. R. | Observerad A. R. | Par. | — Pert. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Paris. | Sept. | 13d,45230 | 0d,00757 | 13d,44473 | 324°22′ 2″,1 | 21′57″,4 | 0″,0 | + 2″,9 |
| Leyden. *) | | 15 ,43198 | 766 | 15 ,42432 | 4 39 ,2 | 4 33 ,1 | −0 ,2 | 2 ,8 |
| d:o *) | | 16 ,43934 | 770 | 16 ,43164 | 323 56 27 ,2 | 56 23 ,7 | +0 ,1 | 2 ,7 |
| Berlin. | | 16 ,50014 | 770 | 16 ,49244 | 55 58 ,4 | 55 54 ,0 | +2 ,0 | 2 ,7 |
| d:o | | 17 ,54520 | 775 | 17 ,53745 | 47 57 ,7 | 47 52 ,6 | +2 ,9 | 2 ,6 |
| d:o | | 20 ,54974 | 788 | 20 ,54186 | 27 38 ,6 | 27 33 ,2 | +2 ,4 | 2 ,5 |
| d:o | | 25 ,38533 | 812 | 25 ,37721 | 3 33 ,4 | 3 31 ,1 | 0 ,0 | 2 ,2 |
| d:o **) | Okt. | 15 ,45980 | 935 | 15 ,45045 | 17 25 ,1 | 17 24 ,1 | +2 ,3 | 1 ,1 |
| d:o **) | | 16 ,31785 | 941 | 16 ,30844 | 21 54 ,9 | 21 57 ,2 | −0 ,2 | 1 ,1 |
| d:o **) | | 19 ,30454 | 962 | 19 ,29492 | 39 51 ,5 | 39 57 ,7 | −0 ,3 | 1 ,0 |
| Greenwich. **) | | 25 ,34431 | 1006 | 25 ,33425 | 324 26 25 ,4 | 26 26 ,1 | −0 ,0 | 0 ,8 |
| Berlin. **) | | 26 ,40442 | 1014 | 26 ,39428 | 35 56 ,6 | 35 50 ,4 | +1 ,8 | 0 ,7 |
| Greenwich.. | | 30 ,33288 | 1043 | 30 ,32245 | 325 14 31 ,3 | 14 31 ,1 | 0 ,0 | 0 ,6 |
| Königsberg. | Nov. | 4 ,37796 | 1082 | 4 ,36714 | 326 11 18 ,6 | 11 22 ,4 | +1 ,7 | 0 ,5 |
| Berlin. | | 7 ,45954 | 1106 | 7 ,44848 | 49 44 ,2 | 49 41 ,5 | +2 ,5 | 0 ,4 |
| d:o | | 13 ,32213 | 1153 | 13 ,31060 | 328 10 0 ,7 | 10 0 ,3 | +0 ,9 | 0 ,3 |
| d:o | | 20 ,40108 | 1210 | 20 ,38898 | 329 58 7 ,3 | 58 5 ,0 | +2 ,0 | 0 ,2 |
| d:o | Dec. | 17 ,31894 | 1428 | 17 ,30466 | 338 13 57 ,1 | 13 57 ,6 | +1 ,0 | 0 ,0 |
| d:o | | 18 ,32279 | 1437 | 18 ,30842 | 34 26 ,8 | 34 24 ,0 | +1 ,0 | 0 ,0 |
| | | 1859 | | | | | | |
| Berlin. | Jan. | 4 ,36066 | 1570 | 4 ,34496 | 344 37 41 ,5 | 37 35 ,3 | +1 ,8 | 0 ,0 |
| d:o | | 5 ,27045 | 1577 | 5 ,25468 | 57 48 ,3 | 57 47 ,5 | +1 ,1 | 0 ,0 |
| d:o | | 6 ,23619 | 1585 | 6 ,22034 | 345 19 13 ,4 | 19 11 ,9 | +1 ,8 | 0 ,0 |
| d:o | | 26 ,32310 | 1729 | 26 ,30581 | 352 58 3 ,9 | 58 6 ,0 | +1 ,6 | + 0 ,0 |
| d:o | Febr. | 18 ,28499 | 1876 | 18 ,26623 | 2 5 43 ,5 | 5 43 ,3 | +1 ,5 | − 0 ,1 |
| d:o | | 19 ,29736 | 1881 | 19 ,27855 | 30 16 ,8 | 30 14 ,6 | +1 ,5 | 0 ,1 |
| d:o | | 20 ,29597 | 1886 | 20 ,27711 | 54 31 ,8 | 54 28 ,8 | +1 ,5 | 0 ,1 |
| Königsberg. *) | Nov. | 30 ,35719 | 1221 | 30 ,34498 | 79 7 25 ,3 | 8 37 ,2 | −2 ,4 | 61 ,2 |
| d:o *) | Dec. | 2 ,32200 | 1219 | 2 ,30981 | 79 34 36 ,4 | 35 50 ,2 | −2 ,7 | 62 ,2 |
| Berlin. | | 2 ,33375 | 1219 | 2 ,32156 | 34 24 ,6 | 35 29 ,6 | −2 ,9 | 62 ,2 |
| Königsberg. *) | | 3 ,34395 | 1218 | 3 ,33177 | 17 22 ,6 | 18 35 ,2 | −2 ,4 | 62 ,7 |
| Berlin. | | 15 ,35308 | 1224 | 15 ,34084 | 74 53 59 ,4 | 55 10 ,1 | −2 ,1 | 67 ,6 |
| Königsberg. *) | | 21 ,38968 | 1237 | 21 ,37731 | 73 17 24 ,7 | 18 43 ,2 | −0 ,8 | −69 ,4 |
| | | 1861 | | | | | | |
| Berlin. *) | Febr. | 14 ,58718 | 1232 | 14 ,57486 | 145 16 6 ,5 | 16 26 ,0 | +1 ,3 | +26 ,7 |
| d:o *) | Mars | 1 ,53942 | 1246 | 1 ,52696 | 141 50 39 ,4 | 51 30 ,4 | +1 ,3 | − 7 ,5 |
| d:o *) | | 6 ,34519 | 1258 | 6 ,33261 | 140 52 30 ,1 | 53 34 ,4 | −1 ,3 | −18 ,1 |
| d:o *) | | 7d,35368 | 0d,01261 | 7d,34107 | 140°41′ 0″,6 | 42′ 7″,2 | −1″,1 | −20″,2 |

*) Observationer, hvilka ej förut förekommit i räkningen.

**) Observationer, hvilka uteslötos ur räkningen vid härledningen af sista elementsystemet.

## Jemförelse Med Fjerde Element-Systemet.

| Geocentr. Ellipt. A. R. | B—Obs. $\Delta\alpha . \cos\delta$ | Beräknad Deklination. | Observerad Dekl. | Par. | — Pert. | Geoc. Ellipt. Dekl. | B—Obs. $\Delta\delta$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0″,3 | + 1″,8 | — 6° 3′22″,5 | — 6° 3′28″,0 | +3″,9 | + 1″,2 | 22″,9 | + 0″,4 | |
| 35,7 | + 3 ,5 | 1 24 ,8 | 1 29 ,8 | 5 ,4 | 1 ,1 | 23 ,3 | — 1 ,5 | |
| 26,5 | + 0 ,7 | 0 23 ,1 | 0 28 ,3 | 5 ,4 | 1 ,1 | 21 ,8 | — 1 ,3 | |
| 58,7 | — 0 ,3 | 0 19 ,3 | 0 24 ,3 | 5 ,3 | 1 ,1 | 17 ,9 | — 1 ,4 | |
| 58,1 | — 0 ,4 | 5 59 13 ,7 | 5 59 18 ,6 | 5 ,2 | 1 ,1 | 12 ,3 | — 1 ,4 | |
| 38,1 | + 0 ,5 | 55 54 ,3 | 56 0 ,2 | 4 ,1 | 1 ,0 | 55 ,1 | + 0 ,8 | |
| 33,3 | + 0 ,1 | 49 54 ,1 | 50 0 ,2 | 4 ,1 | 0 ,9 | 55 ,2 | + 1 ,1 | |
| 27 ,5 | — 2 ,4 | 11 23 ,9 | 11 21 ,5 | 4 ,3 | 0 ,5 | 16 ,7 | — 7 ,2 | |
| 58 ,1 | — 3 ,2 | 9 7 ,7 | 9 8 ,3 | 4 ,4 | 0 ,5 | 3 ,4 | — 4 ,3 | |
| 58 ,4 | — 6 ,9 | 0 46 ,6 | 0 51 ,1 | 4 ,3 | 0 ,4 | 46 ,4 | — 0 ,2 | |
| 26 ,9 | — 1 ,5 | 4 41 42 ,6 | 4 41 41 ,1 | 4 ,1 | 0 ,3 | 36 ,7 | — 5 ,9 | |
| 52 ,9 | + 3 ,7 | 38 3 ,2 | 38 5 ,7 | 4 ,1 | 0 ,3 | 1 ,3 | — 1 ,9 | |
| 31 ,7 | — 0 ,4 | 23 42 ,0 | 23 46 ,5 | 4 ,0 | 0 ,3 | 42 ,2 | + 0 ,2 | |
| 24 ,6 | — 6 ,0 | 3 20 ,6 | 3 24 ,4 | 3 ,8 | 0 ,2 | 20 ,4 | — 0 ,2 | |
| 44 ,4 | — 0 ,2 | 3 49 49 ,3 | 3 49 54 ,3 | 3 ,5 | 0 ,2 | 50 ,6 | + 1 ,3 | |
| 1 ,5 | — 0 ,8 | 21 48 ,4 | 21 54 ,7 | 3 ,5 | 0 ,1 | 51 ,1 | + 2 ,7 | |
| 7 ,2 | + 0 ,1 | — 2 44 2 ,2 | — 2 44 6 ,8 | 3 ,3 | 0 ,1 | 3 ,4 | + 1 ,2 | |
| 58 ,6 | — 1 ,5 | + 0 16 33 ,4 | + 0 16 30 ,3 | 2 ,7 | 0 ,0 | 33 ,0 | + 0 ,4 | |
| 25 ,0 | + 1 ,8 | 24 20 ,4 | 24 13 ,6 | 2 ,7 | 0 ,0 | 16 ,3 | + 4 ,1 | |
| 37 ,1 | + 4 ,4 | 2 46 11 ,9 | 2 46 7 ,4 | 2 ,4 | 0 ,0 | 9 ,8 | + 2 ,1 | |
| 48 ,6 | — 0 ,3 | 54 15 ,3 | 54 15 ,2 | 2 ,4 | 0 ,0 | 17 ,6 | — 2 ,3 | |
| 13 ,7 | — 0 ,3 | 3 2 51 ,3 | 3 2 50 ,3 | 2 ,4 | 0 ,0 | 52 ,7 | — 1 ,4 | |
| 7 ,6 | — 3 ,7 | 6 11 30 ,3 | 6 11 30 ,5 | 2 ,2 | 0 ,0 | 32 ,7 | — 2 ,4 | |
| 44 ,7 | — 1 ,2 | 10 3 14 ,3 | 10 3 14 ,0 | 1 ,9 | 0 ,0 | 15 ,9 | — 1 ,6 | |
| 16 ,0 | + 0 ,8 | 13 40 ,6 | 13 40 ,4 | 1 ,9 | 0 ,0 | 42 ,3 | — 1 ,7 | |
| 30 ,2 | + 1 ,6 | 23 59 ,1 | 23 54 ,9 | 1 ,9 | 0 ,0 | 56 ,8 | + 2 ,3 | |
| 33 ,6 | — 6 ,6 | 37 30 35 ,7 | 37 30 25 ,1 | 1 ,8 | 9 ,1 | 36 ,0 | — 0 ,3 | |
| 45 ,3 | — 7 ,1 | 27 14 ,2 | 27 2 ,7 | 2 ,0 | 8 ,9 | 13 ,6 | + 0 ,6 | |
| 24 ,5 | + 0 ,1 | 27 12 ,8 | 27 5 ,1 | 2 ,0 | 8 ,9 | 16 ,0 | — 3 ,2 | |
| 30 ,1 | — 6 ,0 | 25 14 ,4 | 25 4 ,5 | 1 ,8 | 8 ,9 | 15 ,2 | — 0 ,8 | |
| 60 ,4 | — 0 ,8 | 36 49 20 ,5 | 36 49 9 ,7 | 1 ,5 | 7 ,8 | 19 ,0 | + 1 ,5 | |
| 33 ,0 | — 6 ,6 | 23 32 ,4 | 23 19 ,9 | 1 ,3 | 7 ,2 | 28 ,4 | + 4 ,0 | |
| 54 ,0 | —46 ,7 | 10 23 13 ,0 | 10 22 22 ,0 | 2 ,7 | 18 ,5 | 43 ,2 | +29 ,8 | |
| 84 ,2 | —44 ,0 | 50 58 ,1 | 50 8 ,1 | 2 ,7 | 19 ,2 | 30 ,0 | +28 ,1 | |
| 75 ,0 | —44 ,1 | 58 36 ,3 | 57 48 ,1 | 2 ,6 | 19 ,1 | 9 ,8 | +26 ,5 | |
| 45″,9 | —44″,5 | +11° 0′ 4″,6 | +10°59′14″,9 | +2″,6 | +19″,0 | 36″,5 | +28″,1 | |

1:sta Apparitionen. 2:dra App. 3:dje App.

Härvid följande slutanmärkningar:

1:o) Observationsresultaten i September 1858 synas fullt tillfredsställande.

2:o) Af de öfriga, till första apparitionen hörande observationerna, visa i synnerhet de i Okt. 1858 jemförelsevis starka afvikelser. Innan jag emedlertid, vid härledning af nya elementer, kan bestämma mig för att utesluta en eller annan af dessa observationer, måste en ny bestämning af komparationsstjernorna föregå, hvilket arbete förste Adjunkten vid Berlins observatorium D:r Förster benäget åtagit sig.

3:o) Observationerna under andra apparitionen — i November och December 1859 — äro ej serdeles tillfredsställande. De fyra observationerna från Köningsberg visa en god öfverensstämmelse sinsemellan, men en icke obetydlig afvikelse från de två Berlinerobservationerna. Observationerna i Köningsberg utfördes visserligen med cirkelmikrometer, men denna omständighet synes mig ej tillräckligt förklara den ifrågavarande konstanta afvikelsen; och i alla händelser måste jag först ha närmare uppgifter — troligen är en ny bestämning af komparationsstjernorna nödvändig — angående Berlinerobservationerna, innan jag får anse mig kunna förklara ifrågavarande afvikelser.

4:o) Observationerna tillhörande tredje apparitionen — i början af år 1861 — äro fullt tillfredsställande, och gifva en god och säker normalort.

På grund af fjerde elementsystemets, i det föregående angifna, afvikelser från observationerna kunde man nu beräkna det system, hvilket så nära som möjligt satisfierar alla tre observerade oppositionerna. Då emedlertid fjerde systemets afvikelse från observationerna icke är så betydlig, att det icke kan användas till efemeridräkning för nästa opposition; då vidare en ny bestämning af komparationsstjernorna ej ännu kunnat erhållas, och jag ändtligen för ögonblicket af andra arbeten är förhindrad att företaga denna räkning; så uppskjuter jag tills vidare härledningen af nya element.

Förarbetena till nästa opposition, sysselsätta mig för närvarande, och jag ämnar sednare på hösten publicera dem i *Universitetets Årsskrift.*

# RÄTTELSER:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Sid. | 7 | rad. 10 uppifr. | *står:* | $r'_{p,}+r_p$ | *läs:* $r_p+r'_{p,}$ |
| — | 7 | — 22 uppifr. | — | varda | — vara |
| — | 10 | — 9 nedifr. | — | $R_p+r'p+\pi$ | — $r_p+r'p+\pi$ |
| — | 12 | — 4 uppifr. | — | $(r+r'^2)^{\frac{1}{2}}$ | — $(r^2+r'^2)^{\frac{1}{2}}$ |
| — | 12 | — 4 nedifr. | — | $r_p=r'p+k+\frac{\pi}{2}$ | — $r_p+r'p+k\pi+\frac{\pi}{2}$ |
| — | 15 | — 13 uppifr. | — | $(a).(-b)$ | — $(-a).(-b)$ |
| — | 15 | — 2 nedifr. | — | $(r.r')_{p,}+p$ | — $(r.r')_{p+p,}$ |
| — | 17 | — 6 uppifr. | — | $\varrho_{\varphi,}$ | — $\varrho'_{\varphi,}$ |
| — | 21 | — 6 nedlfr. | — | $(r_p)^{\mu}\cdot(r_p)^{\mu}\cdot(r_p)^{\mu''}$ | — $(r_p)^{\mu}\cdot(r_p)^{\mu_1}\cdot(r_p)^{\mu''}$ |
| — | 22 | — 10 uppifr. | — | $r_p=(\varrho'_{\varphi,})^m$ | — $r_p=(\varrho_{\varphi})^m$ |
| — | 22 | — 11 uppifr. | — | $(r_p.r_p)^{\frac{1}{m}}$ | — $(r_p.r'_{p,})^{\frac{1}{m}}$ |
| — | 22 | — 11 uppifr. | — | $\varrho_{\varphi,}$ (2 gånger) | — $\varrho'_{\varphi'}$ |
| — | 26 | — 8 uppifr. | — | $\varrho_{\varphi,}$ | — $\varrho'_{\varphi,}$ |
| — | 28 | — 11 nedifr. | — | $\mathrm{Sin}\,p_{\pi}$ | — $\mathrm{Sin}\,p_{\frac{\pi}{2}}$ |
| — | 30 | — 11 nedifr. | — | $\mathrm{Sin}\,p_{\frac{\pi}{2}}$ | — $r\,\mathrm{Sin}\,p_{\frac{\pi}{2}}$ |
| — | 37 | — 10 nedifr. | — | (5) | — (6) |
| — | 37 | — 6 nedifr. | — | $\mathrm{Cos}\,(p,-p)$ | — $\mathrm{Cos}\,\frac{(p,-p)}{2}$ |
| — | 38 | — 2 uppifr. | — | och (6): | — och (6) samt likheten |
| — | 38 | — 4 uppifr. | — | hvaraf följer: | — utgår ur texten. |
| — | 39 | — 7 nedifr. | — | $1+\varrho_{\varphi}$ | — $1+\varrho_{\frac{\varphi}{m}}$ |
| — | 44 | — 10 nedifr. | — | kurva $r_p$ | — kurva $r_p$ med ett origo fi- |
| | | | | | — xeradt af $\varrho_{\varphi,}$ |
| — | 47 | 14 o. 15 uppifr. | — | $\mathrm{Cos}\,2p\ \mathrm{Sin}\,2p$ | — $\mathrm{Cos}\,2p,\ \mathrm{Sin}\,2p,$ |
| — | 51 | — 4 uppifr. | — | $1+e\,\mathrm{Cos}\,P$ | — $1-e\,\mathrm{Cos}\,P$ |
| — | 56 | — 2 nedifr. | — | N:o 8 (16): | — N:o 8 (6) och (9): |
| — | 65 | — 8 uppifr. | — | $+\{=\}$ | — $=\{+\}$ |
| — | 70 | — 11 uppifr. | — | $r^2+2rr'$ etc. | — $r^2-2rr'$ etc. |
| — | 73 | — 1 uppifr. | — | $\mathrm{Sin}\,p_{\frac{\pi}{2}}$ | — $r\,\mathrm{Sin}\,p_{\frac{\pi}{2}}$ |
| — | 77 | — 7 uppifr. | — | $[A^{(n)}+($ etc. | — $A^{(n)}+[($ etc. |
| — | 77 | — 6 nedifr. | — | $\mathrm{Cos}\,(v+p,)$ | — $\mathrm{Cos}\,(v+t,)$ |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Sid. | 133 | rad. | 15 | nedifrån | *står:* | Fogdemakten | *läs:* med Fogdemakten |
| — | 136 | — | 8 | uppifrån | — | det heter | — heter |
| — | 137 | — | 2 | — | — | förordningar, | — förordningar |
| — | 137 | — | 10 | — | — | rättigheter; | — rättigheter, |
| — | 138 | — | 3 | nedifrån | — | Nordiska | — Nordinska |
| — | 183 | — | 4 | — | — | Framköp | — Tranköp |
| — | 186 | — | 19 | — | — | o. s. v." | — o. s. v. |
| — | 194 | — | 13 | uppifrån | — | 1 | — $^1/_2$ |
| — | 207 | — | 12 | — | — | $x-x_0$, etc. | — $x'-x'_0$, etc. |

SWEDISH MUSEUM NATURAL HISTORY
G Lilljeborg
19.10.81.


Pris: 2: 50.